

Исследование структуры и свойств Structure and properties investigation

**Физические методы
исследования и контроля**

**Physical methods
of investigation and monitoring**

DOI: <https://doi.org/10.26896/1028-6861-2019-85-12-25-32>

ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕТИКИ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ ЛЕГИРОВАННОЙ СТАЛИ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

© **Алексей Сергеевич Куркин**

МГТУ имени Н. Э. Баумана; Россия, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1; e-mail: askurkin@mail.ru

*Статья поступила 19 апреля 2019 г. Поступила после доработки 21 октября 2019 г.
Принята к публикации 23 октября 2019 г.*

Регулирование параметров технологического производства позволяет получать заданные свойства металла. Выбор таких параметров возможен на основе компьютерного моделирования процессов с учетом структурных и фазовых превращений металла. Цель работы — исследование основных диффузионных и бездиффузионных процессов превращений легированных сталей при нагреве и охлаждении с использованием методов математического моделирования. Проведен сравнительный анализ уравнений кинетики фазовых превращений, включающий сопоставление уравнений Колмогорова – Аврами и Остина – Рикетта, по-разному описывающих зависимость скорости диффузионного превращения от времени и достигнутой степени превращения. Установлено, что уравнение Остина – Рикетта эквивалентно уравнению Колмогорова – Аврами, но с плавным убыванием экспоненты Аврами в ходе превращения. Показаны преимущества уравнения Колмогорова – Аврами при моделировании кинетики ферритно-перлитного и бейнитного превращений, применимость уравнения для моделирования кинетики превращений мартенсита при отпуске стали, определены параметры для описания процесса отпуска (для стали 35) при различных температурах. Кроме того, проведен анализ уравнений на основе параметра Холломо-на – Яффе, диаграмм мартенситного превращения легированных сталей и недостатков применяемого для их описания уравнения Койстинена – Марбургера. На основе полученных результатов предложены уравнения зависимости степени превращения от температуры (аналогичные уравнениям Колмогорова – Аврами и Остина – Рикетта) с минимальным количеством параметров, которые могут быть найдены по опубликованным данным. Проведен итерационный алгоритм определения параметров предложенной модели, обеспечивающий минимальное среднеквадратичное отклонение построенной зависимости от исходных экспериментальных результатов. Представлена зависимость точности аппроксимации от температуры начала превращения. Выявлен сложный характер развития мартенситного превращения у легированных сталей. Показано преимущество использования уравнения типа Остина – Рикетта при построении моделей по ограниченному объему экспериментальных данных. Полученные результаты позволяют распространить подходы, применяемые при моделировании диффузионных процессов распада аустенита, на описание процессов образования и распада мартенсита в легированных сталях.

Ключевые слова: уравнение Колмогорова – Аврами; уравнение Остина – Рикетта; мартенситное превращение; легированная сталь; распад мартенсита при отпуске.

MATHEMATICAL RESEARCH OF THE PHASE TRANSFORMATION KINETICS OF ALLOYED STEEL

© **Alexey S. Kurkin**

Bauman Moscow State Technical University; 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005, Russia; e-mail: askurkin@mail.ru

Received April 19, 2019. Revised October 21, 2019. Accepted October 23, 2019.

Regulation of the process parameters allows obtaining the desired properties of the metal. Computer simulation of technological processes with allowance for structural and phase transformations of the metal forms the basis for the proper choice of those parameters. Methods of mathematical modeling are used to study the main diffusion and diffusion-free processes of transformations in alloyed steels during heating and cooling. A comparative analysis of the kinetic equations of phase transformations including the Kolmogorov – Avrami and Austin – Rickett equations which describe in different ways the time dependence of the diffusion transformation rate and attained degree of transformation has been carried out. It is shown that the Austin – Rickett equation is equivalent to the Kolmogorov – Avrami equation with a smooth decrease of the Avrami exponent during the transformation process. The advantages of the Kolmogorov – Avrami equation in modeling the kinetics of ferrite-pearlite and bainite transformations and validity of this equation for modeling the kinetics of martensite transformations during tempering are shown. The parameters for describing the tempering process of steel 35 at different temperatures are determined. The proposed model is compared with equations based on the Hollomon – Jaffe parameter. The diagrams of martensitic transformation of alloyed steels and disadvantages of the Koistinen – Marburger equation used to describe them are analyzed. The equations of the temperature dependence of the transformation degree, similar to the Kolmogorov – Avrami and Austin – Rickett equations, are derived. The equations contain the minimum set of the parameters that can be found from published data. An iterative algorithm for determining parameters of the equations is developed, providing the minimum standard deviation of the constructed dependence from the initial experimental data. The dependence of the accuracy of approximation on the temperature of the onset of transformation is presented. The complex character of the martensitic transformation development for some steels is revealed. The advantage of using equations of the Austin – Rickett type when constructing models from a limited amount of experimental data is shown. The results obtained make it possible to extend the approaches used in modeling diffusion processes of austenite decomposition to description of the processes of formation and decomposition of martensite in alloyed steels.

