

DOI: <https://doi.org/10.26896/1028-6861-2019-85-9-66-74>

## МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГРАНИЦ СТАДИИ УСТОЙЧИВОГО РОСТА ТРЕЩИНЫ УСТАЛОСТИ И ПАРАМЕТРОВ УРАВНЕНИЯ ПЭРИСА

© Евгений Ростиславович Голубовский\*, Михаил Евгеньевич Волков, Николай Михайлович Эммаусский

Центральный институт авиационного моторостроения им. П. И. Баранова, Россия; 111116, Москва; ул. Авиамоторная, д. 2; \*e-mail: golubovskiy@ciam.ru, mevolkov@ciam.ru

*Статья поступила 13 июня 2018 г. Поступила после доработки 11 декабря 2018 г.  
Принята к публикации 4 июня 2019 г.*

Представлены метод и процедуры оценки границ второй стадии кинетической диаграммы трещиностойкости, формирования выборки в пределах этих границ и определения по этой выборке параметров  $C$  и  $n$  уравнения Пэриса. Необходимость разработки метода обусловлена отсутствием правил и процедур точного определения границ второй стадии в действующих стандартах и нормативных документах (НД). Сформулированный метод обеспечивает заданную точность определения числа циклов, соответствующего длине трещины усталости на верхней границе второй стадии, полученного при численном интегрировании уравнения Пэриса с найденными значениями параметров  $C$  и  $n$ . Предложенный метод основан на применении двух критериев —  $R^2$  и  $\chi$ . Статистический критерий  $R^2$  характеризует степень отклонения экспериментальных данных от линейного участка кинетической диаграммы трещиностойкости. Параметрический критерий  $\chi$  определяет уровень точности параметров  $C$  и  $n$  уравнения Пэриса. Этот уровень задается путем сравнительной оценки экспериментальной и расчетной длин трещины  $l$ , а также числом циклов  $N$ , полученных при интегрировании уравнения Пэриса в пределах установленных нижней и верхней границ интервала устойчивого роста трещины усталости. Применение метода показано на примере экспериментальных данных, полученных при испытаниях образцов из титанового сплава ВТ9, никелевого деформируемого сплава ЭИ437БУ и гранулированного никелевого сплава ЭП741НП (гранулы до 140 мкм) при комнатной и повышенных температурах. Применение метода свидетельствует о том, что экспериментальные и расчетные кривые  $l - N$ , полученные численным интегрированием уравнения Пэриса, расходятся на величину менее заданного значения критерия  $\chi \leq 3\%$ , что отличается от найденных согласно НД.

**Ключевые слова:** скорость роста трещины усталости; кинетическая диаграмма трещиностойкости (КДТ); метод определения границ стадии устойчивого роста трещины; параметры  $C$  и  $n$  уравнения Пэриса.

## A METHOD FOR DETERMINATION OF THE BOUNDARIES OF THE STAGE OF STEADY FATIGUE CRACK GROWTH AND PARAMETERS OF PARIS EQUATION

© Evgeny R. Golubovskiy, Mikhail E. Volkov, Nikolay M. Emmausskiy

Central Institute of Aviation Motors, Aviamotornaya ul., 2, Moscow, 111116, Russia;  
\*e-mail: golubovskiy@ciam.ru, mevolkov@ciam.ru

*Received June 13, 2018. Revised December 11, 2018. Accepted June 4, 2019.*

A method and procedures for determining the boundaries of the second stage of the kinetic crack resistance diagram or fracture toughness kinetic diagram, sample formation within the aforementioned boundaries and determination of the parameters  $C$  and  $n$  of the Paris equation from the sample are presented. The necessity of developing the method is attributed to the lack of rules and procedures for accurate determination of the boundaries of the second stage in the current standards and regulatory document (RD). The proposed method provides a given accuracy of determination of the number of cycles corresponding to the length of the fatigue crack at the upper boundary of the second stage obtained by numerical integration of the Paris equation with the found values of the parameters  $C$  and  $n$ . The developed method is based on the application of two criteria  $R^2$  and  $\chi$ . Statistical criterion  $R^2$  characterizes a degree of deviation of the experimental data from the linear fragment of the kinetic fracture toughness diagram. Parametric criterion  $\chi$  specifies the level of accuracy of the parameters  $C$  and  $n$  of the Paris equation. This level is set through a comparative evaluation of the experimental and calculated crack length  $l$  and the number of cycles  $N$ , obtained by integration of the Paris equation within the specified lower and upper limits of the interval of the stable growth of fatigue crack. Application of the method is shown by the

example of the experimental data obtained when testing samples of VT9 titanium alloy, deformable nickel alloy EI437BU and granular nickel alloy EP741NP (granules up to 140  $\mu\text{m}$ ) at room and elevated temperatures. Application of the method indicates that the experimental and calculated curves “ $l - N$ ” obtained by numerical integration of the Paris equation differ by less than the specified value of the criterion  $\chi \leq 3\%$ , in contrast to the results obtained in accordance to the recommendations of the regulatory documents.

**Keywords:** fatigue crack growth rate; kinetic crack resistance diagram; a method for determining the boundaries of the stage of stable crack growth; parameters  $C$  and  $n$  of the Paris equation.

## Введение

Одним из определяющих факторов, которые необходимо учитывать при установлении ресурса основных деталей авиационных двигателей (дисков, валов, корпусов из никелевых и титановых сплавов и высокопрочных сталей), является сопротивление материала детали развитию усталостной трещины. В качестве такого фактора рассматривается скорость развития трещины усталости (СРТУ) на стадии ее устойчивого роста (вторая стадия) кинетической диаграммы трещиностойкости (КДТ) (рис. 1), которая описывается уравнением Пэриса – Эрдогана:

$$dl/dN = C(\Delta K)^n, \quad (1)$$

или после логарифмирования —

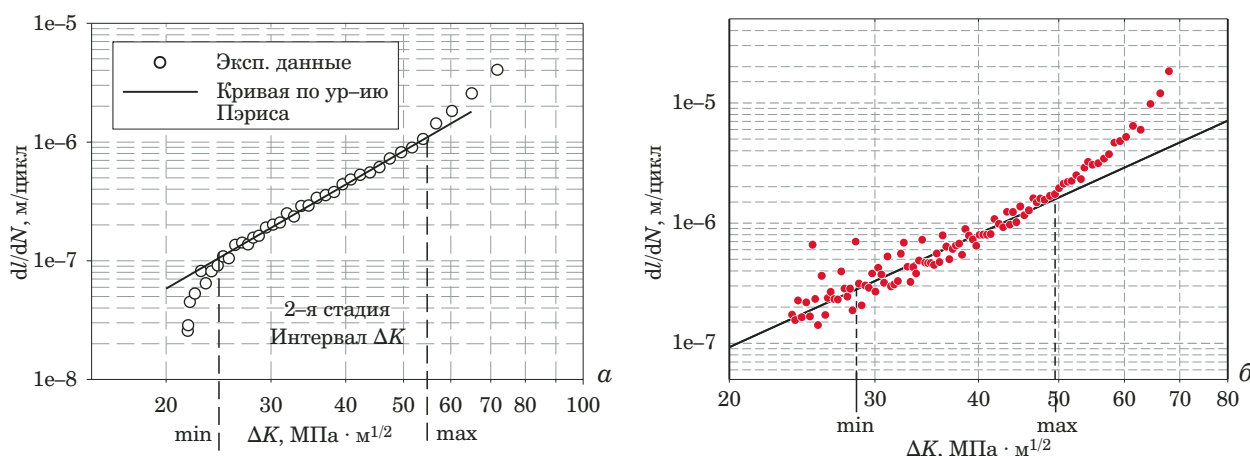
$$\log(dl/dN) = \log C + n \log \Delta K, \quad (1')$$

