

**Механика материалов:
прочность, ресурс, безопасность****Materials mechanics:
strength, durability, safety**DOI: <https://doi.org/10.26896/1028-6861-2019-85-8-47-52>**ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТОВ КОНЦЕНТРАЦИИ И ВАРИАЦИИ
МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ**© **Николай Андреевич Махутов, Владимир Васильевич Зацаринный***

Институт машиноведения им. А. А. Благонравова РАН, Россия, 101000, Москва, Малый Харитоньевский пер., 4;

*e-mail: v.zatsar@mail.ru

*Статья поступила 20 ноября 2018 г. Поступила после доработки 20 ноября 2018 г.
Принята к публикации 25 декабря 2018 г.*

Сопоставлены два подхода к определению напряженно-деформированных состояний (НДС) и расчету на прочность тонкой пластины с концентратором в виде кругового отверстия, подвергаемой статическим и циклическим нагружениям, — путем решения упругой задачи (задача Кирша) и применения разработанных в ИМАШ деформационных критериев деформирования и разрушения. При новом подходе впервые варьировали характеристики основных механических свойств, величины номинальных напряжений и поля деформаций в зонах концентрации напряжений (всего четыре расчетных случая). Исследования показали, что в точках поперечного сечения вблизи концентратора уже при исходном нагружении возникают упругопластические напряжения и деформации, которые значительно отличаются от получаемых в результате решения упругой задачи. Результаты анализа НДС и расчета на прочность тонкой пластины с круговым отверстием, определенные по деформационным критериям, существенно отличались от полученных традиционным упругим решением. Это относится к исходному нагружению не только в зоне максимальной концентрации (на контуре отверстия), но и к другим точкам опасного сечения при циклическом нагружении. По приведенной методике можно рассчитывать поцикловую кинетику напряжений и деформаций в зонах концентрации (по заданному сечению пластины), а также проводить уточненные расчеты на циклическую долговечность с учетом рассеяния основных механических свойств материала конструкции.

Ключевые слова: тонкая пластина; концентрация напряжений; напряженно-деформированное состояние; упругое решение; деформационные критерии; циклическая долговечность; рассеяние основных механических свойств.

**STUDY OF THE EFFECTS OF STRESS CONCENTRATION AND VARIATION
OF THE MECHANICAL PROPERTIES**© **Nikolay A. Makhutov, Vladimir V. Zatsarinnyi***

Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences, Malyy Kharitonyevsky per. 4, Moscow, 101000, Russia; *e-mail: v.zatsar@mail.ru

Received November 20, 2018. Revised November 20, 2018. Accepted December 25, 2018.

The article is focused on the comparison of two approaches to determination of the stress-strain states (SSS) and strength calculations for a thin plate with a stress concentrator in the form of a circular hole subjected to static and cyclic loading by solving the elastic problem (Kirsch problem), and also using deformation criteria of deformation and failure developed in IMASH. Using the new approach, the characteristics of the main mechanical properties, values of the rated stresses and strain fields in the stress concentration zones were varied for the first time (four calculated cases). The data analysis showed that at the sites of the cross section located near the stress concentrator, the elastoplastic stresses and strains occur already at the initial stages of loading. The stresses and strains thus determined differ greatly from those obtained using the elastic solution. The strength analysis of a thin plate with a circular hole carried out according to the strain-based criteria showed that SSS differs significantly from that obtained using the traditional elastic solution. This is true not only for the initial loading in the zone of maximum concentration (on the hole contour) but also for other points of dangerous cross-section of a specimen subjected to cyclic

loading. Using the above method one can calculate the stress and strain kinetics in the stress concentration zones (for a given plate cross section) for any loading cycle and thereby determine the stress-strain state kinetics in the concentration zones, and carry out more precise calculations of cyclic durability with allowance for the scatter of the basic mechanical properties of the structural material.

Keywords: thin plate; stress concentration; stress-strain state; elastic solution; strain-based criteria; cyclic durability; scatter of basic mechanical properties.