Keywords: Kolmogorov – Avrami equation; Austin – Rickett equation; martensitic transformation; alloyed steel; martensite decomposition during tempering.

Введение

Традиционный подход к изготовлению металлических конструкций состоит в придании им необходимой формы методами литья, обработки давлением и сварки с последующим обеспечением требуемых свойств за счет термической обработки металла. Однако такой подход оправдан для небольших компактных изделий. В случае массивных деталей и конструкций со сложным внутренним устройством возможности термообработки весьма ограничены.

Во время некоторых технологических процессов изготавливаемая конструкция испытывает многократный нагрев. В первую очередь это относится к многопроходной сварке и аддитивным технологиям (3D-печати). Регулирование параметров режима, позволяющее получать необходимые свойства добавляемых слоев металла без последующей термической обработки, возможно только на основе компьютерного моделирования технологических процессов с учетом структурных и фазовых превращений материала.

Современная теория фазовых превращений легированных сталей ориентирована на распад аустенита при однократном охлаждении с различными скоростями. Для более сложных термических циклов необходимы математические модели, учитывающие возможность перехода от охлаждения к нагреву и наоборот при любой температуре.

Математическая сложность модели при компьютерной реализации не создает серьезных проблем, но важно ограничить количество ее параметров и упростить их экспериментальное определение. Оптимальными представляются такие модели, параметры которых могут быть найдены путем статистической обработки опубликованных диаграмм превращений.

Цель работы — разработка математических моделей для описания основных диффузионных и бездиффузионных процессов превращений легированных сталей при нагреве и охлаждении.

Кинетические уравнения фазовых превращений легированных сталей

Диффузионное превращение. Кинетика диффузионного превращения может быть описана дифференциальным уравнением

$$\frac{dp}{dt} = n \frac{f_0 f_1}{t}, \quad (1)$$

где p — степень превращения, меняющаяся от 0 до 1 (отношение массы образовавшейся новой фазы к общей массе материала, участвующего в превращении); n — параметр процесса, зависящий от химического состава материала; t — время от начала превращения; f_0 и f_1 — функции от степени превращения, отображающие переход

ные процессы в начале и конце превращения (при $p \rightarrow 0$ и $p \rightarrow 1$).

Экспериментальные исследования показали, что на установившейся стадии процесса ($p \approx 0,5$) скорость превращения dp/dt монотонно убывает с течением времени. Кроме того, в самом начале и в конце процесса она, как правило, близка к нулю.

Для описания таких процессов можно использовать различные математические функции. Выбор входящих в них параметров позволяет добиться необходимой точности воспроизведения экспериментальных данных.

Наиболее широкое применение для изотермических условий нашли уравнения Колмогорова – Аврами [1] и Остина – Рикетта [2], использующие одну и ту же линейную функцию

$$f_1 = 1 - p, \quad (2)$$

описывающую убывание скорости в конце превращения в связи с исчерпанием распадающейся фазы.

Рост новой фазы происходит путем возникновения ее зародышей в зонах с наиболее благоприятным содержанием примесей, а также путем роста самих зародышей за счет превращения на их поверхности. По мере увеличения суммарной площади поверхности зародышей рост ускоряется. В уравнении Остина – Рикетта это ускорение описывает линейная функция

$$f_0 = p, \quad (3)$$

в уравнении Колмогорова – Аврами —

$$f_0 = -\ln(1 - p). \quad (4)$$

Уравнение Колмогорова – Аврами опирается на физическую модель [1] образования и роста зародышей новой фазы. При этом текущая степень превращения может быть найдена по формуле

$$p = 1 - \exp \left[- \left(\frac{t}{t_{50}} \right)^n \ln 2 \right]. \quad (5)$$

Параметры формулы — экспонента Аврами n , определяющая кинетику процесса, и период полураспада t_{50} — зависят от химического состава стали и температуры, при которой превращение протекает.

