

DOI: <https://doi.org/10.26896/1028-6861-2019-85-7-55-63>

ВЛИЯНИЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО ТЕРМОЦИКЛИРОВАНИЯ ПОД НАГРУЗКОЙ НА ВЕЛИЧИНЫ ДЕФОРМАЦИЙ, ОБУСЛОВЛЕННЫХ ЭФФЕКТОМ ПАМЯТИ ФОРМЫ

© **Иван Николаевич Андронов**, Ирина Владимировна Чурилина, Сергей Владимирович Крючков, Николай Павлович Богданов*

Ухтинский государственный технический университет, Россия, 169300, Республика Коми, Ухта, ул. Первомайская, 13; e-mail: *bnp55@mail.ru

Статья поступила 1 августа 2018 г. Поступила после доработки 27 сентября 2018 г. Принята к публикации 30 января 2019 г.

Выполнено экспериментальное исследование влияния предварительного термомеханического воздействия (ТМВ) путем термоциклирования под нагрузкой на величины деформаций, обусловленных эффектом памяти формы (ЭПФ). Исследования осуществляли при двух режимах ТМВ: термоциклировании под постоянными нагрузками, величины которых последовательно увеличивали до уровня максимального значения; термоциклировании под постоянными нагрузками, величины которых последовательно уменьшали от уровня максимального значения до нуля. Исследовали гладкие цилиндрические образцы длиной и диаметром рабочей части 33 и 4 мм, выполненные из сплава ТН-1 с характеристическими температурами мартенситных переходов: $M_n = 326$ К, $M_s = 298$ К, $A_n = 365$ К, $A_s = 395$ К. Опыты осуществляли в режиме термоциклирования через интервалы мартенситных переходов при постоянной величине крутящего момента. Показано, что при первом режиме термомеханического воздействия термоциклирование приводит к монотонному росту деформаций, обусловленных ЭПФ, последующее термоциклирование при той же нагрузке при втором режиме — к заметному увеличению деформации, обусловленной ЭПФ. Предложена логистическая модель явлений мартенситной неупругости в материалах с эффектом памяти формы, основанная на уравнении Ферхюльста, позволяющая достаточно точно описывать деформирование материала на этапах термоциклирования. Разработан расчетно-экспериментальный метод для учета влияния предварительного термомеханического воздействия на деформации, обусловленные ЭПФ.

Ключевые слова: эффект памяти формы; деформация, обусловленная эффектом памяти формы; материалы с памятью формы; интервалы мартенситных переходов; термомеханическое воздействие; коэффициент термомеханического воздействия.

THE EFFECT OF PRELIMINARY THERMAL CYCLING UNDER LOAD ON THE MAGNITUDE OF THE DEFORMATIONS DRIVEN BY THE SHAPE MEMORY EFFECT

© **Ivan N. Andronov**, Irina V. Churilina, Sergei V. Kryuchkov, Nikolai P. Bogdanov*

Ukhta State Technical University, Pervomayskaya ul., 13, Ukhta, Komi Respublika, 169300, Russia; *e-mail: bnp55@mail.ru

Received August 1, 2018. Revised September 27, 2018. Accepted January 30, 2019.

Results of the experimental study of the effect of preliminary thermomechanical impact (TMI) via thermal cycling under load on the deformations attributed to the shape memory effect (SME) are presented. Two modes of TMA were studied: i) thermal cycling under constant loads, the values of which were sequentially increased to the level of the maximum value; and ii) thermal cycling under constant loads, the values of which are successively reduced from the level of the maximum value to zero. Smooth cylindrical samples with a length and diameter of the working part 33 and 4 mm, respectively, made of TN-1 alloy with characteristic martensitic transition temperatures were used. The experiments were carried out in the mode of thermal cycling through the intervals of martensitic transitions at a constant value of torque. It is shown that thermocycling in conditions of mode (i) leads to a monotonic growth of the SME induced deformations, whereas subsequent thermocycling at the same load in conditions of mode (ii) leads to a noticeable increase in the SME induced deformations. A logistic model of the phenomena of martensite inelasticity observed in the materials with shape memory effect is proposed on the base of the Verhulst logistic equation which provides a fairly accurate description of the material deformation during all the stages of thermal cycling. A computational-experimental method has been developed to take into account the effect of a preliminary thermomechanical impact on SME induced deformations.

Keywords: shape memory effect; deformation induced by shape memory effect; intervals of martensite transitions; thermomechanical impact; thermomechanical impact coefficient.

Введение

Хорошо известно, что материалы с памятью формы (СПФ) способны демонстрировать эффекты обратимого формоизменения при термоциклировании через интервалы мартенситных превращений в условии действия механических напряжений [1]. При этом на этапе нагревания, как правило, имеет место эффект памяти формы (ЭПФ), реализуемый в направлении, противоположном действующей нагрузке, а на этапе охлаждения наблюдается накопление деформации в сторону действующей силы (пластичность прямого превращения). Известен ряд работ, выполненных, как физическими методами [2 – 6], так и методами экспериментальной механики [7 – 9], в которых показано, что предварительное деформирование, в том числе предварительное термо-механическое воздействие (ТМВ) путем термоциклирования материала через интервалы мартенситных переходов в нагруженном состоянии [8, 9], способно существенно повысить величину обратимой деформации, реализуемой в процессе теплосмен через интервалы мартенситных переходов под нагрузкой.

Цель данной работы — создание расчетно-экспериментального метода количественного описания влияния предварительного термоциклирования под нагрузкой на величины деформаций, обусловленных ЭПФ.