Введение

В прикладной механике и инженерной практике для многих видов конструкций с зонами конструктивной концентрации напряжений (например, тонких пластин или обечаек с круговым отверстием) наряду с классическими расчетами на прочность [1, 2] особое место занимает такая новая проблема, как оценка циклической долговечности (ресурса) данного типа конструкций, нагруженных эксплуатационными повторными воздействиями, но с варьированием характеристик основных механических свойств, величин номинальных напряжений и полей деформаций в зонах концентрации напряжений.

В связи с этим ставится задача оценки влияния вариации указанных выше факторов на статическую и циклическую прочность и долговечность вышеуказанных элементов конструкций.

Методика исследования

Рассмотрим тонкую сплошную пластину шириной $b = 24$ мм с отверстием диаметром $2a = 7$ мм, испытывающую равномерное растяжение на ее краях интенсивностью σ в направлении оси x (рис. 1). Для анализа используем решение упругой задачи (задача Кирша) [3–5] для пластины, в которой центральное круговое отверстие имеет мало по сравнению с шириной пластины.

Если в поперечном сечении бесконечно широкой пластины ($b \gg a$), перпендикулярном оси x , на расстоянии ρ от центра отверстия при $\theta = \pm \pi/2$ взять какую-либо точку с полярными координатами θ , ρ , то [3, 5] наибольшее нормальное напряжение в этой точке составит

$$\sigma_\theta = \sigma \left(1 + \frac{a^2}{2\rho^2} + \frac{3a^4}{2\rho^4} \right), \quad \sigma_r = 0, \quad \tau_{r\theta} = 0. \quad (1)$$

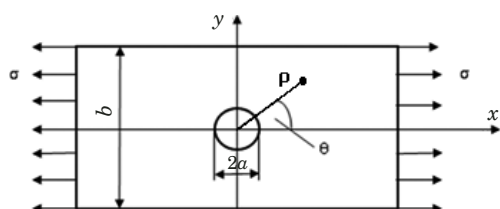


Рис. 1. Пластина с круговым отверстием

Fig. 1. Plate with a circular hole

Зависимость σ_θ от ρ для данной пластины представлена ниже [5].

ρ/a	σ_θ
1	3σ
1,25	$1,93\sigma$
1,5	$1,52\sigma$
2	$1,22\sigma$
3	$1,07\sigma$
3,43	$1,04\sigma$
∞	1σ

Видно, что концентрация напряжений вблизи отверстия имеет локальный характер. Так, на краю отверстия, при $\rho = a$, максимальное напряжение $\sigma_{\theta\max} = 3\sigma$. Когда расстояние от этой точки увеличивается, напряжения быстро уменьшаются, приближаясь к величине σ вдали от отверстия. Напряжения σ_θ также снижаются с уменьшением угла θ . В точках на краю отверстия $\theta = 0$ и $\theta = \pi$ имеем $\sigma_\theta = -\sigma$, т.е. в них возникает сжимающее напряжение в окружном направлении [3, 5].

Рассмотренный элемент конструкции с отверстием может подвергаться повторным статическим и циклическим нагружениям, а возникающие по краям отверстия высокие переменные напряжения растяжения могут привести к появлению трещин и в итоге — к усталостному разрушению.

Нагрузим анализируемую пластину (см. рис. 1), сделанную из стали X18H9, повторно статическим равномерным растягивающим номинальным напряжением σ_n и определим распределение напряжений и деформаций в точках сечения пластины, проходящего через центр отверстия и перпендикулярного к направлению растяжения (всего в шести точках), начиная с края отверстия. Средние экспериментальные механические свойства исследованной стали при комнатной температуре: условный предел текучести $\sigma_{0,2} = 267$ МПа; предел прочности $\sigma_b = 682$ МПа; сопротивление отрыву в шейке $S_k = 1902$ МПа; модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; относительное сужение в шейке $\psi_k = 72,4$ %.