На рис. 1 представлены зависимости $p(t)$ при постоянном значении $t_{50} = 100$ с и различных n . Видно, что при $1 \leq n \leq 4$ скорость превращения на начальном этапе мала (так называемый инкубационный период). Причем чем выше n , тем больше относительная продолжительность инку-

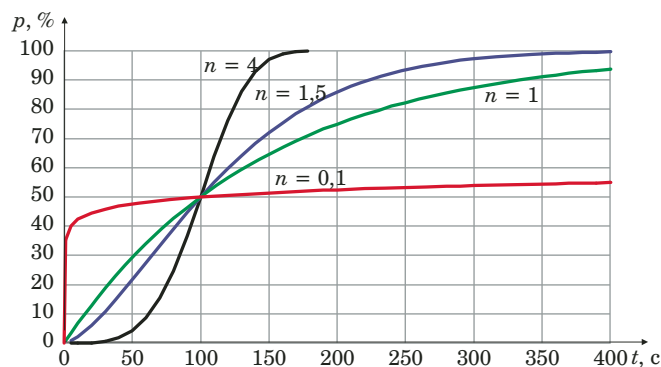


Рис. 1. Зависимости степени превращения от времени

Fig. 1. Time dependences of the transformation degree

бационного периода, после которого скорость превращения резко возрастает, а затем вновь снижается по мере исчерпания распадающейся фазы. При $n < 1$ скорость превращения максимальна уже в самом начале процесса.

Период полураспада t_{50} (время, за которое степень превращения достигает 50 %) — масштабный множитель, который не меняет форму кривой на диаграмме превращения. Параметр t_{50} существенно зависит от температуры [3].

Уравнение Остина – Рикетта

$$p = \frac{1}{1 + (t_{50}/t)^n} \quad (6)$$

сопоставляли с уравнением Колмогорова – Аврами (5). Видно, что при малых значениях степени превращения ($p \ll 1$) уравнения совпадают, поскольку $-\ln(1 - p) \approx p$. По мере развития превращения его скорость по уравнению (6) все больше снижается по сравнению с уравнением (5). Таким образом, уравнение Остина – Рикетта с постоянным значением параметра n эквивалентно уравнению Колмогорова – Аврами с переменным значением n , уменьшающимся к концу превращения.

В среднем уравнение Остина – Рикетта дает лучшее согласование результатов расчета с экспериментальными данными [4]. Вероятно, это относится к тем случаям, когда в процессе фазового превращения происходит изменение механизма роста новой фазы. Например, экспериментальные исследования ферритного превращения хромистых сталей показали, что начальную стадию процесса можно описать уравнением (5) с экспонентой Аврами $n \approx 4$ [5]. Начиная с определенной степени превращения, происходит резкое изменение кинетики процесса и конечная стадия уже описывается уравнением с $n \approx 1$. Такое поведение материала объясняется зарождением ферритной фазы сначала на границах аустенитных зерен и затем последующим исчерпанием мест

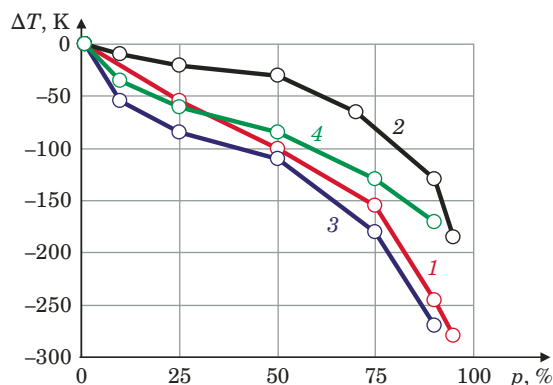


Рис. 2. Диаграммы мартенситного превращения сталей 45Г2 (1), 30ХМ (2), 40Н (3) и 40Н2 (4)

Fig. 2. Martensite transformation diagrams of steels 45G2 (1), 30KhM (2), 40N (3) and 40N2 (4)

зарождения. Уменьшение n (с 2 до 1) фиксировали также при бейнитном превращении [6].

Точность аппроксимации экспериментальных данных оценивали с помощью представления кинетической диаграммы превращения в логарифмических координатах. Для уравнения Колмогорова – Аврами выражения этих координат имеют вид:

$$\bar{t} = \ln t, \quad \bar{p} = \ln[-\ln(1-p)], \quad (7)$$

а в случае уравнения Остина – Рикетта —

$$\bar{t} = \ln t, \quad \bar{p} = \ln \frac{p}{1-p}. \quad (8)$$

В логарифмических координатах уравнения (5) и (6) приобретают линейный вид

$$\bar{p} = n\bar{t} + b, \quad (9)$$

где $b = \ln(\ln 2) - n \ln t_{50}$ и $b = -n \ln t_{50}$ соответственно.

