

## Механика материалов: прочность, ресурс, безопасность

## Materials mechanics: strength, durability, safety

DOI: <https://doi.org/10.26896/1028-6861-2019-85-6-47-52>

### АНАЛИЗ КИНЕТИКИ И НАПРАВЛЕННОСТИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ

© Николай Андреевич Махутов, Иван Васильевич Макаренко\*,  
Леонид Васильевич Макаренко

Институт машиноведения им. А. А. Благонравова РАН, Россия, 119334, Москва, ул. Бардина, д. 4;  
\*e-mail: I.V.Makarenko@yandex.ru

*Статья поступила 17 декабря 2018 г. Поступила после доработки 25 декабря 2018 г.  
Принята к публикации 25 декабря 2018 г.*

Безопасность и живучесть оборудования регламентируются прочностными характеристиками его отдельных узлов и элементов, в которых могут быть начальные или эксплуатационные дефекты типа поверхностных разноориентированных полуэллиптических трещин. Численные методы расчета позволяют получить больший объем информации о напряженно-деформированном состоянии (НДС) этих элементов по заданным алгоритмам расчета соответствующих моделей разрушения. Изменение вида НДС вблизи контура трещин при переходе от более глубоких точек к поверхностным зависит от стеснения деформаций вдоль их фронта, т.е. от объемности НДС. На основе экспериментальных результатов и численных решений проведена диагностика формоизменения дефектов типа поверхностных разнонаправленных полуэллиптических малоциклических трещин. Данные конечно-элементного моделирования реализованы на основе макросов программного комплекса ANSYS. Исследована закономерность направленности развития упругопластического разрушения при малоциклическом нагружении. Изложенная методология подтверждена параметрическими уравнениями кинетики формоизменения исследуемых трещин при фрактографическом анализе поверхностей их развития. По результатам испытания образцов с полуэллиптическими трещинами при малоциклическом нагружении приведен анализ параметров морфологии поверхностей развившихся дефектов. Представлены результаты измерений полей интенсивностей упругопластических деформаций в вершине трещины и геометрических характеристик развития поверхностей разрушения. Анализ динамики локального напряженно-деформированного состояния вблизи контура разноориентированных дефектов в деталях и конструкциях оборудования показал хорошее соответствие между экспериментальными параметрами геометрии форм развивающихся трещин и характеристиками, полученными численными методами решения. Представленные параметрические уравнения уточняют характеристики нелинейной механики разрушения, позволяющие оценивать и прогнозировать живучесть и безопасность работоспособности ответственного оборудования. На основе деформационных критериев нелинейной механики разрушения показана зависимость развития разрушения от объемности напряженно-деформированного состояния, указывающая на направленность геометрического развития формы поверхности разрушения.

**Ключевые слова:** поверхностные наклонные полуэллиптические трещины; упругопластические деформации и напряжения; малоциклическое разрушение; объемность напряженно-деформированного состояния.

### ANALYSIS OF THE KINETICS AND DIRECTIONALITY OF ELASTOPLASTIC DEFORMATION AND FRACTURE

© Nikolay A. Makhutov, Ivan V. Makarenko\*, Leonid V. Makarenko

Blagonravov Mechanical Engineering Research Institute, Russian Academy of Sciences, ul. Bardina, 4, Moscow, 119334, Russia; \*e-mail: I.V.Makarenko@yandex.ru

*Received December 17, 2018. Revised December 25, 2018. Accepted December 25, 2018.*