где  $l$  — длина трещины;  $N$  — число циклов нагружения;  $\Delta K$  — размах коэффициента интенсивности напряжений.

Параметры уравнения  $C$  и  $n$  определяются методом наименьших квадратов по выборке экспериментальных значений  $\{(dl/dN)_i; (\Delta K)_i\}$ , которые находятся в пределах границ  $\{(dl/dN)_{\min}; (\Delta K)_{\min}\}$  и  $\{(dl/dN)_{\max}; (\Delta K)_{\max}\}$  (см. рис. 1).

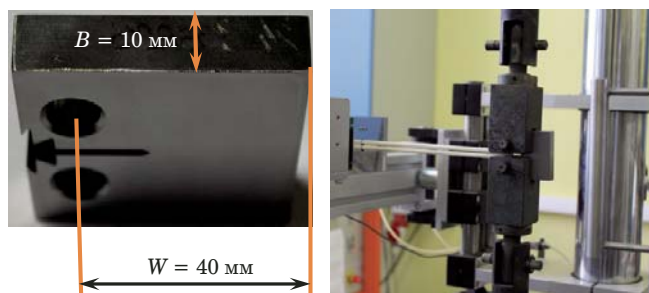
В результате интегрирования уравнения (1) в интервале  $\{\Delta K_{\min}; \Delta K_{\max}\}$  определяется число циклов, в течение которых трещина достигнет критической длины  $l_{\text{крит}}$ , регламентированной НД. Точность определения указанного числа циклов при интегрировании зависит от значений параметров  $C$  и  $n$ , а точность определения этих параметров — от выборки экспериментальных значений, ограниченной нижней ( $\min$ ) и верхней ( $\max$ ) границами второй стадии. Таким образом, точность определения границ  $\{(dl/dN)_{\min}; (\Delta K)_{\min}\}$  и  $\{(dl/dN)_{\max}; (\Delta K)_{\max}\}$  обусловлена объемом и представительностью выборки экспериментальных значений  $\{(dl/dN)_i; (\Delta K)_i\}$ , по которой определяются параметры  $C$  и  $n$ .

В работах [1, 2] детально рассмотрены результаты унификации методов испытаний на трещиностойкость за последние 50 лет и сформулированы проблемные вопросы, связанные с инженерным применением критериев механики трещин. Однако до настоящего времени вопросы точного определения границ второй стадии не рассматривались в соответствующих нормативных документах (НД) [3 – 6]. Например, в [4] отмечается, что вторая стадия кинетической диаграммы находится в границах  $10^{-5} < dl/dN < 10^{-3}$  мм/цикл, т.е. границы начала и конца вто-



**Рис. 1.** Типы КДТ:  $a$  — классическая,  $b$  — реальная экспериментальная; точки — экспериментальные значения, сплошная линия — аппроксимирующая кривая по уравнению Пэриса в пределах второй стадии; пунктирные линии ( $\min$  и  $\max$ ) — границы второй стадии

**Fig. 1.** Types of kinetic crack resistance diagram:  $a$  — classic;  $b$  — real experimental; points — experimental values; solid line — approximating curve obtained according to the Paris equation within the limits of the second stage; dotted lines ( $\min$  and  $\max$ ) — boundaries of the second stage



**Рис. 2.** Компактный образец (а) и испытания образца на СРТУ (б) на сервогидравлической машине LFV-100

**Fig. 2.** Compact specimen (a) and specimen tests for FCG (b) on a LFV-100 servohydraulic machine

рой стадии кинетической диаграммы обозначены ориентировочно. В работе [7] предложен способ определения границ второй стадии и формирования выборки в рамках этих границ, но он, по нашему мнению, не отражает статистической природы формирования выборки экспериментальных данных  $\{(dl/dN)_i; (\Delta K)_i\}$  в указанных границах.

С учетом перечисленных выше обстоятельств в данной работе предложен метод определения с заданной точностью границ второй стадии, формирования выборки экспериментальных значений  $\{(dl/dN)_i; (\Delta K)_i\}$  в пределах этих границ и определения параметров  $C$  и  $n$  уравнения (1) с применением статистического  $R^2$  и параметрического  $\chi$  критериев.

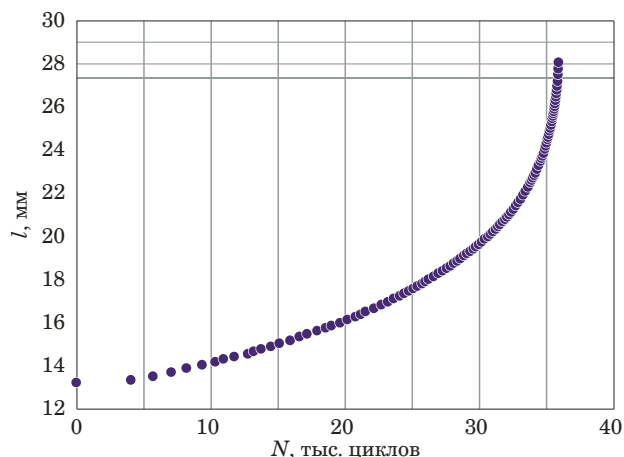
Ниже показаны процедуры формирования общей выборки  $\{(dl/dN)_i; (\Delta K)_i\}$  по результатам испытаний на СРТУ компактного образца с начальной трещиной (рис. 2) при внецентренном циклическом нагружении. Методика испытаний подробно изложена в работе [8].