Линейный характер диаграммы свидетельствует о постоянстве значений параметров уравнения на протяжении всего процесса превращения. Для каждой марки стали целесообразно использовать то из уравнений, которое обеспечивает наименьшее отклонение зависимости $\bar{p}(\bar{t})$ от прямой.

Мартенситное превращение. Скорость охлаждения стального образца в температурном интервале мартенситного превращения не может быть высокой, поэтому обычно степень превращения по мере охлаждения держится на уровне предельно достижимой при данной температуре. Таким образом, степень мартенситного превращения аустенита — функция от температуры.

На рис. 2 представлены диаграммы мартенситного превращения сталей с различным леги-

рованием, полученные в условиях непрерывного охлаждения [7].

За начало превращения, как правило, принимают температуру образования 1 % мартенсита M_{01} . От нее отсчитывают переохлаждение ΔT , по мере развития которого скорость превращения сначала растет, а затем убывает. Ход превращения может быть описан уравнением, аналогичным (5), при использовании в качестве аргумента температуры T :

$$p = 1 - \exp \left[- \left(\frac{M_s - T}{M_s - M_{50}} \right)^m \ln 2 \right], \quad (10)$$

где m — параметр, зависящий от химического состава материала; M_{50} — температура, при которой происходит превращение в мартенсит половины исходного количества аустенита; M_s — температура, выше которой мартенсит не образуется ($p = 0$ %) (M_s не может быть измерена экспериментально).

В логарифмических координатах

$$\overline{\Delta T} = \ln(M_s - T), \quad \bar{p} = \ln[-\ln(1-p)] \quad (11)$$

выражение (10) обращается в линейное уравнение

$$\bar{p} = \ln(\ln 2) + m[\overline{\Delta T} - \ln(M_s - M_{50})]. \quad (12)$$

На рис. 3 приведены диаграммы мартенситного превращения в логарифмических координатах. Видно, что для некоторых сталей (например, для стали 45Г2) точки диаграммы лежат вблизи прямой (см. рис. 3, а, кривая 1).

Это позволяет определить параметры уравнения (10) (для 45Г2 $M_s = 290$ °С, $M_{50} = 200$ °С, $m = 1,6$). Для других сталей (например, 30ХМ) точки образуют ломаную линию из двух прямых отрезков (см. рис. 3, а, кривая 2) (для 30ХМ при $p < 50$ % $m = 2,3$, при $p > 50$ % $m = 0,9$). Возможно, билинейный характер кривой свидетельствует о смене механизма превращения.

Для описания мартенситного превращения применяют также модель Койстинена – Марбургера [8] — частный случай уравнения (10) при $m = 1$. Однако зачастую она не пригодна. В нашем случае (см. рис. 2) лишь для стали 30ХМ ее использование оправдано для описания заключительной стадии процесса. Характер диаграмм показывает, что при постоянной скорости охлаждения скорость превращения вначале растет, что возможно при $m > 1$.

Как правило, экспериментальные диаграммы мартенситного превращения строят всего по двум-трем точкам (начало превращения и температуры образования 50 и 90 % мартенсита). Для линейного случая определение параметров урав-