Safety, survivability, and serviceability of the equipment are governed by the strength characteristics of the separate units and elements which can contain initial or operational defects such as superficial differ-

ently oriented semi-elliptical cracks. Numerical methods of calculation provide a large bulk of information about the stress-strain state (SSS) of those elements proceeding from the given algorithms for calculating the corresponding fracture models. Change in the type of the SSS near the crack contour when going from the bulk to the surface depends on the constraint of deformations along their front, i.e., on the 3D character of the SSS. Diagnostics of the form change of the defects (surface differently oriented semi-elliptic low-cycle cracks) is carried out on the basis of experimental results and numerical solutions. The data of the finite element modeling are implemented on the basis of macros of the ANSYS program complex. The regularity of the directionality of developing the elastoplastic fracture under low-cycle loading is studied. The proposed methodology is proved by the parametric equations of the kinetics of forming changes of the cracks under study in the fractographic analysis of the surfaces of their development. The results of testing samples with semi-elliptic cracks under low-cycle loading are used in analysis of the parameters of the morphology of the surfaces of the developed defects. The results of measuring fields of elastoplastic deformation intensity in the crack tip and geometrical characteristics of the fracture surface development are presented. Analysis of the dynamics of the local stress-strain state near the contour of multi-oriented defects in parts and structural units of the equipment showed a good agreement between the experimental parameters of the geometry of developing cracks and characteristics obtained by numerical methods. The presented parametric equations specify the characteristics of nonlinear fracture mechanics thus providing reliable estimation and forecasting of survivability, and safety of serviceability of the critical equipment. The deformation criteria of nonlinear fracture mechanics are used to demonstrate the dependence of fracture development on the 3D character of the stress-strain state indicating to the directionality of the geometric development of the fracture surface form.

**Keywords:** surface inclined semi-elliptical cracks; elastic-plastic deformations and stresses; low-cycle fracture; 3D character of the stress-strain state.

## Введение

Ресурс оборудования определяется прочностными характеристиками его отдельных узлов и деталей при наличии в них начальных или эксплуатационных дефектов типа поверхностных разноориентированных полуэллиптических трещин. Методы на основе предложенных алгоритмов расчета соответствующих моделей разрушения дают возможность получить более полную информацию о результатах распределения объемных полей упругопластических напряжений и деформаций. Кинетика вида напряженно-деформированного состояния (НДС) вблизи контура трещин зависит от стеснения деформаций вдоль их фронта, т.е. от объемности НДС.

С учетом расчетно-экспериментальных результатов и численных решений схематизировано формоизменение дефектов типа поверхностных наклонных полуэллиптических малоциклических трещин. Результаты конечно-элементного моделирования получены на основе макросов программного комплекса ANSYS. Проведено моделирование закономерности направления развития упругопластического разрушения при малоциклическом нагружении. Данная методология подтверждается параметрическими уравнениями кинетики формоизменения исследуемых трещин при фрактографическом анализе поверхностей их развития. Дан анализ параметров морфологии поверхностей развившихся дефектов при малоциклическом нагружении. Результаты экспериментальных измерений полей интенсивностей упругопластических деформаций в вершине трещины и геометрических характеристик развития поверхностей разрушения, а также динамики ло-

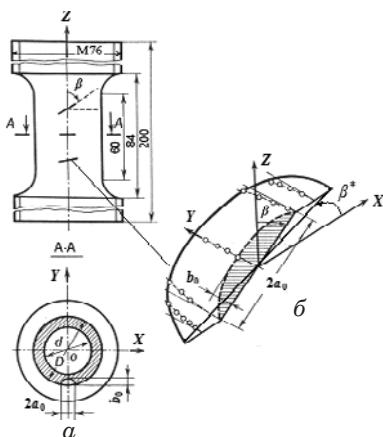
кального напряженно-деформированного состояния вблизи контура разноориентированных дефектов в деталях и конструкциях оборудования показали хорошее соответствие с параметрами, найденными численными методами решения [1 – 15]. Полученные параметрические уравнения уточняют характеристики нелинейной механики разрушения, дают возможность оценивать и прогнозировать живучесть и безопасность работоспособности ответственного оборудования. На основе деформационных критерииев нелинейной механики разрушения показана зависимость разнонаправленности развития формы поверхности разрушения исследуемых трещин от объемности напряженно-деформированного состояния.