Материалы и методика эксперимента

Исследовали сплав ТН-1 (53,5 – 56,5 % масс. Ni, 43,2 – 46,5 % масс. Ti), имеющий следующие характеристические температуры мартенситных переходов, К: $M_n = 326$; $M_s = 298$; $A_n = 365$, $A_s = 395$. Гладкие цилиндрические образцы длиной 33 мм и диаметром рабочей части 4 мм, изготовленные в состоянии поставки, перед исследованием подвергали низкотемпературному отжигу

при 823 К в течение одного часа. Далее на специально сконструированной установке [10] образцу в мартенситном состоянии при температуре $T = T_{min}$ сообщали постоянный момент сил M . Затем осуществляли два полных термоцикла в интервале температур $T_{min} \leq T \leq T_{max}$ со скоростью изменения температуры $|\dot{T}| = 0,08$ К/с. Скорость нагревания и охлаждения образца задавали компьютером и регулировали программой управления датчика на основе тарированной хромель-копелевой термопары. При данной скорости нагревания датчик фиксирует температуру с точностью до 2 К. Компьютерная программа контролирует также измерение угла поворота поперечного сечения образца φ и определяет относительный угол закручивания по формуле $\theta = \varphi/l$. При этом точность измерения угла φ составляла 0,009 рад, а крутящего момента — 0,01 Н · м.

Результат рассматривали как среднее значение, полученное по данным измерений для трех образцов, изготовленных из одного прутка при относительной погрешности, не превышающей 0,1 %. При оценке погрешности учитывали случайные ошибки как многократных (подчиняющихся распределению Гаусса), так и однократных (подчиняющихся равномерному распределению) измерений. Для определения суммарной ошибки результата использовали закон сложения независимых величин (ошибок), который справедлив и для сложения доверительных интервалов. Поэтому доверительный интервал измеряемой в серии опытов величины x запишется следующим образом: $\Delta\tilde{x} = \sqrt{\Delta\tilde{x}_{сл}^2 + \Delta\tilde{x}_{он}^2}$, где $\Delta\tilde{x}_{сл}$ — доверительный интервал, соответствующий случайной ошибке многократных измерений; $\Delta\tilde{x}_{он}$ — доверительный интервал, соответствующий ошибке однократных измерений. Для доверительной вероятности $\alpha = 0,95$ и при трехкратном измерении коэффициент Стьюдента выбирали равным 4,3.

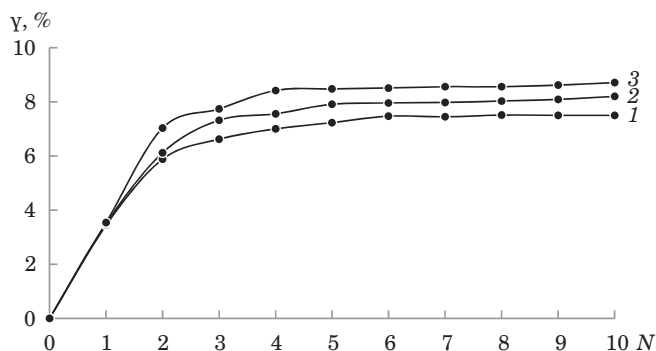


Рис. 1. Зависимость эффекта памяти формы от числа термоциклов для напряжений 100 (1), 200 (2), 300 МПа (3)

Fig. 1. Dependence of shape memory effect on the number of thermal cycles for stresses of 100 (1), 200 (2), 300 MPa (3)

Кроме интегральных характеристик M и φ , в работе использовали расчетные оценки величин сдвиговых деформаций и касательных напряжений, определяемых в приближении идеального пластического тела [1, 11] и отнесенных к внешнему волокну рабочей части образца.

При этом в основе расчетной оценки использовали следующие предположения:

1) выполняется гипотеза плоских сечений: поперечное сечение бруса — плоское и перпендикулярное продольной оси — остается таким же и после деформации;

2) радиус, проведенный из центра поперечного сечения бруса, после деформации остается прямой линией (не искривляется);

3) расстояние между поперечными сечениями, диаметры поперечных сечений после деформации не меняются, а ось бруса не искривляется.

Сдвиговую деформацию во внешнем волокне находили как $\gamma = (d\theta/2) \cdot 100\%$, где d — диаметр рабочей части образца; погрешность измерения деформации сдвига не превышала 0,05 %.

Касательные напряжения в приближении идеально пластического тела при кручении сплошных цилиндрических образцов согласно [1] определяли по формуле $\tau = 12M/\pi d^3$, где M — крутящий момент; d — диаметр рабочей части образца.

Осуществляли два режима термоциклирования. При последовательном росте крутящего момента M , Н·м, и касательных напряжений τ , МПа, (0,84 и 50; 1,68 и 100; 2,51 и 150; 3,36 и 200; 4,20 и 250; 5,04 и 300) был реализован процесс предварительного термомеханического воздействия (ТМВ). Далее после указанной выше процедуры ТМВ термоциклирование осуществляли в режиме убывания крутящего момента M , Н·м, и напряжений σ , МПа, в следующей последовательности: 4,20 и 250; 3,36 и 200; 2,51 и 150; 1,68 и 100; 0,84 и 50; 0,00 и 0. Особенность данных экспериментальных исследований — термо-

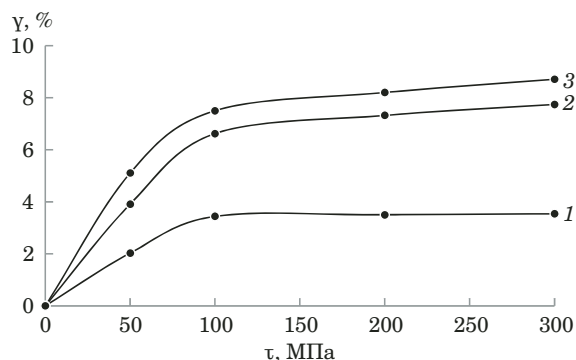


Рис. 2. Зависимость эффекта памяти формы от напряжения для 1 (1), 3 (2) и 10 (3) термоциклов

Fig. 2. Dependence of shape memory effect on mechanical stress for 1 (1), 3 (2) and 10 (3) thermocycles

циклирование при одинаковых параметрах нагружения проводили как без предварительного термоциклического воздействия при последовательно возрастающих величинах параметров нагружения (M , τ), так и после предварительного термоциклического воздействия при последовательно убывающих значениях названных величин. При этом относительная погрешность измерения M не превышала 2 %.