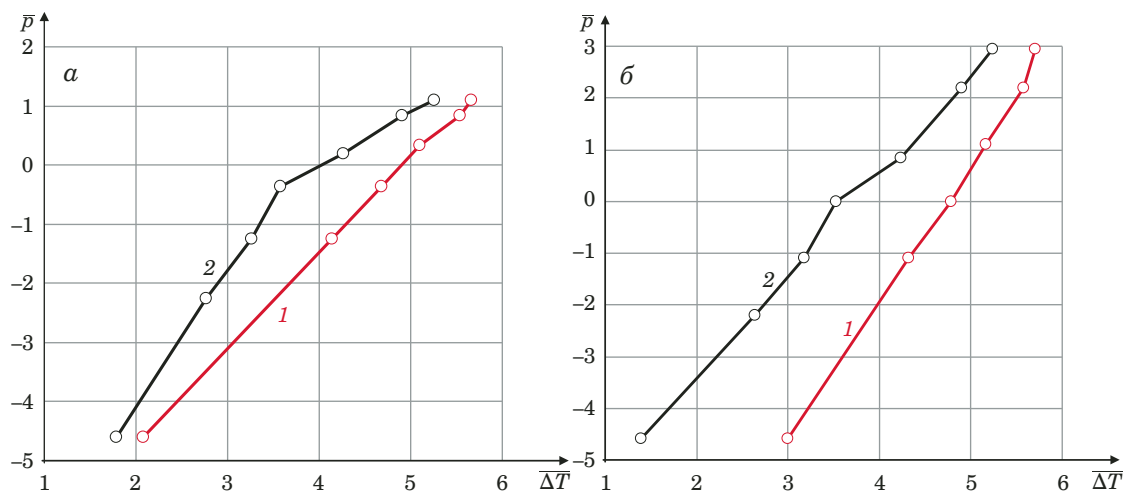


Рис. 3. Диаграммы мартенситного превращения в логарифмических координатах по формулам (11) (а) и (14) (б)

Fig. 3. Martensite transformation diagrams in logarithmic coordinates: *a* — according to formulas (11); *b* — according to formulas (14)

нения (10) не вызывает затруднений. В общем случае предпочтительнее использовать уравнение на основе формулы Остина – Рикетта

$$p = \frac{1}{1 + \left(\frac{M_s - M_{50}}{M_s - T} \right)^m}, \quad (13)$$

поскольку в логарифмических координатах

$$\overline{\Delta T} = \ln(M_s - T), \quad \bar{p} = \ln \frac{p}{1-p} \quad (14)$$

за счет соответствующего подбора M_s расположение экспериментальных точек близко к линейному (рис. 3, б, кривые 1, 2). Это дает возможность подобрать параметры уравнения (13) по ограниченному объему экспериментальных данных для различных марок легированной стали.

Процедуру определения параметров уравнения (13) можно автоматизировать, оформив ее в виде компьютерной программы. При этом в качестве исходных данных необходимо иметь не менее трех значений температур для различных степеней мартенситного превращения (включая температуру начала превращения M_{01}). Алгоритм включает перебор значений M_s (начиная с M_{01}) и расчет на каждом шаге логарифмических координат крайних из имеющихся экспериментальных точек (по ним определяется m). Так, если известны M_{01} ($p = 1\%$), M_{50} ($p = 50\%$) и M_{90} ($p = 90\%$), то

$$m = \frac{\ln \frac{0,90}{1-0,90} - \ln \frac{0,01}{1-0,01}}{\ln(M_s - M_{90}) - \ln(M_s - M_{01})}. \quad (15)$$

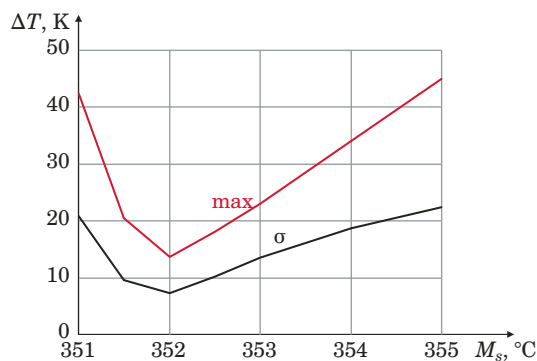


Рис. 4. Зависимости погрешностей аппроксимации от M_s

Fig. 4. Dependence of the approximation error on M_s

Имея M_s , M_{50} и m , можно для любой p рассчитать температуру достижения этой степени превращения по формуле

$$T = M_s - (M_s - M_{50}) \left(\frac{p}{1-p} \right)^{1/m}, \quad (16)$$

полученной из уравнения (13).

Перебор M_s продолжается до тех пор, пока уменьшается сумма квадратов отклонений рассчитанных температур от экспериментальных. Окончательно принимаются те значения параметров, при которых сумма квадратов отклонений температур минимальна.

Используя предложенный алгоритм, для стали 30ХМ получили следующие значения параметров: $M_s = 352\text{ }^{\circ}\text{C}$, $M_{50} = 320\text{ }^{\circ}\text{C}$, $m = 1,66$. При них максимальная (max) погрешность аппроксимации составляет 14, среднеквадратичная (σ) — 7 К (рис. 4), т.е. погрешности минимальны.