## Цель работы

Цель — исследование на основе деформационных критерииев нелинейной механики разрушения зависимости развития и направления процесса упругопластического разрушения от объемности напряженно-деформированного состояния.

## Методы исследования

В работе использованы как расчетно-экспериментальные методы исследования кинетики малоциклических поверхностных разноориентированных полуэллиптических трещин, так и численные методы расчета на основе программного комплекса ANSYS локальных полей упругопластических деформаций и напряжений по контуру исследуемых трещин.



**Рис. 1.** Схема трубчатого образца с исходными надрезами (а) и изометрическое изображение поверхности трещины, подросшей из исходного полуэллиптического надреза при  $\beta = \pi/3$  (б)

### Результаты работы, их оценка, сопоставление с данными, полученными другими методами

Как известно, определяющее уравнение упругопластической теории, связывающее приращение тензора деформаций  $e_{ij}^p$  и тензора напряжений  $\sigma_{ij}$ , имеет вид

$$de_{ij}^p = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} h d' f, \quad (1)$$

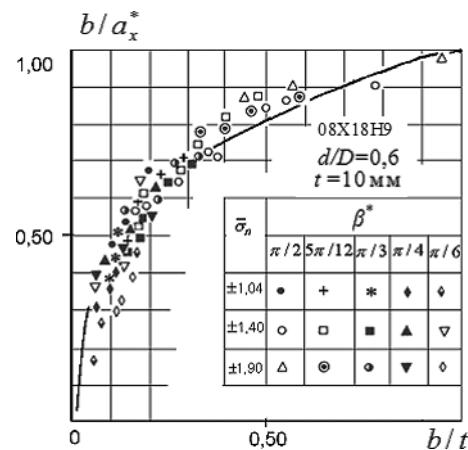
где  $f$  — некоторая функция нагружения;  $h$  — функция упрочнения, зависящая от пластических деформаций и напряжений, вектора нагрузки и поверхности нагружения. Полное соотношение между напряжениями и деформациями можно представить как

$$de_{ij} = \frac{1}{2G} ds_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} h d' f. \quad (2)$$

Закономерности развития и направления процесса упругопластического разрушения при наличии малоцикловых трещин в элементах конструкций являются приоритетными при оценивании их эксплуатационного ресурса.

Исследования проводили на трубчатых образцах с внутренним и внешним диаметрами  $D = 50$  мм и  $d = 30$  мм из аустенитной коррозионно-стойкой стали типа 08Х18Н9, схема которых приведена на рис. 1. Для этой стали предел упругости  $\sigma_y = 107,6$  МПа, предел текучести  $\sigma_t = 195$  МПа, предел прочности  $\sigma_b = 632$  МПа, сопротивление разрыву в шейке  $S_k = 1261$  МПа, относительное сужение  $\Psi_k = 71,1\%$ , модуль упругости  $E = 2,1 \cdot 10^{11}$  МПа.

Нанесение исходных надрезов и испытания проводили согласно методике и критериям работ [1 – 9]. На рис. 2 приведена зависимость [7] отно-



**Рис. 2.** Экспериментальные точки и расчетные зависимости  $b/a_x^*$  по уравнению (2) от относительной глубины трещины для образцов стали 08Х18Н9 с  $d/D = 0,6$

шения полуосей подрастающих поверхностей разрушения от относительной глубины дефекта, где  $a$  и  $b$  — большая и малая полуоси полуэллиптической трещины;  $a_x^*$  — проекция полуоси расчетной поверхности на ось  $OX$ ;  $t$  — толщина стенки образца. При соответствующих номинальных относительных напряжениях цикла нагрузжения  $\bar{\sigma}_n = \sigma_n/\sigma_t$  ( $\sigma_n$  — номинальное напряжение в сечении образца) и углах наклона расчетной поверхности  $\beta^*$  наблюдается приоритетный рост малой полуоси с увеличением глубины трещины. Функциональное изменение на основе [7] описано эмпирической зависимостью

$$\frac{b}{a_x^*} = \left[ A_1 - A_2 \left( \frac{\sigma_{bi}}{\sigma_{ti}} \right)^2 \right] \left( \frac{b^*}{t} \right)^{\left( A_3 - A_4 \frac{\sigma_{bi}}{\sigma_{ti}} \right)} \left( A_5 + A_6 \bar{e}_{fi} \right),$$