### Метод обработки результатов

В результате испытаний образца с начальной трещиной  $l_0$  [ $l_0 = (l_{\text{надреза}} + l_{\text{нач.трещ.}})$ ] при постоянных температуре ( $T = \text{const}$ ) и размахе приложенной нагрузки ( $\Delta P = \text{const}$ ) с постоянным коэффициентом асимметрии  $R(P) = P_{\min}/P_{\max} = \text{const}$  в соответствии с требованиями стандартов [3–6] получают (рис. 3) зависимость длины трещины усталости  $l_k$  от числа циклов нагружения  $N_k$ :

| Номер измерения $k$ | Длина трещины $l_k$ | Число циклов $N_k$ |
|---------------------|---------------------|--------------------|
| 0                   | $l_0$               | $N_0 = 0$          |
| 1                   | $l_1$               | $N_1$              |
| 2                   | $l_2$               | $N_2$              |
| ...                 | ...                 | ...                |
| $m$                 | $l_m$               | $N_m$              |

Здесь  $k = 0, 1, 2, \dots, m$  — порядковый номер измерения длины трещины в образце и соответствующее ему число циклов  $N_k$ ;  $N_m$  — число цик-



**Рис. 3.** Выборка результатов измерения длины трещины усталости в зависимости от числа циклов нагружения при испытании компактного образца с начальной трещиной  $l_0$  на СРТУ

**Fig. 3.** Sampling of fatigue crack length measurements as a function of the number of loading cycles during the FCG test of the compact specimen with the initial crack

лов, соответствующее разрушению образца или соответствующее заданной в испытаниях длине трещины  $l_m$ .

Полученные результаты (см. рис. 3) используют для определения значений скорости роста трещины  $(dl/dN)$  и размаха коэффициента интенсивности напряжений  $(\Delta K)$  для каждого интервала между двумя результатами измерений с номерами  $k$  и  $k + 1$ .

Экспериментальные значения  $(dl/dN)_i$  и  $\Delta K_i$  вычисляют по формулам [4–6]:

$$(dl/dN)_i = (\Delta l_i)/(\Delta N_i), \quad (2)$$

$$\Delta K_i = \frac{\Delta P(2 + \alpha_i)}{B\sqrt{W}(1 - \alpha_i)^{3/2}} \times$$

$$\times (0,886 + 4,64\alpha_i - 13,32\alpha_i^2 + 14,72\alpha_i^3 - 5,6\alpha_i^4), \quad (3)$$

где  $B$  — толщина образца;  $W$  — ширина образца;  $\alpha_i = W/l_i$ ;  $l_i = (l_k + l_{k+1})/2$ ;  $\Delta l_i = (l_{k+1} - l_k)$ ;  $\Delta N_i = (N_{k+1} - N_k)$ , ( $i = 1, 2, \dots, m$ ;  $i = k + 1$ ).

Экспериментальные данные, полученные при испытании образца на СРТУ, и результаты их первичной обработки по формулам (2), (3) представлены в табл. 1.

В качестве критерия  $R^2$  использовали величину  $r^2$  («коэффициент корреляции» в программе Sigma Plot), или  $R^2$  («коэффициент детерминированности» в приложении MS Excel в ОС Windows 7–10), которая определяется как

$$R^2 = 1 - \Sigma_1/\Sigma_2, \quad (4)$$

$$\text{где } \Sigma_1 = \sum_j^m (Y_j - y_j)^2; \Sigma_2 = \sum_j^m Y_j^2 - \frac{1}{m} \left( \sum_j^m Y_j \right)^2$$

( $m$  — объем выборки экспериментальных дан-

ных, по которой находят значения коэффициентов  $\log C$  и  $n$  уравнения регрессии (1');  $Y_j = \log(dI/dN)_i$  — экспериментальное значение;  $y_j = \log(dI/dN)_i$  — расчетное значение, полученное из уравнения (1') с численными коэффициентами  $\log C$  и  $n$ ).

Следует отметить, что  $\Sigma_1$  представляет собой сумму квадратов отклонений экспериментальных точек  $\{\log(dI/dN)_j; \log(\Delta K)_j\}$  от уравнения регрессии (1'), представленного в виде прямой в логарифмической системе координат. Эта же сумма используется при оценке выборочной дисперсии  $D(Y_j)$ , характеризующей отклонение экспериментальных данных от уравнения регрессии [9]:

$$D(Y_i) = \frac{1}{m-d-1} \sum_{j=1}^m (Y_i - y_i)^2, \quad (5)$$

где  $d$  — количество значимых коэффициентов регрессии.

Как следует из соотношений (4), область изменения критерия  $R^2$  находится в пределах  $0 \leq R^2 \leq 1$ , т.е. чем точнее регрессия (1') аппроксимирует экспериментальные данные, тем ближе значение критерия  $R^2$  к единице.

В качестве параметрического критерия  $\chi$  используется параметр точности определения значений коэффициентов  $C$  и  $n$  уравнения (1):

$$\chi = (\Delta N_{\text{эксп}} - \Delta N_{\text{расч}}) / \Delta N_{\text{эксп}} \cdot 100 \%, \quad (6)$$

где  $\Delta N_{\text{эксп}} = N_{\text{эксп}}^{\text{max}} - N_{\text{эксп}}^{\text{min}}$ ,  $\Delta N_{\text{расч}} = N_{\text{расч}}^{\text{max}} - N_{\text{расч}}^{\text{min}}$ .

Значения  $N_{\text{эксп}}^{\text{max}}$ ,  $N_{\text{эксп}}^{\text{min}}$  находят из первичной экспериментальной кривой  $l_i - N_i$  для границ интервала второй стадии (см. табл. 1),  $N_{\text{расч}}^{\text{max}}$ ,  $N_{\text{расч}}^{\text{min}}$  — методом численного интегрирования уравнения (1) с установленными значениями параметров  $C$  и  $n$  для границ интервала второй стадии. Параметр  $\chi$  представляет собой количественную оценку расхождения расчетной и экспериментальной кривой в точке кинетической

диаграммы, соответствующей верхней границе интервала второй стадии. В данном случае принято, что эта оценка не должна превышать 3 %, т.е.  $\chi \leq 3 \%$  (значение параметра  $\chi$  задается в зависимости от условий конкретной поставленной задачи).

Для определения нижней и верхней границ интервала второй стадии выполняют следующие процедуры.

1. По общей выборке объемом  $m$  (см. табл. 1) определяют значения параметров  $C$  и  $n$  методом наименьших квадратов (с применением приложения Excel или программы Sigma Plot), и для этой выборки (табл. 2) регистрируют величину  $R^2(m)$ .

2. Из общей выборки исключают экспериментальное значение с номером  $i = 1$ , а для оставшейся выборки объемом  $(m - 1)$  определяют значения  $C$ ,  $n$  и  $R_i^2$ , которое сравнивают с предыдущим. Если  $R_{i=1}^2 = R^2(m - 1) \geq R^2(m)$ , то повторяют процедуру исключения данных следующего номера  $i = 2$  из выборки объемом  $(m - 1)$  и определения  $C$ ,  $n$  и  $R_{i=2}^2 = R^2(m - 2)$ . Эту процедуру исключения экспериментальных значений с последующими номерами повторяют последовательно до тех пор, пока не будет выполнено соотношение  $R_p^2 \leq R_{p-1}^2$ . Таким образом, будет определена нижняя (минимальная) граница — экспериментальное значение с номером  $i = p - 1$ .