Номинальное допускаемое нагружающее напряжение σ_n выбрано [6] как минимальное из двух допускаемых напряжений, определенных в

соответствии с коэффициентами запаса по статической прочности $n_{об}$ и n_T :

$$[\sigma] = \min\{\sigma_{0,2}/n_T, \sigma_B/n_{об}\}, \quad (2)$$

где n_T , $n_{об}$ — запасы по пределам текучести и прочности.

При $n_T = 1,5$ и $n_{об} = 2,6$ номинальное допускаемое напряжение $\sigma_n = 139$ МПа. При этом расчетный предел текучести σ_T находим через исходные механические свойства $\sigma_{0,2}$, σ_B и ψ_K и коэффициент упрочнения $m^{(0)}$ [7]. В нулевом полуцикле ($k = 0$) показатель упрочнения

$$m^{(0)} = \frac{\lg \left[\frac{\sigma_B (1 + 1,4\psi_K)}{\sigma_{0,2}} \right]}{\lg \left[\left(10^5 \ln \frac{1}{1 - \psi_K} \right) (200 + 0,5\sigma_{0,2}) \right]}. \quad (3)$$

Расчетом получено $\sigma_T = 209$ МПа, $m^{(0)} = 0,21$. Относительное допускаемое номинальное напряжение $\bar{\sigma}_n = \sigma_n/\sigma_T = 139/209 = 0,67$ (первый расчетный случай). Всего рассмотрим четыре расчетных случая нагружения пластины.

Обсуждение результатов

В первом случае в качестве традиционного решения рассмотрим случай упругого нагружения (рис. 2) и распределения упругих напряжений и деформаций по поперечному сечению пластины в точках с относительными координатами ρ/a от 1 до 3,43 (табл. 1). При нагружении относительные номинальное напряжение и деформация равны $\bar{\sigma}_n = \bar{e}_n$, а относительные условные упругие напряжения и деформации в каждой из рассматриваемых точек соответственно составят

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_\rho^* &= \alpha_{\sigma\rho}^* \bar{\sigma}_n, \quad \bar{e}_\rho^* = \alpha_{e\rho}^* \bar{e}_n, \\ \bar{\sigma}_{\max}^* &= \alpha_\sigma \bar{\sigma}_n, \quad \bar{e}_{\max}^* = \alpha_e \bar{e}_n, \end{aligned} \quad (4)$$

где относительная номинальная деформация $\bar{e}_n = e_n/e_T$.

Величины коэффициентов концентрации упругих напряжений и деформаций для всех ρ равны

$$\alpha_{\sigma\rho}^* = \alpha_{e\rho}^* = \alpha_{\sigma\rho}, \quad (5)$$

где α_0 — теоретический коэффициент концентрации напряжений. Распределение напряжений и деформаций по сечению в соответствии с (1), (4) и (5) представлено в табл. 1, на рис. 3 и 4 кривыми 1 (при этом $\bar{\sigma}_{\max\rho}^* = \bar{e}_{\max\rho}^*$, $\bar{\sigma}_\rho^* = \bar{e}_\rho^*$).

После предварительного нагружения (полуцикл $k = 0$) проведем разгрузку до нуля и определим параметры первого полуцикла ($k = 1$) для упругопластического расчета. Далее так же поступим с остальными случаями нагружения. На-

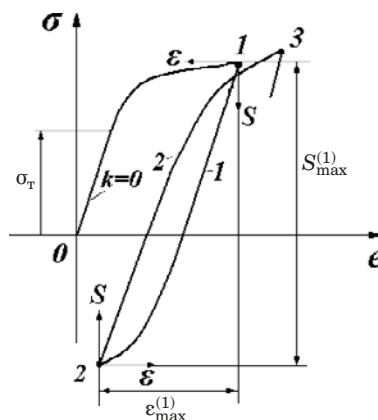


Рис. 2. Схема кривых упругого и упругопластического деформирования в нулевом ($k = 0$) и последующих (k) полуциклах нагружения

Fig. 2. The diagram of elastic and elastoplastic deformation curves at zero ($k = 0$) and subsequent (k) half-cycles of loading

