Колонка редколлегии Editorial column

# РОЛЬ МЕТОДОЛОГИИ В МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДАХ ИССЛЕДОВАНИЯ

© А. И. Орлов

# THE ROLE OF METHODOLOGY IN MATHEMATICAL METHODS OF RESEARCH

© A. I. Orlov

Методология — это учение об организации деятельности[1]. Такое определение дают член-корр. РАН, директор Института проблем управления РАН Д. А. Новиков и акад. РАО А. М. Новиков.

Более развернуты определения в словарях: «Методология (от «метод» и «логия») — учение о структуре, логической организации, методах и средствах деятельности»[2]; «Методология — система принципов и способов организации и построения теоретической и практической деятельности, а также учение об этой системе»[3].

Ограничимся приведенными определениями. Из них следует, что методология — это интеллектуальная основа, стержень, определяющий подход к конкретным видам деятельности, к принятию управленческих решений.

В качестве примера обсудим подход к описанию распределений результатов измерений, наблюдений, испытаний, анализов, опытов. Математикам привычна гипотеза нормальности распределения, именно на ее основе в XX в. написаны многочисленные учебники и разработаны программные продукты. Однако реальные данные в подавляющем большинстве случаев не подчиняются гипотезе нормальности[4]. Возникают необходимость разработки непараметрических математико-статистических инструментов, не предполагающих нормальность, а также проблема изучения свойств процедур, созданных в предположении нормальности, но используемых при нарушении этого предположения. При разработке новой модели выбор в пользу непараметрического подхода основан на методологических соображениях.

[1] **Новиков А. М., Новиков Д. А.** Методология. — М.: СИНТЕГ, 2007. — 668 с.

[2] Советский энциклопедический словарь. — М.: Советская энциклопедия, 1988. — 1600 с.

[3] Философский энциклопедический словарь. — М.: Советская энциклопедия, 1983. — 840 с.

[4] **Орлов А. И.** Распределения реальных статистических данных не являются нормальными / Научный журнал КубГАУ. 2016. № 117. С. 71 – 90.

Разработка и применение математических методов исследования предполагают последовательное осуществление трех этапов исследования: первый — от исходной практической проблемы до теоретической чисто математической задачи; второй — внутриматематическое изучение и решение этой задачи; третий — переход от математических выводов обратно к практической проблеме.

В литературе вопросы методологии математических методов исследования обсуждаются явно недостаточно. Зато наблюдается поток публикаций, в которых постановки решаемых задач иногда выглядят весьма искусственно. Далее кратко обоснуем необходимость развития методологии математических методов исследования как самостоятельного научного направления, обозначим ряд проблем, относящихся к этому направлению.

В области моделирования задач прикладной статистики, как, впрочем, и в иных областях применения математики и кибернетики, целесообразно выделять четыре проблемы:

ЗАДАЧА — МОДЕЛЬ — МЕТОД —

— УСЛОВИЯ ПРИМЕНИМОСТИ.

Обсудим каждую из них.

*Задача*, как правило, порождена потребностями той или иной прикладной области. Вполне понятно, что при ее решении происходит одна из возможных математических формализаций реальной ситуации. Например, при диагностике материалов возникает вопрос: различаются ли результаты двух групп измерений. При математической формализации результаты измерений в каждой группе обычно моделируются как независимые случайные выборки, т.е. как совокупности независимых одинаково распределенных случайных величин, а вопрос маркетологов переходит в рамках этой модели в вопрос о проверке той или иной статистической гипотезы однородности. Речь может идти об однородности характеристик, например, о проверке равенства математических ожиданий, или о полной (абсолютной) однородности, т.е. о совпадении функций распределения, соответствующих двум совокупностям. Так происходит переход от практической задачи к математической модели, в рассматриваемом случае — к вероятностно-статистической модели.