3. Для определения верхней границы используют выборку, которая сформирована после определения нижней границы. Из этой выборки исключают экспериментальное значение с номером  $i = m$ . Для оставшейся выборки находят значение  $R_{i=m}^2$  и сравнивают его с предыдущим  $R_{p-1}^2$ . Эти итерации повторяют до тех пор, пока не будет выполнено соотношение  $R_q^2 \leq R_{q-1}^2$ . Таким образом, будет определена верхняя (максимальная) граница — экспериментальное значение с номером  $i = q - 1$ .

**Таблица 1.** Экспериментальные данные и результаты их обработки

**Table 1.** Experimental data and results of their processing

| $k$ | $l_k$      | $N_k$      | $i$ | $\Delta l_i$ | $\Delta N_i$ | $(dI/dN)_i = \Delta l_i / \Delta N_i$ | $l_i$      | $N_i$      | $\Delta K_i$        |
|-----|------------|------------|-----|--------------|--------------|---------------------------------------|------------|------------|---------------------|
| 0   | $l_0$      | $N_0 = 0$  | —   | —            | —            | —                                     | —          | —          | —                   |
| 1   | $l_1$      | $N_1$      | 1   | $\Delta l_1$ | $\Delta N_1$ | $\Delta l_1 / \Delta N_1$             | $l_1$      | $N_1$      | $\Delta K_1$        |
| 2   | $l_2$      | $N_2$      | 2   | $\Delta l_2$ | $\Delta N_2$ | $\Delta l_2 / \Delta N_2$             | $l_2$      | $N_2$      | $\Delta K_2$        |
| ... | ...        | ...        | ... | ...          | ...          | ...                                   | ...        | ...        | ...                 |
|     | $l_{\min}$ | $N_{\min}$ |     |              |              | $(dI/dN)_{\min}$                      | $l_{\min}$ | $N_{\min}$ | $(\Delta K)_{\min}$ |
| ... | ...        | ...        | ... | ...          | ...          | ...                                   | ...        | ...        | ...                 |
|     | $l_{\max}$ | $N_{\max}$ |     |              |              | $(dI/dN)_{\max}$                      | $l_{\max}$ | $N_{\max}$ | $(\Delta K)_{\max}$ |
| ... | ...        | ...        | ... | ...          | ...          | ...                                   | ...        | ...        | ...                 |
| $m$ | $l_m$      | $N_m$      | $m$ | $\Delta l_m$ | $\Delta N_m$ | $\Delta l_m / \Delta N_m$             | $l_m$      | $N_m$      | $\Delta K_m$        |

**Таблица 2.** Результаты выполнения процедур пп. 1 – 4 при обработке выборки экспериментальных данных  $[(dl/dN)_i; \Delta K_i]$ **Table 2.** The results of accomplishing the procedures 1 – 4, when processing the experimental data sample  $[(dl/dN)_i; \Delta K_i]$ 

| Наименование процедуры                                                     | Номер итерации в процедуре | Объем выборки | $A^*$ | $B^*$ | $C, \times 10^{-13}$ | $n$   | Значение $R^{2**}$                                       | $\chi, \%$ |
|----------------------------------------------------------------------------|----------------------------|---------------|-------|-------|----------------------|-------|----------------------------------------------------------|------------|
| Определение $R^2$ и параметров $\log C$ и $n$ для нижней (min) границы КДТ | 1                          | 122           | 0     | —     | 2,227                | 4,552 | $R^2(1)_1 = 0,9696$                                      | 6,33       |
|                                                                            | 2                          | 121           | 1     | —     | 2,658                | 4,499 | $R^2(1)_2 = 0,97532$                                     | —          |
|                                                                            | 3                          | 120           | 2     | —     | —                    | —     | $R^2(1)_3 = 0,97530$<br>$R^2(1)_3 \leq R^2(1)_2$         | —          |
| Определение верхней (max) границы КДТ                                      | 1                          | 121           | —     | 0     | 2,658                | 4,499 | $R^2(2)_1 = 0,97532$                                     | —          |
|                                                                            | 2                          | 120           | —     | 1     | —                    | —     | $R^2(2)_2 = 0,9771$                                      | —          |
|                                                                            | 3                          | 119           | —     | 2     | —                    | —     | $R^2(2)_3 = 0,9781$                                      | —          |
|                                                                            | 4                          | 118           | —     | 3     | —                    | —     | $R^2(2)_4 = 0,9783$                                      | —          |
|                                                                            | 5                          | 117           | —     | 4     | —                    | —     | $R^2(2)_5 = 0,9787$                                      | —          |
|                                                                            | 6                          | 116           | —     | 5     | —                    | —     | $R^2(2)_6 = 0,9789$                                      | —          |
|                                                                            | 7                          | 115           | —     | 6     | —                    | —     | $R^2(2)_7 = 0,9790$                                      | —          |
|                                                                            | 8                          | 114           | —     | 7     | —                    | —     | $R^2(2)_8 = 0,9791$                                      | —          |
|                                                                            | 9                          | 113           | —     | 8     | —                    | —     | $R^2(2)_9 = 0,9792$                                      | —          |
|                                                                            | 10                         | 112           | —     | 9     | —                    | —     | $R^2(2)_{10} = 0,9795$                                   | —          |
|                                                                            | 11                         | 111           | —     | 10    | 7,408                | 4,148 | $R^2(2)_{11} = 0,9797$                                   | —          |
|                                                                            | 12                         | 110           | —     | 11    | —                    | —     | $R^2(2)_{12} = 0,9796$<br>$R^2(2)_{12} \leq R^2(2)_{11}$ | —          |
| Результаты интегрирования                                                  | —                          | 111           | 1     | 10    | 7,408                | 4,148 | $R^2(2)_{11} = 0,9797$                                   | 1,72       |
| Результаты по ОСТ 1 92127–90                                               | —                          | 95            | 1     | 26    | 14,65                | 3,910 | 0,9696                                                   | 4,26       |

\*  $A$  — количество исключенных значений снизу из исходной выборки;  $B$  — количество исключенных значений сверху из исходной выборки.

\*\* Значения  $R^2(1)_j$  соответствуют значениям критерия  $R^2$  с исключением точек снизу при определении нижней границы второй стадии, а  $R^2(2)_j$  — с исключением точек сверху при определении верхней границы второй стадии.

4. По оставшейся выборке экспериментальных данных с номерами  $i$  (где  $i = p - 1, p, p + 1, \dots, q - 1$ ) определяют параметры  $C$  и  $n$ . В результате численного интегрирования уравнения (1) с шагом  $\Delta l = 0,1$  мм в пределах установленных нижней и верхней границ получают расчетную кривую  $l - N$ . Эту кривую сравнивают с экспериментальной кривой и определяют значение критерия  $\chi$  по формуле (4). Если  $\chi > 3 \%$ , то с оставшейся выборкой вновь последовательно выполняют процедуры по пп. 2 и 3 до тех пор, пока критерий  $\chi$  не будет иметь значение  $\chi \leq 3 \%$ .