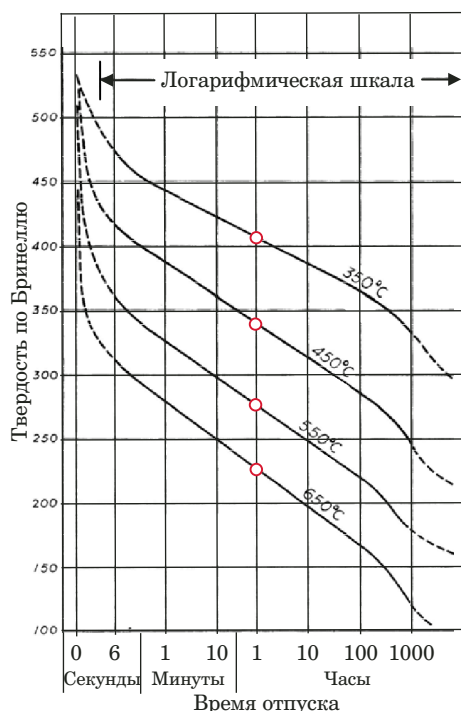


Рис. 5. Зависимость твердости закаленной стали 35 от длительности отпуска

Fig. 5. The dependence of the hardness of quenched steel 35 on the duration of tempering

Аналогичный подход можно применить для математического описания температурной зависимости максимальной степени бейнитного превращения.

Отпуск стали. Основное снижение твердости мартенсита при отпуске происходит достаточно быстро (в течение первых секунд после нагрева) [9]. В дальнейшем, начиная примерно с десятой секунды выдержки при постоянной температуре отпуска T , зависимость твердости стали от логарифма времени выдержки при этой температуре близка к линейной (рис. 5).

Исходная твердость, после закалки равная твердости мартенсита, по мере выдержки снижается, приближаясь к твердости перлита. Поскольку твердость стали зависит от соотношения концентрации структурных компонентов, изменение твердости при отпуске можно интерпретировать как частичное превращение мартенсита в бейнит, а затем — в перлит [9].

Процесс изменения твердости при постоянной температуре отпуска чаще всего описывают уравнением Холломоны – Яффе [10], приводящим к логарифмической зависимости твердости от времени отпуска. Однако оно не отображает резкого падения твердости на первых секундах пребывания мартенсита при температуре отпуска.

Анализ формул (2) и (4) показывает, что при средних значениях степени превращения про-

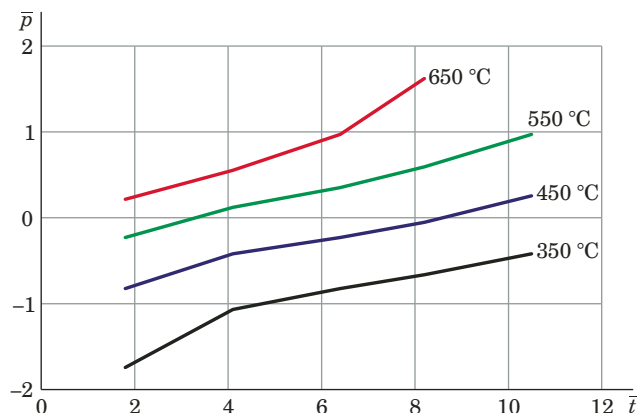


Рис. 6. Диаграмма превращения мартенсита в бейнит в логарифмических координатах (7) для стали 35

Fig. 6. Diagram of martensite — bainite transformation in logarithmic coordinates (7) for steel 35

изведение функций $f_0 f$ меняется незначительно (не более чем на 30 % при изменении p от 0,1 до 0,73). В этом случае интегрирование уравнения (1) дает зависимость степени превращения от времени, близкую к логарифмической. Поэтому модель Холломоны – Яффе можно считать упрощенной версией уравнения Колмогорова – Аврами.

Как известно, для стали 35 твердость по Виккерсу мартенситной фазы составляет 550 единиц, бейнитной — 240, перлитной — 200 [11]. Если считать причиной уменьшения твердости превращение мартенсита в бейнит, то можно по значениям твердости получить зависимости степени превращения от времени выдержки при различных температурах.

Представим эти зависимости в логарифмических координатах (7) (рис. 6), в которых уравнение (5) обращается в линейное. Видно, что кривые $\bar{p}(\bar{t})$ близки к прямым, причем их наклон слабо зависит от температуры, что свидетельствует о постоянстве экспоненты Аврами ($n \approx 0,1$). При таком значении n превращение начинается без инкубационного периода, т.е. с максимальной скоростью, которая затем монотонно убывает (см. рис. 1).