где  $\sigma_{bi}$ ,  $\sigma_{ti}$  — соответственно локальный предел прочности и текучести материала в  $i$ -зоне;  $\bar{e}_{fi} = \bar{e}_c D_e / I$  — относительная разрушающая деформация в локальной зоне трещины;  $\bar{e}_c$  — относительная разрушающая местная деформация для гладкого образца;  $D_e$  — коэффициент снижения предельных пластических деформаций в зоне вершины трещины;  $I$  — коэффициент повышения первого главного напряжения в зоне вершины трещины за счет возникновения объемного напряженного состояния. Для рассматриваемого класса сталей параметры  $A_i$  (при  $i = 1 - 6$ ) принимают следующие значения:  $A_1 = 1,61$ ;  $A_2 = 0,058$ ;  $A_3 = 0,647$ ;  $A_4 = 0,107$ ;  $A_5 = 0,852$ ;  $A_6 = 1,4 \cdot 10^{-3}$ . Для плоского напряженного состояния пластины  $D_e = 0,610$  и  $I = 1,10$ , а для плоской деформации —  $D_e = 0,209$  и  $I = 2,490$ . Справедливость функции (2) подтверждается фрактографическим исследованием морфологии поверхности разрушения [11].

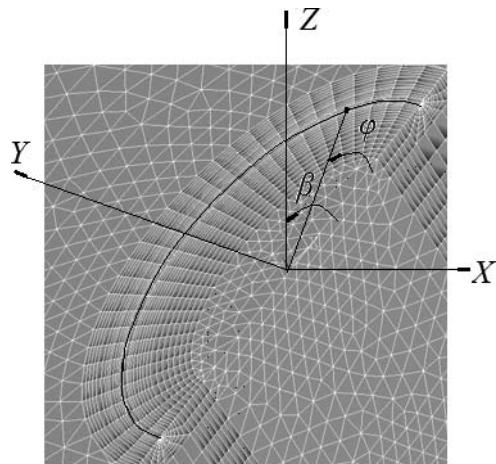


Рис. 3. Расчетная схема конечно-элементной модели полуэллиптической поверхности трещины

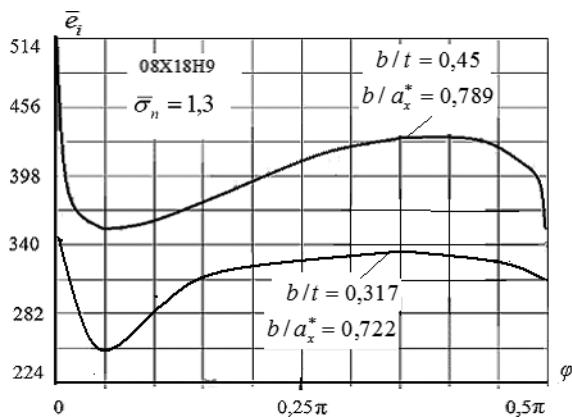


Рис. 4. Распределение локальных относительных упругопластических деформаций вдоль контура трещины нормального отрыва  $\beta = \pi/2$  при нагрузке цикла  $\bar{\sigma}_n = 1,3$

Для уточненного обоснования формоизменения поверхности развивающихся трещин на основе программного комплекса ANSYS [10] выполнены численные расчеты НДС для трещин нормального отрыва, разной глубины и геометрии. Схема расчетной конечно-элементной модели приведена на рис. 3.