Результаты исследований

Экспериментальные данные по первому режиму ТМВ приведены на рис. 1, где показаны экспериментальные зависимости деформаций, обусловленных ЭПФ, от числа термоциклов при действующих напряжениях, равных 100, 200 и 300 МПа. Видно, что в процессе термоциклирования деформация, обусловленная ЭПФ, монотонно возрастает.

На рис. 2 представлены зависимости деформаций, обусловленных ЭПФ, от величин действующих напряжений для первого (1), третьего (2) и десятого (3) термоциклов.

В табл. 1 приведены экспериментальные данные для двух режимов термоциклирования (для первого — γ_1 и второго — γ_2 режимов ТМВ), обусловленные ЭПФ, а также величины коэффициента термомеханического воздействия $k_{\text{ТМВ}}$, показывающего предварительное влияние ТМВ на величину обратимой деформации, реализуемой в процессе теплосмен через интервалы мартенситных переходов под нагрузкой (все результаты даны для вторых термоциклов). Коэффициент ТМВ определяли [8] как отношение деформаций, обусловленных ЭПФ, для двух режимов термомеханического воздействия:

$$k_{\text{ТМВ}} = \gamma_2/\gamma_1 = 1 + \Delta\gamma/\gamma_1.$$

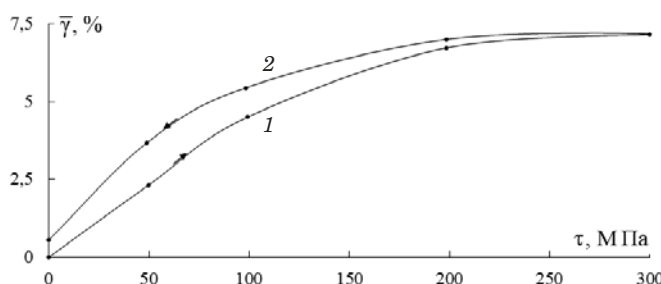


Рис. 3. Экспериментальная зависимость средней величины деформации, обусловленной ЭПФ, во втором термодикле от касательных напряжений τ для первого (1) и второго (2) режимов ТМВ

Fig. 3. The experimental dependence of the average value of the strain attributed to the SME in the second thermal cycle on the tangential stresses τ for the first (1) and second (2) TMI modes

Графически основные результаты экспериментов показаны на рис. 3. Кривая 1 (восходящая линия) описывает процесс термоциклирования без предварительного ТМВ при возрастающих значениях моментов сил. Кривая 2 (нисходящая линия) соответствует термоциклам после предварительного ТМВ в режиме убывающих значений моментов (стрелки указывают последовательность осуществления опытов). Сопоставление кривых 1 и 2 свидетельствует о том, что предварительное ТМВ существенно влияет на величину эффекта памяти формы и приводит к заметному повышению последней.

Таблица 1. Основные результаты экспериментов

Table 1. The main experimental results

Определяемые параметры	Касательные напряжения τ , МПа				
	0	50	100	200	300
Угловая деформация γ_1 , %	0	3,60	5,92	6,74	7,04
	0	3,56	5,88	6,72	7,00
	0	3,58	5,84	6,76	7,05
Среднее значение угловой деформации $\bar{\gamma}_1$, %	0	$3,58 \pm 0,05$	$5,88 \pm 0,10$	$6,74 \pm 0,05$	$7,03 \pm 0,07$
Угловая деформация γ_2 , %	0,42	5,10	6,90	6,88	7,04
	0,44	5,0	6,85	6,98	7,00
	0,42	5,02	6,80	6,90	7,05
Среднее значение сдвиговой деформации $\bar{\gamma}_2$, %	$0,43 \pm 0,03$	$5,04 \pm 0,13$	$6,85 \pm 0,12$	$6,92 \pm 0,13$	$7,03 \pm 0,06$
Приращение сдвиговой деформации $\Delta\gamma = (\gamma_2 - \gamma_1)$, % (за счет ТМВ)	0,42	1,50	0,98	0,12	0
	0,44	1,44	0,97	0,26	0
	0,42	1,44	0,96	0,14	0
Среднее значения приращения сдвиговой деформации $\Delta\bar{\gamma}$, %	$0,43 \pm 0,03$	$1,46 \pm 0,09$	$0,97 \pm 0,03$	$0,17 \pm 0,18$	0
Коэффициент ТМВ $k_{\text{ТМВ}} = \gamma_2/\gamma_1 = 1 + \Delta\gamma/\gamma_1$	—	1,42	1,17	1,02	0
	—	1,40	1,16	1,04	0
	—	1,40	1,16	1,02	0
Среднее значение $\bar{k}_{\text{ТМВ}}$	—	$1,41 \pm 0,03$	$1,16 \pm 0,02$	$1,03 \pm 0,03$	0

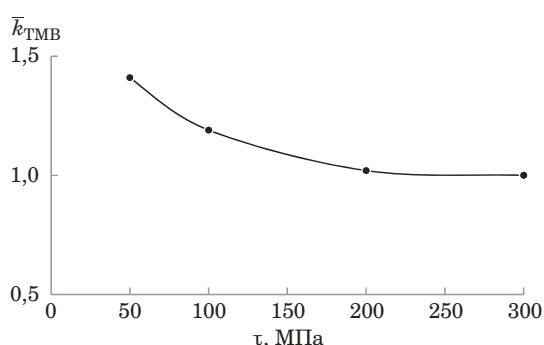


Рис. 4. Зависимость коэффициента термомеханического воздействия $k_{\text{ТМВ}}$ от величины τ при напряжении ТМВ, равном 300 МПа

Fig. 4. Dependence of the thermomechanical impact coefficient k on the value of k_{TMA} at a TMI stress value 300 МПа

На рис. 4 приведена экспериментальная зависимость средних значений $\bar{k}_{\text{ТМВ}}$ от τ , из которой следует, что данный параметр увеличивается при уменьшении действующих напряжений.