пряженно-деформированные состояния в зоне концентрации определяли в соответствии с [7, 8]. При возникновении пластических деформаций характер напряженно-деформированного состояния в зоне концентрации меняется. Для определения относительных местных максимальных напряжений $\bar{\sigma}_{\max\rho}^{(0)}$ и деформаций $\bar{e}_{\max\rho}^{(0)}$ в зоне концентрации около кругового отверстия в нулевом (исходном) полуцикле нагружения необходимо определить коэффициенты концентрации напряжений $K_{\sigma\rho}^{(0)}$ и деформаций $K_{e\rho}^{(0)}$ при $\bar{\sigma}_n \leq 1$.

Указанные коэффициенты для точки на контуре отверстия ($\rho/a = 1$) определяли расчетом согласно [7, 8] для заданных значений $\bar{\sigma}_n$ и переменных величин α_0 :

$$K_e = \frac{\alpha_\sigma^{2/(1+m_0)} \bar{\sigma}_n^{(1-m_0)/(1+m_0)}}{((\alpha_\sigma \bar{\sigma}_n)^{n(1-m_0)[1-(\bar{\sigma}_n-1/\alpha_\sigma)/(1+m_0)]}}, \quad (6)$$

$$K_\sigma = \frac{\alpha_\sigma^{2m_0/(1+m_0)}}{\bar{\sigma}_n^{1+m_0} (\alpha_\sigma \bar{\sigma}_n)^{\frac{nm_0(1-m_0)[1-(\bar{\sigma}_n-1/\alpha_\sigma)]}{1+m_0}}}. \quad (7)$$

Выражения (6), (7) можно использовать и для других точек сечения ($\rho/a \geq 1$), если принять $\alpha_{\sigma\rho}^* = \sigma_{\max\rho}^* / \sigma_n$ (см. табл. 1).

Тогда в случае упругопластических деформаций для точек с координатами $\rho = a$ и ρ , равном $\theta = \pm\pi/2$ запишем

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{\max}^{(0)} &= \bar{\sigma}_n K_\sigma, \quad \bar{e}_{\max}^{(0)} = \bar{e}_n K_e, \\ \bar{\sigma}_\rho^{(0)} &= \bar{\sigma}_n K_{\sigma\rho}^{(0)}, \quad \bar{e}_\rho^{(0)} = \bar{e}_n K_{e\rho}^{(0)}. \end{aligned} \quad (8)$$

Численные значения коэффициентов концентрации, местных максимальных напряжений и деформаций в нулевом полуцикле ($k = 0$) и их распределения по опасному сечению пластины

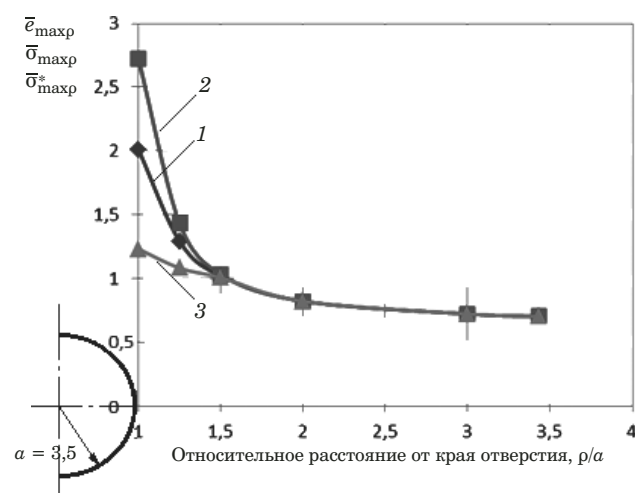


Рис. 3. Изменения относительных упругих напряжений (1), а также упругопластических деформаций (2) и напряжений (3) по ширине пластины при исходном нагружении

Fig. 3. Changes in the relative elastic stresses (1), elastoplastic deformations (2) and stresses (3) across the width of the plate under initial loading

по (6) – (8) для координат ρ/a представлены в табл. 1, а также на рис. 3 и 4 кривыми 1 и 3.