На рис. 4 представлено распределение локальных относительных упругопластических деформаций вдоль контура трещины нормального отрыва  $\beta = \pi/2$  при номинальной нагрузке цикла  $\bar{\sigma}_n = 1,3$ , где  $\bar{e}_i = e_i/e_t$  — относительная интенсивность упругопластической деформации;  $e_i$  — интенсивность упругопластической деформации на пределе текучести;  $\phi$  — эллиптический угол.

На рис. 5 показано распределение локальных полей относительных упругопластических напряжений вблизи самой глубокой точки трещины  $\phi = \pi/2$  с соотношением полуосей  $b/a_x^* = 0,789$  и относительной глубиной  $b/t = 0,45$ . При этом

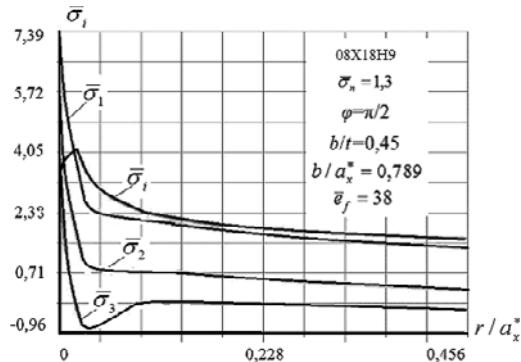


Рис. 5. Распределение локальных полей относительных упругопластических напряжений для самой глубокой точки трещины  $\phi = \pi/2$  с соотношением полуосей  $b/a_x^* = 0,789$  и относительной глубиной  $b/t = 0,45$

$\bar{\sigma}_i = \sigma_i/\sigma_t$  — относительная интенсивность упругопластических напряжений;  $\sigma_i$  — интенсивность упругопластических напряжений;  $\bar{\sigma}_1 = \sigma_1/\sigma_t$ ,  $\bar{\sigma}_2 = \sigma_2/\sigma_t$ ,  $\bar{\sigma}_3 = \sigma_3/\sigma_t$  — главные относительные упругопластические напряжения;  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  — главные напряжения;  $r$  — расстояние от вершины трещины;  $a_x^*$  — расчетная полуось эллипса.

На рис. 6 приведены для сравнения экспериментальные данные и результат численных расчетов распределения локальных упругопластических деформаций вблизи поверхности трещины нормального отрыва  $\beta = \pi/2$  при  $\phi = 0$ .

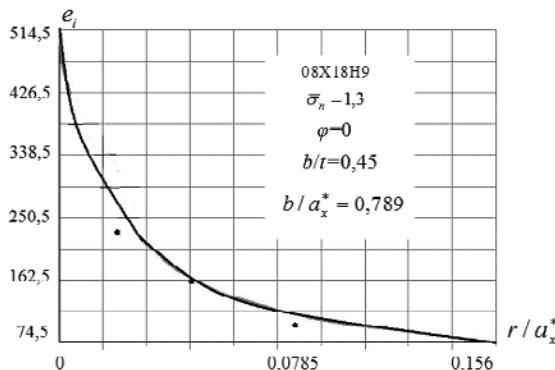
Зависимости относительных интенсивностей упругопластических деформаций от  $\beta$ ,  $\bar{\sigma}_n$  и объемности номинального напряженно-деформированного состояния при заданных граничных условиях описываются [7] эмпирическими функциями

$$(\bar{e}_i)_{b^*} = (\bar{e}_i)_{a_x^*} \sqrt{b/a_x^*}, \quad (3)$$

$$(\bar{e}_i)_{a_x^*} = \frac{1}{3} \sqrt{1 - \mu + \mu^2} \frac{A}{e_{ti}} f_1 \beta^{f_2} \left( \frac{a_x^*}{t} \right)^{f_3 + \beta f_4}, \quad (4)$$