Из табл. 1 следует, что приращение деформации изменяется при возрастании касательных напряжений. Это наглядно видно по кривой на рис. 5, где представлена зависимость приращения деформации $\Delta\bar{\gamma}$ от величины действующих напряжений при напряжении ТМВ, равном τ . При этом максимум приращения деформации наблюдаем при напряжении $\tau = 50$ МПа.

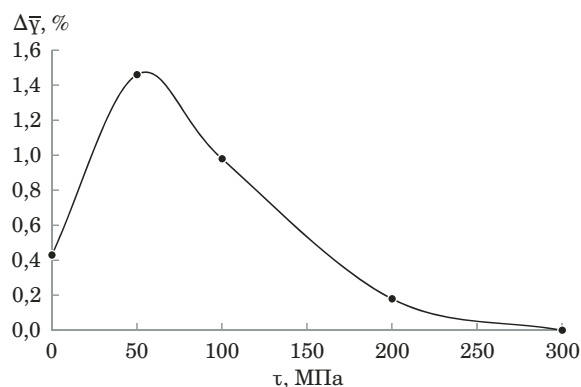


Рис. 5. Зависимость $\Delta\bar{\gamma}$ от уровня действующих напряжений при напряжении ТМВ

Fig. 5. Dependence of $\Delta\bar{\gamma}$ on the level of effective stresses under mechanical stresses of TMI

Анализ и обобщение полученных результатов

На рис. 1 – 5 представлены данные экспериментальных исследований влияния предварительного термомеханического воздействия на деформации, обусловленные ЭПФ. Теоретических моделей, позволяющих объяснить, а тем более количественно описать все основные полученные закономерности, на сегодняшний день нет.

Одним из эффективных методов математического описания свойств мартенситной неупругости является структурно-аналитическая теория прочности [12]. Однако применение указанной теории для решения конкретных инженерно-технических задач оказывается достаточно трудоемким из-за технических сложностей определения физических параметров на разных масштабных уровнях. Кроме того, указанная теория не учитывает влияние термосиловой истории на величину дисторсии кристаллографической решетки, а значит, и на макродеформацию в глобальном базисе. Исходя из этого, для математического обобщения полученных экспериментальных результатов использовали логистический подход, основанный на уравнении Ферхюльста, полученном еще в XIX веке применительно к описанию роста численности населения [13].

Для описания деформаций, обусловленных явлениями мартенситной неупругости при термоциклировании через интервалы мартенситных переходов, этот подход реализован в [14], а позже его адаптировали к материалам с ЭПФ при термоциклировании [15].

На рис. 6 представлены аналитически рассчитанные по уравнению Ферхюльста изменения мартенситной фазы Φ при термоциклировании в интервалах прямого и обратного мартенситных превращений. Данную гистерезисную пет-

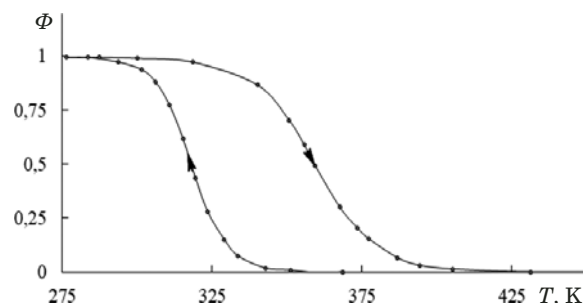


Рис. 6. Расчетные зависимости доли мартенситной фазы от температуры при термоциклировании материала через интервалы мартенситных переходов: $M_k = 310$ K; $M_n = 337$ K; $A_n = 348$ K; $A_k = 393$ K

Fig. 6. The calculated temperature dependence of the martensite phase during thermal cycling of the material through the intervals of martensite transitions: $M_k = 310$ K; $M_n = 337$ K; $A_n = 348$ K; $A_k = 393$ K

лю можно задать аналитически в виде уравнения Ферхюльста:

$$d\Phi = -K\Phi(1 - \Phi)dT, \quad (1)$$

где K — положительная константа, определяющая наклон кривой. После интегрирования получим соотношение, которое описывает зависимость величины фазы мартенсита Φ от температуры T :

$$\Phi = \frac{H(-\dot{T})}{1 + e^{K_M(T - M_0)}} + \frac{H(\dot{T})}{1 + e^{K_A(T - A_0)}}, \quad (2)$$

где K_M и K_A — значения K для восходящего и нисходящего участков кривой $\Phi(T)$; M_0 и A_0 — средние арифметические температур фазовых переходов; $H(x)$ — функция Хевисайда; T — производная от температуры по времени [16]. В [15] использовали основное соотношение для определения приращения деформации в результате изменения фазы:

$$d\varepsilon_{ij} = \alpha_0 \sigma_{ij} d\Phi, \quad (3)$$

где ε_{ij} и σ_{ij} — компоненты тензоров деформаций и напряжений; α_0 — размерный скалярный параметр.

Как унифицированное уравнение для общего случая напряженного состояния, используемого при термоциклировании, предложили

$$d\varepsilon_{ij} = (a \text{Dev } \sigma_{ij} + b \text{Sp } \sigma_{ij}) d\Phi, \quad (4)$$

где a и b — размерные скалярные параметры, в общем случае $a \neq b$; Dev и Sp — девиаторная и шаровая части тензора напряжений σ_{ij} . Однако это выражение не является завершённым, так как не учитывает эволюцию изменения определяющего соотношения, связанную с повторением

термоциклов и изменением величины напряжения термоциклирования.