Таким образом, в результате выполнения процедур по пп. 1 – 4 находят экспериментальные значения нижней  $\{(dl/dN)_{\min}; (\Delta K)_{\min}\}$  и верхней  $\{(dl/dN)_{\max}; (\Delta K)_{\max}\}$  границ второй стадии, т.е. формируют выборку, по которой определяют значения параметров  $C$  и  $n$  уравнения Пэ-риса с заданным уровнем точности.

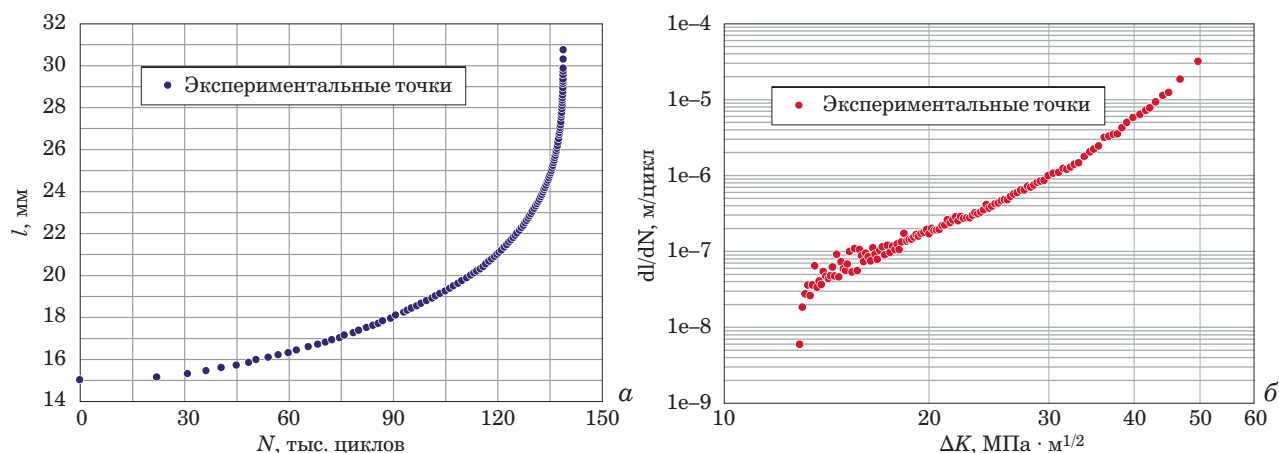
### Полученные результаты и их обсуждение

Приведем результаты применения детальных процедур предложенного метода на примере испытаний на СРТУ компактного образца (см.

рис. 2) из титанового сплава ВТ9 [10]. Кроме того, покажем результаты определения границ второй стадии и значений параметров  $C$  и  $n$  с помощью данного метода для образцов из никелевого деформируемого сплава ЭИ437БУ [10] и никелевого гранулированного сплава ЭП741НП (гранулы до 140 мкм) [10].

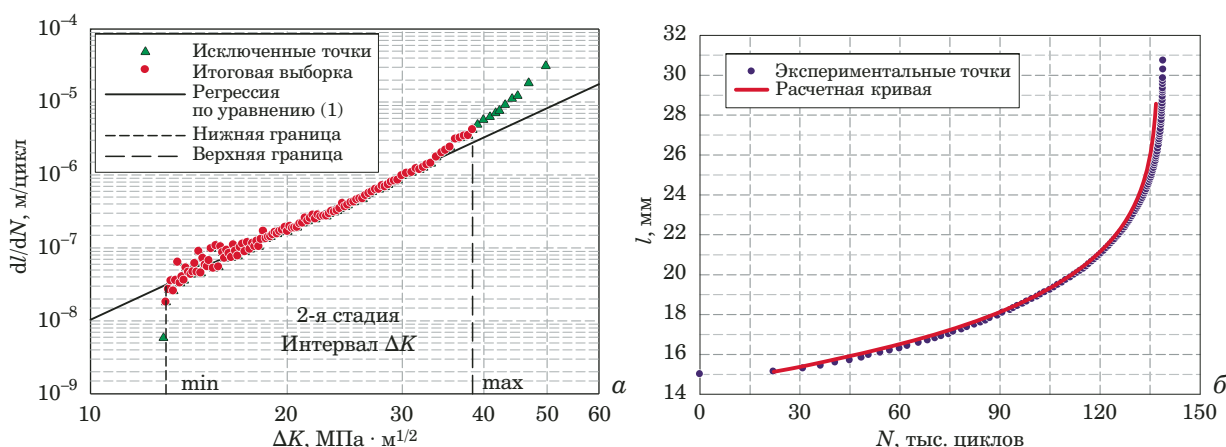
Размеры образца из сплава ВТ9 —  $52 \times 50 \times 10$  мм,  $l_0 = 13,84$  мм,  $l_{\text{надреза}} = 12$  мм; режим испытаний  $T = 20$  °С;  $R(P) = 0,1$ ;  $P_{\max} = 4,5$  кН;  $f = 5$  Гц.

Начальную трещину на образце выращивали на высокочастотной испытательной машине Amsler-100. Испытания на СРТУ проводили на сервогидравлической машине LFV-100 с регистрацией изменения длины трещины в процессе испытаний по датчику раскрытия трещины (датчик податливости — тип EP 3548 COD) и с использованием штатного пакета программ DION-ΔK. До начала испытаний образца с начальной трещиной  $l_0$  датчиком податливости задавали шаг регистрации удлинения трещины  $\Delta l_i \geq 0,1$  мм в процессе испытаний и вводили значение конечной длины трещины  $l_m = 30,5$  мм,



**Рис. 4.** Экспериментальные зависимости длины трещины от числа циклов нагружения (а) и скорости роста трещины от размаха КИН (б)

**Fig. 4.** Experimental dependences of the crack length on the number of loading cycles (a) and crack growth rate on the stress intensity amplitude (b)



**Рис. 5.** КДТ — регрессия по уравнению (1) для второй стадии (а) и экспериментальная и расчетная кривые  $l - N$  (б) для сплава ВТ9 ( $T = 20^\circ\text{C}$ ,  $f = 5$  Гц,  $P_{\max} = 4,5$  кН,  $R(P) = 0,1$ ,  $\log C = -12,130$ ,  $n = 4,148$ ,  $\Delta K_{\min} = 13,05$  МПа  $\cdot$  м $^{0,5}$ ,  $\Delta K_{\max} = 38,45$  МПа  $\cdot$  м $^{0,5}$ ,  $R^2 = 0,9797$ ,  $\chi = 1,72$  %)