где  $(\bar{e}_i)_{b^*} = (\bar{e}_i)_{\phi=\pi/2}$ ;  $(\bar{e}_i)_{a_x^*} = (\bar{e}_i)_{\phi=0}$ ;  $A = 1,18 - 1,7 \cdot 10^{-3} \bar{e}_f$ . Для аустенитных нержавеющих циклических стабильных сталей класса 08Х18Н9:  $f_1 = -0,181\bar{\sigma}_m - 0,191\bar{\sigma}_m^2 + 0,083\bar{\sigma}_m^3$ ;  $f_2 = -1,5 + 0,33\bar{\sigma}_m$ ;  $f_3 = 3,645(\bar{\sigma}_m)^{-0,29}$ ;  $f_4 = -1,319(\bar{\sigma}_m)^{-0,156}$ . Согласно рис. 4 и 6, экспериментальные результаты и численные решения хорошо согласуются.

Формоизменение развивающихся поверхностей существенно зависит от напряженно-деформированного состояния в соответствующем микрообъеме локального разрушения. На основе деформационных критериев разрушения [2–3] численными методами расчета определяли относительные разрушающие деформации в соот-



**Рис. 6.** Экспериментальные данные (точки) и результат численных расчетов (линия) распределения локальных упругопластических деформаций вблизи поверхностной точки полуэллиптического дефекта  $\varphi = 0$  при  $\beta = \pi/2$

в соответствующих зонах контура трещины  $\bar{e}_f$  по уравнению

$$\bar{e}_f = D_e \frac{\bar{e}_c}{I}, \quad (5)$$

где  $I = 1/\bar{\sigma}_i$ ;  $\bar{e}_c$  — относительная разрушающая местная деформация для гладкого образца, определяемая через сужение в шейке;

$$D_e = k_d \frac{\bar{\sigma}_i}{3} \bar{\sigma}_{cp}, \quad 3\bar{\sigma}_{cp} = \bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3;$$

$$\bar{\sigma}_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_2)^2 + (\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_3)^2 + (\bar{\sigma}_3 - \bar{\sigma}_1)^2}, \quad (6)$$

$$\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}_1 / \bar{\sigma}_1 = 1, \quad \bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}_2 / \bar{\sigma}_1, \quad \bar{\sigma}_3 = \bar{\sigma}_3 / \bar{\sigma}_1, \quad k_d = 1,2.$$

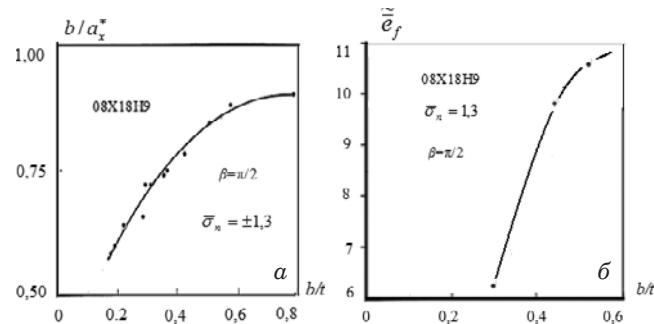
С учетом вышеизложенной информации на рис. 7 показана кинетика формоизменения рассматриваемой трещины и приведено изменение отношения относительной разрушающей деформации в поверхностной точке контура  $(\bar{e}_f)_{\varphi=0}$  к относительной разрушающей деформации в самой глубокой точке  $(\bar{e}_f)_{\varphi=\pi/2}$ , т.е.

$$\tilde{\bar{e}}_f = \bar{e}_{f(\varphi=0)} / \bar{e}_{f(\varphi=\pi/2)} \quad (7)$$

от относительной глубины трещины  $b/t$  ( $\tilde{\bar{e}}_f$  — изменение относительной разрушающей деформации в зоне вершин трещины).

## Выводы

Полученные результаты объясняют экспериментальные факты большей скорости роста трещины в направлении ее малой полуоси (см. рис. 2 и рис. 7, а) и большей интенсивности деформаций вдоль большой полуоси эллипса в силу существенно более высокого уровня разрушающей деформации в поверхностной точке трещины.