Анализ данных работы [9] позволяет учесть данную эволюцию, которая представлена на рис. 1 восходящими линиями, и записать соотношение (4) в общем виде:

$$d\varepsilon_{ij} = (a \operatorname{Dev} \varepsilon_{ij} + b \operatorname{Sp} \sigma_{ij})(1 - e^{-cN}) \times \\ \times [1 - \exp\{-k(\sigma_i + |I_1(\sigma_{ij})|/3)\}]d\Phi, \quad (5)$$

где $(1 - e^{-cN})$ и $[1 - \exp\{-k(\sigma_i + |I_1(\sigma_{ij})|/3)\}]$ — множители, учитывающие влияние количества термоциклов и уровня действующих напряжений на приращение деформации, обусловленной ЭПФ; c, k — скалярные величины, определяемые по результатам экспериментов;

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + 6(\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2 + \tau_{23}^2)} \quad (6)$$

интенсивность напряжений в соответствии с принятой в [16]; $I_1(\sigma_{ij})$ — первый инвариант тензора напряжений.

Интегрирование уравнения (5) выполнено для чистого сдвига: $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \tau_{12} = \tau_{23} = 0$; $\tau_{13} = \tau_0$ — фиксированное значение величины касательных напряжений.

В результате интегрирования уравнения (5) получили

$$\gamma(\tau, N) = 2\varepsilon_{13}(\tau, N) = \\ = 2a(1 - e^{-cN})(1 - e^{-k\tau\sqrt{3}}). \quad (7)$$

Скалярные параметры a, c, k так же, как и в работе [9], определяли путем регрессионного анализа экспериментальных данных, чтобы ана-

литическая функция (7) приближала экспериментальные точки (см. рис. 1) с наименьшей среднеквадратичной погрешностью.

Из рис. 1 следует, что для $4 \leq N \leq 10$ имеем $\gamma \approx \text{const}$, а это означает, что в аппроксимирующем выражении (7) можно считать $(1 - e^{-cN}) \approx 1$, следовательно, данное выражение можно представить в виде

$$\gamma(\tau, N) = 2a(1 - e^{-k\tau\sqrt{3}}). \quad (8)$$

Записывая выражение (8) для $N = 1, \tau$, равного 100 и 300 МПа, получим систему уравнений

$$\gamma(100, 10) = 2a(1 - e^{-100k\sqrt{3}}); \quad (9)$$

$$\gamma(300, 10) = 2a(1 - e^{-300k\sqrt{3}}), \quad (10)$$

где $\gamma(100, 10)$ и $\gamma(300, 10)$ — соответствующие экспериментальные значения угловых деформаций. Решая систему уравнений (9) и (10) путем замены переменных $x = e^{-100k\sqrt{3}}$, находим численные значения:

$$E_k = -\frac{\ln x}{100} \sqrt{3} = 0,01 \text{ МПа}^{-1},$$

$$a = \frac{\gamma(100, 10)}{2(1 - e^{-100k\sqrt{3}})} = 4,41 \% = 4,41 \cdot 10^{-2}.$$

Далее определяли весь спектр возможных значений параметра c путем последовательного их перебора. Согласно (7) параметр

$$c = -\frac{1}{N} \ln \left[1 - \frac{\gamma(\tau, N)}{2a(1 - e^{-k\tau\sqrt{3}})} \right], \quad (11)$$

где N — номер термоцикла.

Таблица 2. Экспериментальные угловые деформации γ_{Ni} , параметры c_{Ni} и суммы квадратов отклонений δ_{Ni} расчетных и угловых деформаций

Table 2. Experimental angular deformations γ_{Ni} , parameters c_{Ni} , and the sum of squared deviations δ_{Ni} of the calculated and angular deformations

N	$\gamma_{N1}, \%$	$\gamma_{N2}, \%$	$\gamma_{N3}, \%$	c_{N1}	c_{N2}	c_{N3}	$\delta_{N1}, \%$	$\delta_{N2}, \%$	$\delta_{N3}, \%$
1	3,44	3,50	3,50	0,64	0,53	0,52	1,913	2,76	2,83
2	5,88	6,12	6,12	0,83	0,63	0,81	2,73	1,93	2,59
3	6,62	7,32	7,32	0,81	0,65	0,71	2,59	1,905	2,01
4	7,00	7,56	7,56	0,83	0,54	0,81	2,73	2,69	2,59
5	7,23	7,91	7,91	1,1	0,52	0,68	4,44	2,83	1,921
6	7,47	7,96	7,96	—	0,45	0,59	—	4,10	2,12
7	7,45	7,98	7,98	—	0,39	0,53	—	5,51	2,75
8	7,51	8,03	8,03	—	0,35	0,47	—	6,67	3,73
9	7,50	8,09	8,09	—	0,33	0,45	—	7,32	4,10
10	7,50	8,20	8,20	—	0,32	0,50	—	7,68	3,19