Анализ представленных данных показывает, что в зоне концентрации в точках поперечного сечения с координатами ρ/a , равными 1, 1,25 и 1,5, уже в исходном нагружении возникают упругопластические напряжения и деформации, которые значительно различаются от получаемых по упругому решению. Например, в точке $\rho/a = 1$ (на краю отверстия) общая относительная деформация $\bar{\epsilon}_{\max}^{(0)}$ в 1,4 раза больше, чем упругая $\bar{\epsilon}_{\max}^*$, но относительное упругопластическое напряжение $\bar{\sigma}_{\max}^{(0)}$ меньше и составляет 0,6 от упругого.

Деформирование (см. рис. 2) в первом полуцикле ($k = 1$) соответствует снятию нагрузки в координатах $S^{(k)} - \epsilon^{(k)}$ и может быть как упругим, так и упругопластическим (при условии $S_{\max}^{(1)} > S_r$) с показателем упрочнения $m^{(k)} = m^{(1)}$. То-



Рис. 4. Изменения теоретических коэффициентов концентрации напряжений в упругой области α_σ (1), а также коэффициентов концентрации деформаций $K_{\epsilon p}^{(0)}$ (2) и напряжений $K_{\sigma p}^{(0)}$ (3) в упругопластической области по ширине полосы при исходном нагружении

Fig. 4. Changes in theoretical stress-concentration factor in the elastic region α_σ (1), strain concentration factors $K_{\epsilon p}^{(0)}$ (2) and stress concentration factors $K_{\sigma p}^{(0)}$ (3) in the elastoplastic zone across the strip width under initial loading

гда в первом и последующих полуциклах номинальные напряжения разгрузки $S_n = \sigma_n/S_r = 0,67/2$. Показатель $m^{(1)}$ находили [7, 8] по формуле

$$m^{(k)} = \frac{\lg \bar{\epsilon}_{\max_k}^{(0)m_0}}{\lg \left[\bar{\epsilon}_{\max_k}^{(0)m_0} + \frac{A}{2} (\bar{\epsilon}_{\max_k}^{(0)} - 1) F(k) \right]}, \quad (9)$$

где $A = 0,16 \left(1 + \frac{1}{1 - \sigma_{0,2}/\sigma_v} \right)$ — параметр диаграммы, $F(k)$ — безразмерная функция числа полуциклов k для конкретного материала (для $k = 1$ функция $F(k) = 1$).

В целях определения максимальной деформации и напряжения в первом полуцикле в относительных координатах $\bar{\epsilon}^{(1)} - (\bar{\epsilon})^1$ необходимо найти коэффициенты концентрации K_ϵ и K_σ для $k = 1$. Для этого в уравнении (6) и (7) показатель

Таблица 1. Расчетные параметры

Table 1. Calculated parameters

№ п/п	Вариант	$\bar{\sigma}_n$	Точки, ρ/a	$\alpha_{\sigma p}^*$	$\bar{\sigma}_{\max p}^*$	e_n	$\bar{e}_n$	$K_{\sigma p}^{(0)}$	$\bar{\sigma}_p^{(0)}$	$K_{\epsilon p}^{(0)}$	$\bar{\epsilon}_p^{(0)}$
1	I	0,67	1	3	2,01	0,0007	0,67	1,84	1,23	4,07	2,72
2			1,25	1,93	1,29			1,61	1,08	2,13	1,43
3			1,5	1,52	1,02			1,5	1,005	1,53	1,03
4			2	1,22	0,82			1,22	0,82	1,22	0,82
5			3	1,07	0,72			1,07	0,72	1,07	0,72
6			3,43	1,04	0,7			1,04	0,7	1,04	0,7
7	II	0,85	1	3	2,55	0,0007	0,85	1,59	1,35	4,75	4,04
8	III	0,774	1	3	2,32	0,0008	0,774	1,68	1,3	4,46	3,45
9	IV	0,98	1	3	2,94	0,0009	0,98	1,45	1,42	5,33	5,22

$m^{(0)}$ заменим на $m^{(1)} = m^{(k)}$, величину $\bar{\sigma}_n$ — на $\bar{S}_n$ и α_o — на α_{op} .