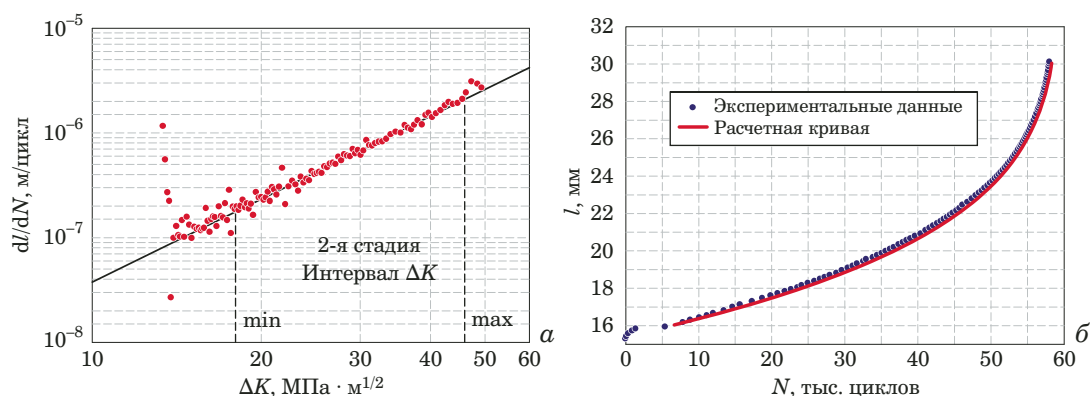
**Fig. 5.** Kinetic crack-resistance diagram: regression according to the equation (1) for the second stage (a) and experimental and calculated curves “ $l - N$ ” (b) Ti-based VT9 alloy ( $T = 20^\circ\text{C}$ ,  $f = 5$  Hz,  $P_{\max} = 4.5$  kN,  $R(P) = 0.1$ ,  $\log C = -12.130$ ,  $n = 4.148$ ,  $\Delta K_{\min} = 13.05$  MPa  $\cdot$  m $^{0.5}$ ,  $\Delta K_{\max} = 38.45$  MPa  $\cdot$  m $^{0.5}$ ,  $R^2 = 0.9797$ ,  $\chi = 1.72\%$ )

при котором испытание образца должно останавливаться (если образец не разрушался ранее).

На рис. 4, а в координатах  $l_k - N_k$  приведены результаты регистрации длины трещины  $l_k$  в зависимости от числа циклов нагружения  $N_k$  в процессе испытаний этого образца на СРТУ. На рис. 4, б в координатах  $(dl/dN)_i - \Delta K_i$  представлена вся выборка экспериментальных значений скорости роста трещины усталости  $(dl/dN)_i$  и соответствующие им величины размаха КИН  $\Delta K_i$  (см. табл. 1), полученные обработкой данных рис. 4, а по формулам (2), (3). Объем выборки экспериментальных значений  $(dl/dN)_i$ ;  $\Delta K_i$ , которые нанесены на рис. 4, б, составляет  $m = 122$  (т.е.  $i = 1, 2, \dots, 122$ ).

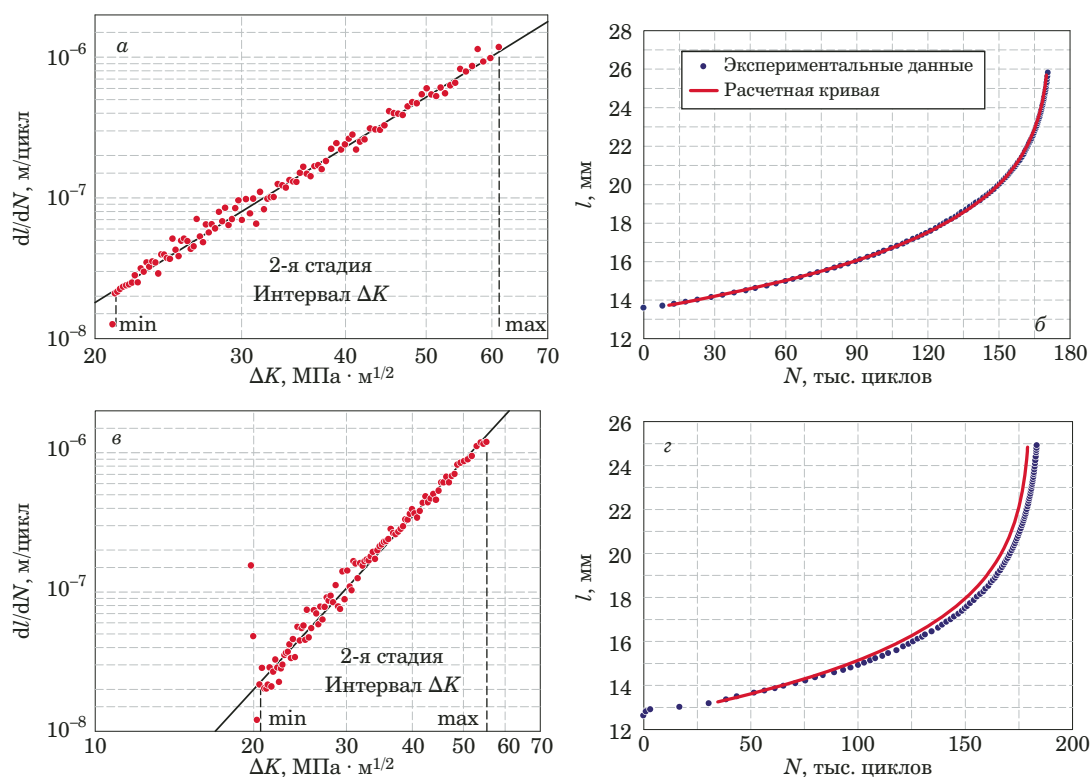
В табл. 2 приведены результаты применения процедур, перечисленных в пп. 1 – 4, для этого образца. Здесь определены нижняя и верхняя границы второй стадии с исключением нижних и верхних точек из общей выборки. Исключенные точки показаны на рис. 5, а (зеленые треугольники). Сформирована выборка по оставшемуся массиву данных (объемом  $m_1 = 111$  точек), по которой найдены значения  $C$  и  $n$ , построен линейный участок второй стадии КДТ (см. рис. 5, а). Методом численного интегрирования уравнения (1) с шагом  $\Delta l = 0,1$  построена расчетная кривая  $l - N$  (на рис. 5, б показана красным цветом).