**Рис. 7.** Иллюстрация кинетики формоизменения геометрии поверхности рассматриваемой трещины (а) и изменения относительной разрушающей деформации в зоне вершин трещины (б)

Комплекс математического представления численных и расчетно-экспериментальных исследований при нелинейных условиях нагружения может рассматриваться как более точное моделирование кинетики формоизменения геометрии поверхностных исходных разноориентированных дефектов и развивающихся трещин с учетом локальных характеристик НДС, критерии нелинейной механики разрушения. На его основе можно уточнять эксплуатационный ресурс, прочность, живучесть и безопасность работоспособности оборудования.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 18-08-00572-а.

## ЛИТЕРАТУРА

- Махутов Н. А. Деформационные критерии разрушения и расчет конструкций на прочность. — М.: Машиностроение, 1981. — 273 с.
- Махутов Н. А. Конструкционная прочность, ресурс и технологическая безопасность. В 2-х ч. — Новосибирск: Наука, 2005. — 1110 с.
- Махутов Н. А., Макаренко И. В. Методика исследования кинетики полуэллиптических поверхностных наклонных трещин при малоцикловом нагружении / Заводская лаборатория. 1984. Т. 50. № 2. С. 63 – 66.
- Махутов Н. А., Фролов К. В., Стекольников В. В., Макаренко И. В. и др. Прочность и ресурс водо-водяных энергетических реакторов. — М.: Наука, 1988. — 312 с.
- Makhutov N. A., Makarenko I. V., Makarenko L. V. Residual Stress in Inhomogeneous Austenitic Steels Subjected to Elastoplastic Strain / Industr. Lab. Diagn. Mater. 1999. Vol. 65. N 4. P. 249 – 252.
- Махутов Н. А., Макаренко И. В., Макаренко Л. В. Влияние механической пространственной неоднородности на кинетику трещин в аустенитных сталях / Проблемы прочности. 2004. Т. 36. № 1. С. 113 – 119.
- Махутов Н. А., Макаренко И. В., Макаренко Л. В. Исследование кинетики разрушения при наличии поверхностных полуэллиптических разноориентированных трещин в сварных элементах оборудования АЭС / Проблемы прочности. 2010. № 1. С. 37 – 45.
- Makhutov N. A., Makarenko I. V., Makarenko L. V. Studies on the fracture mechanism and kinetics of randomly oriented surface semielliptic cracks at the multiaxial stress-strain state with deformation criteria of nonlinear fracture mechanics / Strength of Materials. 2013. Vol. 45. N 4. July. P. 454 – 458.

9. **Makhutov N. A., Makarenko I. V., Makarenko L. V.** Calculation and experimental analysis of the stress-strain state for inclined semi-elliptical surface cracks / Inorganic Materials. 2017. Vol. 53. N 15. P. 1502 – 1505.
10. ANSYS, 2010. Structural Analysis Guide. 660578.
11. **Makhutov N. A., Makarenko I. V., Makarenko L. V.** Particularities a micro-mechanism of cycle elastic-plastic fracture and damage / Works of the International Conference “In-service damage of materials, its diagnostics and prediction”. Ternopil Ivan Pul’uj State Technical University, Ukraine. September 21 – 24, 2009. P. 96 – 102.
12. **Predan J., Mocilnic V., Gubeljak N.** Stress intensity factors for circumferential semi-elliptical surface cracks in a hollow cylinder subjected to pure torsion / Eng. Fract. Mech. 2013. Vol. 105. P. 152 – 168.
13. **Tada H., Paris C. P., Irwin G. R.** The stress analysis of cracks handbook. 3rd ed. — ASME Press, 2000.
14. **Oh C.-Y., Kim Y.-J., Oh Y.-J., Kim J.-S., Song T.-K., Kim Y.-B.** Evaluation of stress intensity factors due to welding residual stresses for circumferential cracked pipes / Int. J. Press Vessels and Piping. 2013. Vol. 105 – 106. P. 36 – 48.
15. **Zareei A., Nabavi S. M.** Calculation of stress intensity factors for circumferential semielliptical cracks with high aspect ratio in pipes / Int. J. of Press. Vessels and Piping. 2016. Vol. 146. P. 32 – 38.