По аналогии с (4) и (5) по вычисленным коэффициентам концентрации $K_\varepsilon^{(1)}, K_S^{(1)}$ можно вычислить относительные и абсолютные значения местных напряжений и деформаций (см. табл. 2):

$$\begin{aligned}\bar{S}_{\max}^{(1)} &= \bar{S}_n K_S^{(1)}, \quad \bar{\varepsilon}_{\max}^{(1)} = \bar{\varepsilon}_n K_\varepsilon^{(1)}, \\ \bar{S}_p^{(1)} &= \bar{S}_n K_{Sp}^{(1)}, \quad \bar{\varepsilon}_p^{(1)} = \bar{\varepsilon}_n K_{\varepsilon p}^{(1)}.\end{aligned}\quad (10)$$

На основе этого можно найти амплитуду местной деформации $\bar{e}_a$, а также коэффициенты асимметрии цикла напряжений r_σ и деформаций r_e в зоне концентрации (табл. 2):

$$\begin{aligned}\bar{e}_a &= \frac{\bar{e}^{(0)} - (\bar{e}^{(0)} - 2\bar{\varepsilon}^{(1)})}{2}, \\ r_\sigma &= \frac{2\bar{S}^{(1)} - \bar{\sigma}^{(0)}}{\bar{\sigma}^{(0)}}, \quad r_e = \frac{\bar{e}^{(0)} - 2\bar{\varepsilon}^{(1)}}{\bar{e}^{(0)}}.\end{aligned}\quad (11)$$

Вводя полученные характеристики в уравнение деформационного критерия разрушения, получим выражение, из которого можно определить соответствующую долговечность N до образования трещины [7, 9]:

$$\begin{aligned}e_a &= \frac{1}{4N^{m_e} + \frac{1+r_e}{1-r_e}} \ln \frac{1}{1-\psi_k} + \\ &+ \frac{0,435S_k}{EN^{m_\sigma} \left(1 + 0,4 \frac{1+r_\sigma}{1-r_\sigma}\right)},\end{aligned}\quad (12)$$

где m_e, m_σ — показатели степени кривых циклической прочности ($m_e \approx 0,5, m_\sigma \approx 0,1$). Результаты расчетов для I–IV режимов нагружения для пульсирующих циклов номинальных напряжений $\bar{\sigma}_n$ представлены в табл. 2.

Рассмотрим случай (II) нагружения пластины повторным циклическим нагружением ($r_n = 0$). В этом случае неблагоприятные условия нагружения создаются за счет уменьшения предела текучести σ_T , вызванного возможным рассеянием механических свойств стали в соответствии с нормальным законом распределения (рис. 5) [10]. Это приводит к относительному увеличению номинального нагружающего напряже-

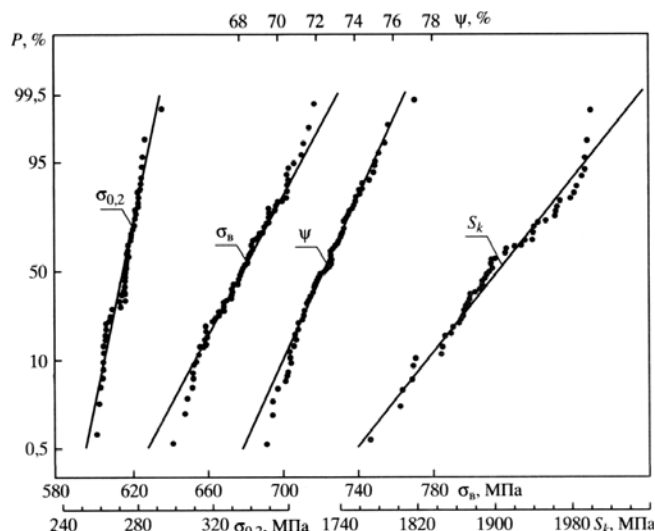


Рис. 5. Функция распределения основных механических свойств стали Х18Н9 при 20 °С (экспериментальные данные)