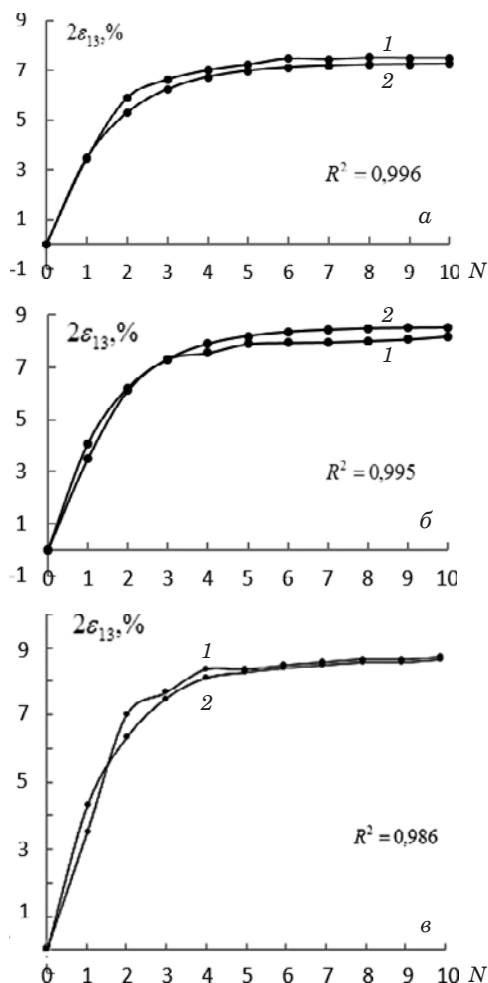


Рис. 7. Экспериментальные (1) и расчетные (2) зависимости обратимой угловой деформации $2\varepsilon_{13}$ материалов с ЭПФ от числа циклов при напряжениях τ_{13} , равных 100 (а), 200 (б), 300 МПа (в), не прошедших ТМВ

Fig. 7. Experimental (1) and calculated (2) dependences of the reversible angular deformation $2\varepsilon_{13}$ of SME materials on the number of cycles at ε_{13} equal to 100 (a), 200 (b), 300 MPa (c) not exposed to TMI

С учетом дискретности из (11) получили

$$c_{NJ} = -\frac{1}{N} \ln \left[1 - \frac{\gamma_{NJ}}{2\alpha(1 - e^{-k\tau_j\sqrt{3}})} \right], \quad (12)$$

где N — число термоциклов; J — число уровней действующих напряжений, при этом $N = 1, 2, \dots, 10$; $J = 1, 2, 3$.

Например,

$$c_{23} = -\frac{1}{2} \ln \left[1 - \frac{\gamma_{23}}{2\alpha(1 - e^{-k\tau_3\sqrt{3}})} \right],$$

где γ_{23} — экспериментальное значение угловой деформации, приведенное в табл. 2 для второго цикла при $\tau = \tau_3 = 300$ МПа и равное 7,03 %. Согласно табл. 2 всего членов c_{NJ} будет 30: 10 при $\tau = 100$ МПа; 10 при $\tau = 200$ МПа; 10 при $\tau =$

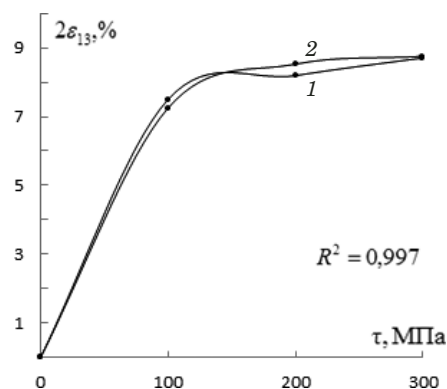


Рис. 8. Экспериментальная (1) и расчетная (2) зависимости эффекта памяти формы от напряжения для десятого термоцикла

Fig. 8. Experimental (1) and calculated (2) dependence of the shape memory effect on the stress value for tenth ($N = 10$) thermal cycle

= 300 МПа. Ниже приведено расчетное значение угловой деформации

$$\gamma_{NJnj}^p = \gamma^p(N, J, n, j) = 2\alpha(1 - e^{c_{NJ}n})(1 - e^{-k\tau_j\sqrt{3}}), \quad (13)$$

где N, J — фиксированные индексы ($1 \leq N \leq 10$; $1 \leq J \leq 3$); а n, j — переменные индексы ($1 \leq n \leq 10$; $1 \leq j \leq 3$). Очевидно, что максимальная сходимость экспериментальных и расчетных значений деформаций будет тогда, когда квадратный корень из суммы квадратов отклонений названных величин минимален, т.е.

$$\delta_{NJ} = \sqrt{\sum_{j=1}^3 \sum_{n=1}^{10} (\gamma_{nj} - \gamma_{NJnj}^p)^2} = \min. \quad (14)$$

В табл. 2 в столбцах 2 – 4 приведены экспериментальные значения угловых деформаций для термоциклов 1 – 10; в столбцах 5 – 7 — значения коэффициентов c_{NJ} , найденных по формуле (12); в столбцах 8 – 10 — величины суммы квадратов отклонений расчетных и угловых деформаций δ_{NJ} , определенных согласно (14); прочерки означают, что соответствующие значения коэффициентов ($c_{61}, c_{71}, c_{81}, c_{91}, c_{101}$) не определены, так как уравнение (12) для приведенного набора индексов не имеет решений. Видно, что минимальная сумма квадратов отклонений реализуется при $c_{NJ} = c_{32} = 0,65$. Таким образом, окончательно рабочие параметры для уравнения регрессии (7) будут иметь следующие значения: $k = 0,01$ МПа⁻¹; $\alpha = 4,41$ %; $c = 0,65$.

На рис. 7 для сравнения представлены расчетные и экспериментальные зависимости угловых деформаций, реализуемых при чистом сдвиге ($\gamma = 2\varepsilon_{13}$) и обусловленных ЭПФ, от числа термоциклов. Расчетные значения касательных на-

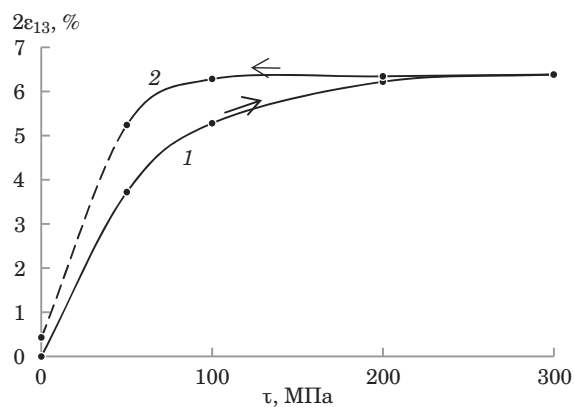


Рис. 9. Расчетная зависимость величины эффекта памяти формы во втором термоцикле от напряжения без (1) и подвергнутого (2) ТМВ при напряжениях 50, 100, 150, 200 и 300 МПа

Fig. 9. The calculated dependence of the shape memory effect in the second thermal cycle on the stress value: before (1) and after TMI (2) at 50, 100, 150, 200, and 300 МПа

пряжений τ_{13} выбирали равными 100 (а), 200 (б) и 300 МПа (в).