*Модель* может быть порождена также обобщением потребностей ряда прикладных областей. Приведенный выше пример иллюстрирует эту ситуацию: к необходимости проверки гипотезы однородности приходят и медики при сравнении двух групп пациентов, и инженеры при сопоставлении результатов обработки деталей двумя способами, и т.д. Таким образом, одна и та же математическая модель может применяться для решения самых разных по своей прикладной сущности задач. Важно подчеркнуть, что выделение перечня задач находится вне математики. Выражаясь инженерным языком, этот перечень является сутью технического задания, которое специалисты различных областей деятельности дают специалистам по математической статистике.

Чтобы математик мог проводить исследования в целях решения практической задачи, необходимо ее суть выразить в математических терминах, т.е. построить математическую модель. Построить адекватную математическую модель явления или процесса нелегко. Такой деятельностью занимаются специалисты по математическому моделированию в соответствующих прикладных областях.

*Метод*, используемый в рамках определенной математической модели, во многом, если не в основном, дело математиков. В моделях прикладной статистики речь идет, например, о методе оценивания, о методе проверки гипотезы, о методе доказательства той или иной теоремы, и т.д. В двух первых случаях алгоритмы разрабатываются и исследуются математиками, но используются прикладниками, в то время как метод доказательства касается лишь самих математиков.

Ясно, что для решения той или иной задачи в рамках одной и той же принятой исследователем модели может быть предложено много методов. Приведем примеры. Для специалистов по теории вероятностей и математической статистике наиболее хорошо известна история Центральной предельной теоремы теории вероятностей. Предельный нормальный закон был получен многими разными методами, из которых напомним широко известное доказательство теоремы Муавра – Лапласа, метод моментов Чебышева, метод характеристических функций Ляпунова, завершающие эпопею методы, примененные Линдебергом и Феллером[5]. В настоящее время для решения практически важных задач могут быть использованы современные информационные технологии на основе метода статистических испытаний и соответствующих датчиков псевдослучайных чисел. Они уже заметно потеснили асимптотические методы математической статистики. В рассмотренной выше проблеме однородности для проверки одной и той же гипотезы совпадения функций распределения могут быть применены самые разные методы — Смирнова, Лемана – Розенблатта, Вилкоксона и др.[6]

Наконец, рассмотрим четвертую проблему — *условия применимости*. Она — полностью внутриматематическая. С точки зрения математика замена условия (кусочной) дифференцируемости некоторой функции на условие ее непрерывности может представляться существенным научным достижением, в то время как прикладник оценить это достижение не сможет. Для него, как и во времена Ньютона и Лейбница, непрерывные функции мало отличаются от (кусочно) дифференцируемых функций. Точнее, они одинаково хорошо (или одинаково плохо) могут быть использованы для описания реальной действительности.

Точно так же прикладник не сможет оценить внутриматематическое достижение, состоящее в переходе от условия конечности четвертого момента случайной величины к условию конечности дисперсии. Поскольку результаты реальных измерений получены с помощью некоторого прибора (средства измерения), шкала которого конечна, то прикладник априори уверен, что все результаты измерений заведомо лежат на некотором отрезке (т.е. финитны). Он с некоторым недоумением наблюдает за математиком, который рассуждает о конечности тех или иных моментов — для прикладника они заведомо конечны.

Обратная связь состоит в том, что модель целесообразно формировать так, чтобы условия применимости метода выполнялись. Например, если пространство элементарных событий состоит из конечного числа элементов, то все моменты случайных величин существуют, а вопросы измеримости решаются автоматически.

Практическая рекомендация состоит в том, что всегда должна быть описана принятая в работе математическая модель. Только после этого можно разрабатывать, изучать, применять тот или иной метод расчета.

---

[5] **Гнеденко Б. В.** Курс теории вероятностей. Изд. 7-е, исправл. — М.: Эдиториал УРСС, 2001. — 320 с.

[6] **Орлов А. И.** Эконометрика. Изд. 4-е, доп. и перераб. — Ростов-на-Дону: Феникс, 2009. — 572 с.