Fig. 5. Distribution function of the main mechanical properties of steel Kh18N9 at 20 °C (experimental data)

ния до $\bar{\sigma}_n = 0,85$. При принятом коэффициенте вариации $\vartheta_T = 0,07$ и коэффициентах вариации для остальных механических свойств $\vartheta_{0,2} = 0,08$ (для $\sigma_{0,2}$), $\vartheta_{\sigma_b} = 0,06$ (σ_b), $\vartheta_\psi = 0,12$ (ψ_k), $\vartheta_E = 0,02$ (E), $\vartheta_{S_k} = 0,06$ (S_k) новый предел текучести составил $\sigma_T = 164$ МПа (для характеристик механических свойств, соответствующих вероятности $P = 0,1$ %).

В случае III расчетный предел текучести остается, как и в случае I ($\sigma_T = 209$ МПа), но прежняя номинальная нагрузка $\bar{\sigma}_n = 0,67$ увеличится за счет изменения эксплуатационного нагружения с расчетным коэффициентом вариации $\vartheta_\sigma = 0,05$ и составит $\bar{\sigma}_n = 0,774$.

В случае IV предел текучести $\sigma_T = 164$ МПа (как и в случае II) и прежняя повышенная номинальная нагрузка $\bar{\sigma}_n = 0,85$ дополнительно возрастает за счет коэффициента вариации $\vartheta_\sigma = 0,05$ измеренного в эксперименте эксплуатационного нагружения до $\bar{\sigma}_n = 0,98$.

Для каждого варианта, как и в случае I, после исходного нагружения ($k = 0$) проведем разгрузку и определим параметры первого полупериода ($k = 1$) для проведения упругопластического рас-

Таблица 2. Результаты расчетов долговечностей

Table 2. The results of the durability calculations

Вариант	$\bar{\sigma}_n$	e_a	r_e	r_σ	N
I	0,67	0,00104	0,265	-0,626	$2,97 \cdot 10^6$
II	0,85	0,00117	0,34	-0,69	$3,82 \cdot 10^5$
III	0,774	0,00125	0,3	-0,66	$1,14 \cdot 10^6$
IV	0,98	0,0014	0,383	-0,732	$1,59 \cdot 10^5$

чета в целях определения местных деформаций $\bar{\epsilon}_a$ и коэффициентов асимметрии r_e и r_o . Затем по формуле (12) определим долговечность N (см. табл. 2) до образования трещин для наиболее нагруженной точки на краю отверстия ($\rho/a = 1$, $\alpha_{op} = 3$).

Из проведенного анализа следует, что процедуры изменения номинального нагружающего напряжения $\bar{\sigma}_n$ в пределах от допустимого 0,67 до 0,98 приводят к уменьшению долговечности практически в 20 раз (от $2,97 \cdot 10^6$ до $1,59 \cdot 10^5$ циклов). При этом эффект рассеяния основных механических свойств (снижение σ_T и других характеристик) оказывает большее влияние на уменьшение долговечности (в вариантах I и II — в 7,8 раза), чем изменение номинальной нагрузки за счет увеличения эксплуатационного напряжения (в вариантах I, III — в 2,6 раза, в вариантах II, IV — в 2,4 раза). Это говорит о том, что для уточненного определения НДС, циклической прочности и долговечности вышеуказанных элементов конструкции чрезвычайно важно учитывать в расчетах эффект рассеяния основных механических свойств.

Выводы

Результаты анализа [7 – 11] напряженно-деформированного состояния и расчета на прочность тонкой пластины с концентратором в виде кругового отверстия, определенные по деформационным критериям, существенно отличались от полученных традиционным упругим решением. Это относится и к исходному нагружению не только в зоне максимальной концентрации (на контуре отверстия), но и к другим точкам опасного сечения при циклическом нагружении.