Для второго параметра уравнения Колмогорова – Аврами — периода полураспада t_{50} — получили следующую зависимость от температуры (сталь 35):

$$t_{50} = \exp[0,059(537 - T)]. \quad (17)$$

Отметим, что полученные результаты в целом согласуются с моделью процесса отпуска легированной стали 55NiCrMoV7, построенной на основе уравнения (5) ($n \approx 0,05$) [12].

Результаты исследований процесса отпуска сталей часто представляют в виде зависимости

твердости от температуры при фиксированном времени выдержки. Из (5) получаем

$$t_{50} = t \left[\frac{\ln 2}{-\ln(1-p)} \right]^{1/n}. \quad (18)$$

Формула (18) позволяет использовать данные по температурной зависимости твердости для уточнения выражения (17) для различных марок стали.

Процесс отпуска протекает при любой температуре ниже температуры начала распада аустенита A_1 . По мере снижения температуры скорость превращения падает (вплоть до нуля). Температура даже высокого отпуска, как правило, не превышает 650°C , поэтому экспериментальные данные по снижению твердости в перлитной области весьма ограничены. Можно принять, что в этой области происходит превращение мартенсита и бейнита в перлит с теми же значениями параметров уравнения (5), что и при превращении мартенсита в бейнит. Превращение бейнита в перлит сопровождается менее заметным снижением твердости, поскольку уровни твердости этих фаз близки (например, для стали 35 240 и 200 единиц по Виккерсу).

Обсуждение результатов

Уравнения Колмогорова – Аврами и Остина – Рикетта, несмотря на различие исходных предпосылок, дают близкие по уровню сложности и степени соответствия экспериментальным данным математические модели и могут быть использованы при описании процессов диффузионных и бездиффузионных превращений легированных сталей. Их сопоставление показало, что уравнение Колмогорова – Аврами лучше подходит для более простых процессов диффузионных превращений, а Остина – Рикетта — для таких, в ходе которых происходит смена механизма превращения, приводящая к торможению на конечной стадии процесса.

Преимущества уравнений (5) и (6) следующие:

- 1) подтверждены большим объемом экспериментальных данных;
- 2) сравнительно просты и содержат небольшое (два) количество параметров, требующих экспериментального определения.

Как известно, результаты экспериментальных исследований структурных превращений всегда имеют существенное рассеяние. В принципе, для аппроксимации экспериментальных данных подходит любая функция из класса сигмOID — плавных кривых S-образной формы [13, 14].

Увеличение числа параметров сигмоидальной кривой, разумеется, повышает точность аппроксимации. Такое усложнение можно ввести и в уравнения (5) и (6), если считать параметры n и t_{50} функциями не только от температуры, но и от времени или степени превращения. Однако в этом случае для идентификации модели (определения значений параметров для конкретной марки стали) потребуется соответствующее количество экспериментальных точек на кинетической диаграмме превращения. Поскольку большинство опубликованных диаграмм представлены всего двумя кривыми, соответствующими началу и концу превращения (появлению 1 и 99 % новой фазы), подобное усложнение исключит их использование.

При бездиффузионном мартенситном превращении процесс развивается по мере снижения температуры, но характер функции изменения степени превращения оказался близок к кинетическому уравнению диффузионного превращения. Наилучшее согласование с экспериментальными данными для исследуемых легированных сталей (см. рис. 2) дало уравнение, аналогичное уравнению Остина – Рикетта.

Снижение твердости стали при отпуске также можно рассматривать как процесс структурного превращения. Такой подход дает возможность построить более адекватную математическую модель, чем применяемое в настоящее время уравнение Холломоуна – Яффе.

Заключение

Предложенные уравнения позволяют распространить подходы, применяемые при моделировании диффузионных процессов распада аустенита, на моделирование процессов образования и распада мартенсита в легированных сталях. Модели включают минимальное количество параметров, которые могут быть определены по опубликованным диаграммам закалки и отпуска. Наиболее сложными для моделирования фазовых превращений в условиях произвольного термического цикла остаются процесс образования аустенита при нагреве и процессы в переходных интервалах температур, в которых превращения протекают не до конца.

ЛИТЕРАТУРА

1. Колмогоров А. Н. К статистической теории кристаллизации металлов / Изв. АН СССР. Серия математическая. 1937. № 3. С. 355 – 359.
2. Austin J. B., Rickett R. L. Kinetics of the decomposition of austenite at constant temperature / Transactions of the American Institute of Mining, Metallurgical, and Petroleum Engineers. 1939. Vol. 135. P. 396 – 443.