Результаты определения критерия  $\chi$  (см. табл. 2), проиллюстрированные на рис. 5, б, свидетельствуют о том, что расхождение между экс-



**Рис. 6.** Результаты обработки экспериментальных данных по СРТУ титанового сплава ВТ9:  $T = 400^\circ\text{C}$ ;  $f = 5$  Гц;  $P_{\max} = 4,5$  кН;  $R(P) = 0,1$ ;  $\log C = -9,976$ ;  $n = 2,582$ ;  $\Delta K_{\min} = 17,82$  МПа  $\cdot$  м $^{0,5}$ ;  $\Delta K_{\max} = 46,34$  МПа  $\cdot$  м $^{0,5}$ ;  $R^2 = 0,9766$ ;  $\chi = 0,48\%$

**Fig. 6.** The results of experimental data processing for cyclic crack resistance of a VT9 Ti-based alloy:  $T = 400^\circ\text{C}$ ;  $f = 5$  Hz;  $P_{\max} = 4.5$  kN;  $R(P) = 0.1$ ;  $\log C = -9.976$ ;  $n = 2.582$ ;  $\Delta K_{\min} = 17.82$  MPa  $\cdot$  m $^{0.5}$ ;  $\Delta K_{\max} = 46.34$  MPa  $\cdot$  m $^{0.5}$ ;  $R^2 = 0.9766$ ;  $\chi = 0.48\%$

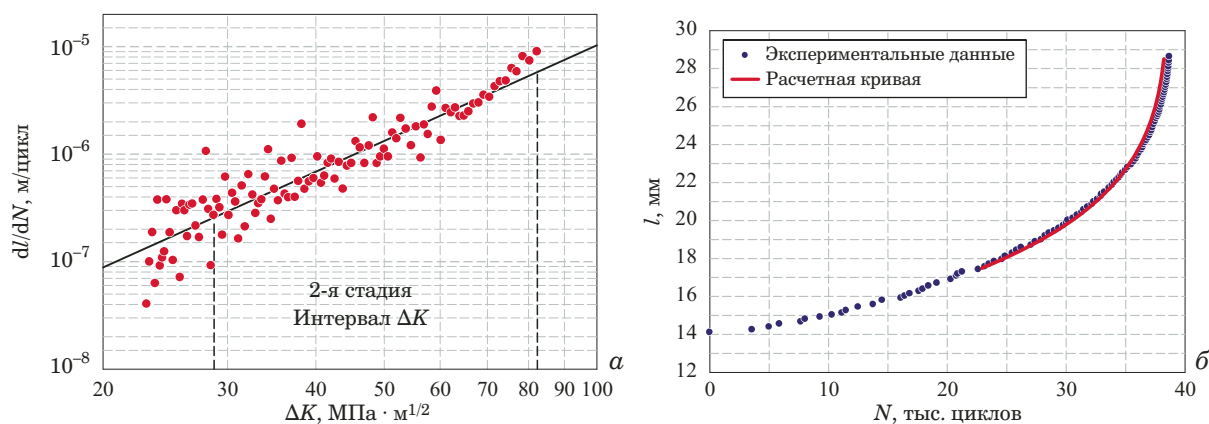


**Рис. 7.** Результаты обработки экспериментальных данных по СРТУ никелевого деформируемого сплава ЭИ437БУ:  $a, b$  —  $T = 20^\circ\text{C}$ ,  $f = 5$  Гц,  $P_{\max} = 7,0$  кН,  $R(P) = 0,1$ ,  $\log C = -12,515$ ,  $n = 3,668$ ,  $\Delta K_{\min} = 21,16$  МПа  $\cdot$  м $^{0,5}$ ,  $\Delta K_{\max} = 61,25$  МПа  $\cdot$  м $^{0,5}$ ,  $R^2 = 0,9906$ ,  $\chi = 0,4\%$ ;  $c, d$  —  $T = 300^\circ\text{C}$ ,  $f = 5$  Гц,  $P_{\max} = 7,0$  кН,  $R(P) = 0,1$ ,  $\log C = -13,062$ ,  $n = 4,123$ ,  $\Delta K_{\min} = 20,55$  МПа  $\cdot$  м $^{0,5}$ ,  $\Delta K_{\max} = 55,44$  МПа  $\cdot$  м $^{0,5}$ ,  $R^2 = 0,9869$ ,  $\chi = 2,41\%$

**Fig. 7.** The results of experimental data processing for cyclic crack resistance of an EI437BU nickel deformable alloy:  $a, b$  —  $T = 20^\circ\text{C}$ ,  $f = 5$  Hz,  $P_{\max} = 7.0$  kN,  $R(P) = 0.1$ ,  $\log C = -12.515$ ,  $n = 3.668$ ,  $\Delta K_{\min} = 21.16$  MPa  $\cdot$  m $^{0.5}$ ,  $\Delta K_{\max} = 61.25$  MPa  $\cdot$  m $^{0.5}$ ,  $R^2 = 0.9906$ ,  $\chi = 0.4\%$ ;  $c, d$  —  $T = 300^\circ\text{C}$ ,  $f = 5$  Hz,  $P_{\max} = 7.0$  kN,  $R(P) = 0.1$ ,  $\log C = -13.062$ ,  $n = 4.123$ ,  $\Delta K_{\min} = 20.55$  MPa  $\cdot$  m $^{0.5}$ ,  $\Delta K_{\max} = 55.44$  MPa  $\cdot$  m $^{0.5}$ ,  $R^2 = 0.9869$ ,  $\chi = 2.41\%$

периментальной и расчетной кривыми в точке, соответствующей верхней границе (max), составляет не более 1,72 %, т.е. параметры  $C$  и  $n$  определены с точностью, соответствующей значению критерия  $\chi = 1,72\% < 3\%$ .

Подтверждением преимуществ предложенного метода являются результаты обработки экспериментальных данных, которые получены с применением рекомендаций по оценке границ второй стадии, изложенных в [4] (см. табл. 2,



**Рис. 8.** Результаты обработки экспериментальных данных по СРТУ никелевого гранулированного сплава ЭП741НП (140 мкм):  $T = 500\text{ }^{\circ}\text{C}$ ;  $f = 5\text{ Гц}$ ;  $P_{\max} = 8,0\text{ кН}$ ;  $R(P) = 0,1$ ;  $R^2 = 0,8613$ ;  $\chi = 2,96\%$ ;  $\log C = -11,903$ ;  $n = 2,958$ ;  $\Delta K_{\min} = 28,71\text{ МПа} \cdot \text{м}^{0,5}$ ;  $\Delta K_{\max} = 82,36\text{ МПа} \cdot \text{м}^{0,5}$

**Fig. 8.** The results of experimental data processing for cyclic crack resistance of an EP741NP Ni-based granular alloy:  $T = 500^{\circ}\text{C}$ ;  $f = 5\text{ Hz}$ ;  $P_{\max} = 8.0\text{ kN}$ ;  $R(P) = 0.1$ ;  $\log C = -11.903$ ;  $n = 2.958$ ;  $\Delta K_{\min} = 28.71\text{ MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$ ;  $\Delta K_{\max} = 82.36\text{ MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$ ;  $R^2 = 0.8613$ ;  $\chi = 2.96\%$

последняя строка). При обработке результатов испытаний по рекомендациям стандарта [4] критерий  $\chi = 4,26\%$ , т.е. в данном случае расхождение расчета с экспериментом более чем в два раза превосходит полученные предложенным методом.