## REFERENCES

1. **Makhutov N. A.** Deformation Fracture Criteria and Strength Calculations of Structural Elements. — Moscow: Mashinostroenie, 1981. — 273 p. [in Russian].
2. **Makhutov N. A.** Structural Integrity, Service Life, and Environmental Safety. in 2 parts. — Novosibirsk: Nauka, 2005. — 1110 p. [in Russian].
3. **Makhutov N. A., Makarenko I. V.** Technique of research of kinetics of semi-elliptical superficial inclined cracks at low-cycle loading / Zavod. Lab. 1984. Vol. 50. N 2. P. 63 – 66 [in Russian].
4. **Makhutov N. A., Frolov K. V., Stekolnikov V. V., Makarenko I. V., et al.** Durability and a resource of water-water power reactors. — Moscow: Nauka, 1988. — 312 p. [in Russian].
5. **Makhutov N. A., Makarenko I. V., Makarenko L. V.** Residual Stress in Inhomogeneous Austenitic Steels Subjected to Elastoplastic Strain / Industr. Lab. Diagn. Mater. 1999. Vol. 65. N 4. P. 249 – 252.
6. **Makhutov N. A., Makarenko I. V., Makarenko L. V.** Effect of the anisotropy of physicomechanical properties on the kinetics of cracks in austenitic steels / Probl. Prochn. 2004. Vol. 36. N 1. P. 113 – 119 [in Russian].
7. **Makhutov N. A., Makarenko I. V., Makarenko L. V.** Research kinetics destructions at presence superficial semi-elliptical different-guided cracks in welded elements of the equipment of the atomic power station / Probl. Prochn. 2010. N 1. P. 37 – 45.
8. **Makhutov N. A., Makarenko I. V., Makarenko L. V.** Studies on the fracture mechanism and kinetics of randomly oriented surface semielliptic cracks at the multiaxial stress-strain state with deformation criteria of nonlinear fracture mechanics / Strength of Materials. 2013. Vol. 45. N 4. July. P. 454 – 458.
9. **Makhutov N. A., Makarenko I. V., Makarenko L. V.** Calculation and experimental analysis of the stress-strain state for inclined semi-elliptical surface cracks / Inorganic Materials. 2017. Vol. 53. N 15. P. 1502 – 1505.
10. ANSYS, 2010. Structural Analysis Guide. 660578.
11. **Makhutov N. A., Makarenko I. V., Makarenko L. V.** Particularities a micro-mechanism of cycle elastic-plastic fracture and damage / Works of the International Conference “In-service damage of materials, its diagnostics and prediction”. Ternopil Ivan Pul’uj State Technical University, Ukraine. September 21 – 24, 2009. P. 96 – 102.
12. **Predan J., Mocilnic V., Gubeljak N.** Stress intensity factors for circumferential semi-elliptical surface cracks in a hollow cylinder subjected to pure torsion / Eng. Fract. Mech. 2013. Vol. 105. P. 152 – 168.
13. **Tada H., Paris C. P., Irwin G. R.** The stress analysis of cracks handbook. 3rd ed. — ASME Press, 2000.
14. **Oh C.-Y., Kim Y.-J., Oh Y.-J., Kim J.-S., Song T.-K., Kim Y.-B.** Evaluation of stress intensity factors due to welding residual stresses for circumferential cracked pipes / Int. J. Press Vessels and Piping. 2013. Vol. 105 – 106. P. 36 – 48.
15. **Zareei A., Nabavi S. M.** Calculation of stress intensity factors for circumferential semielliptical cracks with high aspect ratio in pipes / Int. J. of Press. Vessels and Piping. 2016. Vol. 146. P. 32 – 38.