Соотношение (7) позволяет также построить зависимости расчетной величины деформации от действующих напряжений для конкретного числа циклов. На рис. 8 приведены расчетная и экспериментальная зависимости сдвиговой деформации от напряжений для $N = 10$. Проверка адекватности регрессии по критерию Фишера при большом числе циклов (N равно и больше 10) показывает совпадение модельной и экспериментальной кривой с вероятностью не менее 99 %.

В методике, описанной выше, использовали соотношение (7) для описания «восходящей» кривой на экспериментальных зависимостях величины эффекта памяти формы во втором термоцикле от касательных напряжений. Для описания «нисходящей» линии, аналогичной кривой 2 на рис. 3, использовали унифицированное соотношение, которое получали путем умножения соотношения (5) на $\bar{k}_{\text{ТМВ}}$:

$$d\varepsilon_{ij} = \bar{k}_{\text{ТМВ}} (a \text{Dev} \sigma_{ij} + b \text{Sp} \sigma_{ij}) \times \left[1 - \exp \left(- \frac{cN}{\sigma_i + |I_1(\sigma_{ij})|/3} \right) \right] \times \left[1 - \exp \left[-k \left(\sigma_i + \frac{|I_1(\sigma_{ij})|}{3} \right) \right] \right] d\Phi. \quad (15)$$

Здесь $\bar{k}_{\text{ТМВ}}$ — коэффициент ТМВ, зависящий, вообще говоря, от напряжения и определяемый из экспериментальной зависимости, представленной на рис. 4.

После интегрирования уравнения (15) находим

$$\gamma(\tau, N) = 2\varepsilon_{13}(\tau, N) = 2a\bar{k}_{\text{ТМВ}}(1 - e^{-cN})(1 - e^{-k\tau\sqrt{3}}). \quad (16)$$

На рис. 9 приведена расчетная зависимость эффекта памяти формы от напряжения по уравнению (7) при $N = 2$ для этапа роста напряжения (кривая 1) до 300 МПа и последующего термоциклирования под напряжениями 200, 100, 50 (сплошная кривая 2). При дальнейшем термоциклировании при $\tau = 0$ реализуется эффект обратимой памяти формы. Пунктирная линия — переход от термоциклирования под нагрузкой к термоциклированию в свободном состоянии.

Выводы

Сравнение экспериментальных и теоретических данных на рис. 7 – 9 с многочисленными результатами экспериментальных исследований, приведенными, например, в работах [8, 9], свидетельствует о том, что предложенный расчетно-экспериментальный метод хорошо описывает основные функционально-механические свойства никелида титана, подвергнутого предварительному термомеханическому воздействию, что может быть использовано в решении прикладных задач, связанных с применением материалов с памятью формы в изделиях различного функционального назначения.

Предложенная модель явлений мартенситной неупругости в материалах с эффектом памяти формы, основанная на логистическом уравнении Ферхюльста, позволяет достаточно успешно описывать механическое поведение материала на этапе термоциклирования как без, так и после предварительного ТМВ. В связи с этим можно утверждать, что создан расчетно-экспериментальный метод для учета влияния предварительного термомеханического воздействия на деформации, обусловленные ЭПФ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лихачев В. А., Кузьмин С. Л., Каменцева З. П. Эффект памяти формы. — Л.: Изд. ЛГУ, 1987. — 216 с.
2. Прокошкин С. Д., Хмелевская И. Ю., Рыклина Е. П., Браиловский В., Коротичский А. В., Инаекян К. Э. Возможности управления функциональными свойствами сплавов Ti – Ni с памятью формы методами ТМО. — В сб.: Фундаментальные проблемы современного материаловедения / Под общей ред. В. Е. Громова. — Новокузнецк, 2015. С. 135 – 141.
3. Рыклина Е. П., Прокошкин С. Д., Крейцберг А. Ю. Возможности достижения предельно высоких эффектов памяти формы в сплаве Ti-50,0 ат. % Ni в различных структурных состояниях аустенита / Изв. РАН. Серия физическая. 2013. Т. 77. № 11. С. 1644 – 1652.