По приведенной выше новой методике можно рассчитывать поцикловую кинетику напряжений и деформаций в зонах концентрации (по заданному сечению пластины), а также проводить уточненные расчеты на циклическую долговечность с учетом рассеяния основных механических свойств материала конструкции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кобаев В. П., Махутов Н. А., Гусенков А. П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность. — М.: Машиностроение, 1985. — 223 с.

2. Нейбер Г. Концентрация напряжений. — М. – Л.: Гостехиздат, 1947. — 204 с.
3. Тимошенко С. П. Теория упругости. — М.: ОНТИ ГТТИ, 1934. — 451 с.
4. Савин Г. Н. Распределение напряжений около отверстий. — Киев: Наукова думка, 1968. — 887 с.
5. Кац А. М. Теория упругости. — М.: ГИТТЛ, 1956. — 207 с.
6. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок (ПНАЭ Г-7-002-86 — Правила и нормы в атомной энергетике). — М.: Энергоатомиздат, 1989. — 525 с.
7. Махутов Н. А. Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на прочность. — М.: Машиностроение, 1981. — 272 с.
8. Махутов Н. А. Конструкционная прочность, ресурс и техногенная безопасность. В 2-х ч. — Новосибирск: Наука, 2005. Ч. 1. Критерии прочности и ресурса. — 494 с.; Ч. 2. Обоснование ресурса и безопасности. — 610 с.
9. Махутов Н. А. Прочность и безопасность: фундаментальные и прикладные исследования. — Новосибирск: Наука, 2008. — 528 с.
10. Махутов Н. А., Зацаринный В. В., Романов А. Н. и др. Статистические закономерности малоциклового разрушения. — М.: Наука, 1989. — 252 с.
11. Проблемы прочности, техногенной безопасности и конструкционного материаловедения / Под ред. Н. А. Махутова, Ю. Г. Матвиенко, А. Н. Романова. — М.: ЛЕНАНД, 2018. — 720 с.

REFERENCES

1. Kogaev V. P., Makhutov N. A., Gusenkov A. P. Calculations of machine parts and structures for strength and durability. — Moscow: Mashinostroyeniye, 1985. — 223 p. [in Russian].
2. Naber G. Stress Concentration. — Moscow – Leningrad: Gostekhizdat, 1947. — 204 p. [in Russian].
3. Tymoshenko S. P. Theory of elasticity. — Moscow: ONTI GTTI, 1934. — 451 p. [in Russian].
4. Savin G. N. Stress distribution near the holes. Kiev: Naukova Dumka, 1968. — 887 p. [in Russian].
5. Kats A. M. Theory of elasticity. — Moscow: GITTL, 1956. — 207 p. [in Russian].
6. Design code for the strength of equipment and pipelines of nuclear power installation (PNAE G-7-002-86). — Moscow: Énergoatomizdat, 1989. — 525 p. [in Russian].
7. Makhutov N. A. Deformation criteria for failure and calculation of structural elements for strength. — Moscow: Mashinostroyeniye, 1981. — 272 p. [in Russian].
8. Makhutov N. A. Structural integrity, lifetime and techogenic safety. — Novosibirsk: Nauka, 2005. Part 1. Criteria of strength and resource. — 494 p. [in Russian]; Part 2. Justification of the resource and security. — 610 p. [in Russian].
9. Makhutov N. A. Strength and safety: fundamental and applied research. — Novosibirsk: Nauka, 2008. — 528 p. [in Russian].
10. Makhutov N. A., Zatsarinny V. V., Romanov A. N., et al. Statistical regularities of low-cycle failure. — Moscow: Nauka, 1989. — 252 p. [in Russian].
11. Problems of strength, technogenic safety and structural materials science / A. N. Makhutov, Yu. G. Matvienko, A. N. Romanov, eds. — Moscow: LENAND, 2018. — 720 p. [in Russian].