На рис. 6 – 8 показаны результаты применения предложенного метода для обработки результатов испытаний на СРТУ при комнатной и повышенных температурах образцов из титанового сплава ВТ9, а также никелевых сплавов ЭИ437БУ и ЭП741НП. Образцы были изготовлены из заготовок дисков компрессора и турбины АГТД.

В подписуточных подписях к рис. 6 – 8, как и к рис. 5, приведены режимы испытаний: температура  $T$ ,  $^{\circ}\text{C}$ ; частота нагружения  $f$ ; максимальная нагрузка в цикле  $P_{\max}$ ; коэффициент асимметрии нагрузки в цикле  $R(P)$ ; значения нижней  $\Delta K_{\min}$  и верхней  $\Delta K_{\max}$  границ второй стадии КДТ; параметры уравнения Париса  $\log C$  и  $n$ ; значения критериев  $R^2$  и  $\chi$ .

Рисунки 6 – 8 свидетельствуют о том, что расчетные и экспериментальные кривые  $l - N$ , полученные при испытаниях на СРТУ образцов из титановых и никелевых гранулированных и деформируемых сплавов, расходятся на величину менее установленного значения критерия  $\chi$ .

## Заключение

Таким образом, предложен метод, в котором на основе статистического критерия  $R^2$  и параметрического критерия  $\chi$  сформулированы процедуры и порядок их применения для точного определения границ второй стадии КДТ, формирования ограниченной снизу и сверху выборки экспериментальных значений, по которой находят

точные значения параметров  $C$  и  $n$  уравнения (1). Тем самым обеспечивается заранее заданная точность определения числа циклов, за которое трещина достигает заданной длины.

Изложенный метод применяется в Испытательной лаборатории ЦИАМ (ИЛ КПСД АД ЦИАМ — аттестована и аккредитована Росавиацией РФ) при определении характеристик СРТУ, которые включаются в банк данных ЦИАМ по конструкционной прочности сплавов [11].

## Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Махутов Н. А., Москвичев В. В., Морозов Е. М., Гольдштейн Р. В. Унификация методов испытаний конструкционных материалов на трещиностойкость. История проблемы и формирование нормативной базы / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2017. Т. 83. № 10. С. 41 – 54. DOI: 10.26896/1028-6861-2017-83-41-54.
2. Махутов Н. А., Москвичев В. В., Морозов Е. М., Гольдштейн Р. В. Современные задачи механики разрушения и механики катастроф / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2017. Т. 83. № 10. С. 55 – 64. DOI: 10.26896/1028-6861-2017-83-55-64.
3. Швечков Е. И. Опыт применения зарубежных стандартов при испытании полуфабрикатов авиационного назначения / Технология легких сплавов. 2007. № 4. С. 38 – 52.
4. ОСТ 1 021927–90. «Металлы. Метод определения скорости роста усталостной трещины при испытании с постоянной амплитудой нагрузки». — М.: ВИЛС, 1990. — 68 с.
5. ASTM E-647-15e1. “Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates”. ASTM International. West Conshohocken. PA. USA, 2015. — 45 p. www.astm.org.
6. РД 50-345–82. Методические указания. Расчеты и испытания на прочность. Методы механических испытаний металлов. Определение характеристик трещиностойкости (вязкости разрушения) при циклическом нагружении. — М.: Изд. Стандартов, 1983. — 95 с.

7. **Потапов С. Д., Перепелица Д. Д.** Способ обработки результатов испытаний образцов на скорость роста трещины при постоянной амплитуде нагружения / Вестник МАИ. 2012. Т. 19. № 2. С. 94 – 100.
8. **Голубовский Е. Р., Волков М. Е., Перевозов А. С., Эммаусский Н. М.** Оценка характеристик скорости и интервала устойчивого роста трещины усталости в жаропрочных никелевых деформируемых и гранулированных сплавах / Деформация и разрушение материалов. 2015. № 6. С. 43 – 48.
9. **Львовский Е. Н.** Статистические методы построения эмпирических формул. — М.: Высшая школа, 1982. — 224 с.
10. Машиностроение: энциклопедия. Раздел II «Материалы в машиностроении». Т. II-3. «Цветные металлы и сплавы. Композиционные металлические материалы». — М.: Машиностроение, 2001. — 880 с.
11. **Васильев Б. Е., Магerrрамова Л. А., Колотников М. Е., Голубовский Е. Р., Волков М. Е.** Банк данных ЦИАМ по конструкционной прочности материалов / Труды МАИ. 2017. Вып. 96. <http://trudymai.ru/published.php?ID=85876>.
3. **Shvechikov E. I.** Experience of application of foreign standards when testing semi-finished products aerospace / Tekhnol. Legk. Splavov. 2007. N 4. P. 38 – 52 [in Russian].
4. OST 1 021927–90. “Metals. Method of determining the rate of growth of fatigue cracks in the test with constant amplitude load». — Moscow: Izd. VILS, 1990. — 68 p. [in Russian].
5. ASTM E-647-15e1. “Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates”. ASTM International. West Conshohocken. PA. USA, 2015. — 45 p. [www.astm.org](http://www.astm.org).
6. RD 50-345–82. “Methodical instructions. Calculations and strength tests. Methods of mechanical testing of metals. Determination of fracture toughness characteristics under cyclic loading”. — Moscow: Izd. standartov, 1983. — 95 p. [in Russian].
7. **Potapov S. D., Perepelitsa D. D.** Processing technique for experimental data of crack growth at stable amplitude of loading / Vestn. MAI. 2012. Vol. 19. N 2. P. 94 – 100 [in Russian].
8. **Golubovsky E. R., Volkov M. E., Perevozov A. S., Emmauskiy N. M.** Estimation of the characteristics of the rate and interval of stable fatigue crack growth in heat-resistant Nickel deformable and granular alloys / Deform. Razrush. Mater. 2015. N 6. P. 43 – 48 [in Russian].
9. **Lvovskiy E. N.** Statistical methods of constructing empirical formulas. — Moscow: Vysshaya shkola, 1982. — 224 p. [in Russian].
10. Mashine building (Encyclopedia). Section II “Materials in engineering”, Vol. II-3 “Non-ferrous metals and alloys. Composite metal materials”. — Moscow: Mashinostroenie, 2001. — 880 p. [in Russian].
11. **Vasilev B. E., Magerramova L. A., Kolotnikov M. E., Golubovskiy E. R., Volkov M. E.** Databank CIAM on constructional durability of materials / Trudy MAI. 2017. Issue 96. <http://trudymai.ru/published.php?ID=85876> [in Russian].

## REFERENCES