4. Рыклина Е. П., Прокошкин С. Д., Крейсберг А. Ю. Возможности достижения аномально высоких параметров ЭПФ сплава Ti-50,0 ат. % Ni в различных структурных состояниях аустенита / Известия РАН. Серия физическая. 2013. Т. 77. № 11. С. 1653 – 1663.
5. Беляев С. П., Рубаник В. В., Реснина Н. Н., Рубаник В. В., Ломакин И. В., Рубаник О. Е. Влияние предварительной деформации на функциональные свойства биметаллического композита «TiNi – Сталь» / Вестник тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. 2010. Т. 15. Вып. 3. С. 1152 – 1154.
6. Плотников В. А., Грязнов А. С., Харламов И. В. Обратимый деформационный ресурс при циклировании термоупругих мартенситных превращений в никелиде титана в условиях механического нагружения / Фундаментальные проблемы современного материаловедения. 2011. Т. 8. № 2. С. 63 – 66.
7. Андронов И. Н., Овчинников С. К. Эффекты обратимого формоизменения никелида титана при термоциклировании / Деформация и разрушение материалов. 2005. № 5. С. 28 – 30.
8. Андронов И. Н., Богданов Н. П., Вербаховская Р. А., Пластинина Е. В., Чурилина Е. В. Влияние циклического термомеханического воздействия на обратимые деформации и энергоёмкость никелида титана / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2014. Т. 80. № 1. С. 59 – 62.
9. Андронов И. Н., Богданов Н. П., Вербаховская Р. А. Феноменологическое описание поведения материалов с каналами мартенситной неупругости при термоциклировании под нагрузкой / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2009. Т. 75. № 5. С. 47 – 50.
10. Заявка 94007969/28 РФ, 1538 МПК G0103/08. Установка для испытания образцов материалов при сложном напряженном состоянии. Полезная модель / Власов В. П., Андронов И. Н., Какуля Ю. Б. — № 94007969/28; заявл. 05.03.94; опубл. 16.01.96.
11. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела: Учебное пособие для вузов. — М.: Наука, 1988. — 712 с.
12. Лихачев В. А., Малинин В. Г. Структурно-аналитическая теория прочности. — СПб.: Изд. Санкт-Петербург, 1993. — 471 с.
13. Verhulst P. F. Notice sur la loi que la population poursuit dans son accroissement / Correspondance mathématique et physique. 1838. N 10. P. 113 – 121.
14. Малинин Г. А. О кинетике бездиффузионных фазовых превращений мартенситного типа на мезоскопическом уровне / Физика твердого тела. 1993. Т. 35. № 11. С. 2993 – 3002.
15. Андронов И. Н., Богданов Н. П., Уляшева Л. А. Аналитическая модель управления фазой мартенсита под нагрузкой / Прикладная механика и техническая физика. 2009. Т. 50. № 4. С. 196 – 200.
16. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. — М.: Машиностроение. 1968. — 400 с.
2. Prokoshkin S. D., Khmelevskaya I. Yu., Rykлина E. P., Brailovsky V., Korotitsky A. V., Inaekyan K. E. Possibilities to control the functional properties of Ti – Ni alloys with shape memory by TMT methods. — In: Fundamental problems of modern materials science / V. E. Gromov, ed. — Novokuznetsk, 2015. P. 135 – 141 [in Russian].
3. Rykлина E. P., Prokoshkin S. D., Kreitsberg A. Yu. The possibility of achieving extremely high shape memory effects in the alloy Ti-50.0 at. % Ni in various structural states of austenite / Izv. RAN. Ser. Fiz. 2013. Vol. 77. N 11. P. 1644 – 1652 [in Russian].
4. Rykлина E. P., Prokoshkin S. D., Kreisberg A. Yu. The ability to achieve abnormally high parameters of the SME of the alloy Ti-50.0 at. % Ni in various structural states of austenite / Izv. RAN. Ser. Fiz. 2013. Vol. 77. N 11. P. 1653 – 1663 [in Russian].
5. Belyaev S. P., Rubanik V. V., Resnina N. N., Rubanik V. V., Lomakin I. V., Rubanik O. E. The effect of pre-strain on the functional properties of the TiNi – Steel bimetallic composite / Vestn. Tambov. Univ. Ser. Estestv. Tekhn. Nauki. 2010. Vol. 15. Vyp. 3. P. 1152 – 1154 [in Russian].
6. Plotnikov V. A., Gryaznov A. S., Kharlamov I. V. Reversible deformation resource when cycling thermoelastic martensitic transformations in titanium nickelide under mechanical loading / Fund. Probl. Sovrem. Materialoved. 2011. Vol. 8. N 2. P. 63 – 66 [in Russian].
7. Andronov I. N., Ovchinnikov S. K. Effects of reversible shaping of titanium nickelide during thermal cycling / Deform. Razrush. Mater. 2005. N 5. P. 28 – 30 [in Russian].
8. Andronov I. N., Bogdanov N. P., Verbakhovskaya R. A., Platinina E. V., Churilina E. V. Effect of cyclic thermomechanical effects on reversible deformations and energy intensity of titanium nickelide / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 2014. Vol. 80. N 1. P. 59 – 62 [in Russian].
9. Andronov I. N., Bogdanov N. P., Verbakhovskaya R. A. Phenomenological description of the behavior of materials with martensitic inelasticity channels during thermal cycling under load / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 2009. Vol. 75. N 5. P. 47 – 50 [in Russian].
10. RF Application 94007969/28, 1538 MPK G0103/08. Installation for testing samples of materials under complex stress state / Vlasov V. P., Andronov I. N., Kakulia Yu. B.; applicant and owner UGTU. — N 94007969/28; appl. 05.03.94; publ. 16.01.96 [in Russian].
11. Rabotnov Yu. N. The mechanics of a deformable solid different. manual for universities. — Moscow: Nauka, 1988. — 712 p. [in Russian].
12. Likhachev V. A., Malinin V. G. Structural — analytical theory of strength. — St. Petersburg: Izd. Sankt-Peterburg, 1993. — 471 p. [in Russian].
13. Verhulst P. F. Notice sur la loi que la population poursuit dans son accroissement / Correspondance mathématique et physique. 1838. N 10. P. 113 – 121.
14. Malygin G. A. On the kinetics of diffusionless phase transformations of the martensitic type at the mesoscopic level / Fiz. Tv. Tela. 1993. Vol. 35. N 11. P. 2993 – 3002 [in Russian].
15. Andronov I. N., Bogdanov N. P., Ulyasheva L. A. Analytical model of controlling the phase of martensite under load / Prikl. Mekh. Tekhn. Fiz. 2009. Vol. 50. N 4. P. 196 – 200 [in Russian].
16. Malinin N. N. Applied theory of plasticity and creep. — Moscow: Mashinostroenie, 1968. — 400 p. [in Russian].

REFERENCES