3. Куркин А. С., Бобринская В. Ю. Обработка диаграмм изотермического распада аустенита для построения полных C-образных кривых / Сварка и диагностика. 2019. № 2. С. 32 – 37.
4. Starink M. J. Kinetics of the decomposition of austenite at constant temperature / Journal of Material Science. 1997. Vol. 32. P. 397 – 415.
5. Mirzayev D. A., Okishev K. Yu., Schastlivtsev V. M., Mirzoyev A. A., Yakovleva I. L., Karzunov S. E. Kinetics of ferrite formation in Fe – 9% Cr alloys with various concentrations of interstitial impurities / The Physics of metals and metallurgy. 1998. Vol. 86. N 6. P. 590 – 600.
6. Мирзаев Д. А., Окишев К. Ю., Счастливцев В. М. и др. Кинетика образования бейнита и пакетного мартенсита / ФММ. 2000. Т. 90. Вып. 5. С. 55 – 65.
7. Попов А. А., Попова Л. Е. Изотермические и термокинетические диаграммы распада переохлажденного аустенита. — М.: Металлургия, 1965. — 496 с.
8. Koistinen D. P., Marburger R. E. A general equation prescribing the extent of the austenite-martensite transformation in pure iron-carbon alloys and plain carbon steels / Acta Metallica. 1959. N 7. P. 59 – 60.
9. Bain E. C. Functions of the Alloying Elements in Steel. — Cleveland: American Society for Metals., 1939. — 312 p.
10. Hollomon J. H., Jaffe J. H. Time-temperatures relations in tempering steel / Transactions of the American Institute of Mining, Metallurgical, and Petroleum Engineers. 1945. Vol. 162. P. 223 – 249.
11. Kurkin A. S., Makarov E. L., Kurkin A. B., Rubtsov D. E., Rubtsov M. E. Parameters of Models of Structural Transformations in Alloy Steel Under Welding Thermal Cycle / Metal Science and Heat Treatment. 2017. Vol. 59. Issue 1. P. 124 – 130.
12. Zhang Z., Delagnes D., Bernhart G. Microstructure evolution of hot-work tool steels during tempering and definition of a kinetic law based on hardness measurements / Materials Science and Engineering A. 2004. Vol. 380. P. 222 – 230.
13. Application of Analytical Methods for Predicting the Structures of Steel Phase Transformations in Welded Joints / Journal of Applied Mathematics and Computational Mechanics. 2015. Vol. 14. N 2. P. 61 – 72.
14. Юдин Ю. В., Майсурадзе М. В., Куклина А. А. Использование логистической функции для описания изотермического бейнитного превращения в конструкционных сталях / Сталь. 2017. № 3. С. 52 – 56.
2. Austin J. B., Rickett R. L. Kinetics of the decomposition of austenite at constant temperature / Transactions of the American Institute of Mining, Metallurgical, and Petroleum Engineers. 1939. Vol. 135. P. 396 – 443.
3. Kurkin A. S., Bobrinskaya V. Yu. The austenite decomposition diagrams processing to build the complete C-shaped curves / Svarka Diagn. 2019. N 2. P. 32 – 37 [in Russian].
4. Starink M. J. Kinetics of the decomposition of austenite at constant temperature / Journal of Material Science. 1997. Vol. 32. P. 397 – 415.
5. Mirzayev D. A., Okishev K. Yu., Schastlivtsev V. M., Mirzoyev A. A., Yakovleva I. L., Karzunov S. E. Kinetics of ferrite formation in Fe – 9% Cr alloys with various concentrations of interstitial impurities / The Physics of metals and metallurgy. 1998. Vol. 86. N 6. P. 590 – 600.
6. Mirzayev D. A., Okishev K. Yu., Schastlivtsev V. M., et al. The kinetics of bainite and packet martensite formation / FMM. 2000. Vol. 90. Issue 5. P. 55 – 65 [in Russian].
7. Popov A. A., Popova L. E. Isothermal and thermokinetic diagrams of supercooled austenite decomposition. — Moscow: Metallurgiya, 1965. — 496 p. [in Russian].
8. Koistinen D. P., Marburger R. E. A general equation prescribing the extent of the austenite-martensite transformation in pure iron-carbon alloys and plain carbon steels / Acta Metallica. 1959. N 7. P. 59 – 60.
9. Bain E. C. Functions of the Alloying Elements in Steel. — Cleveland: American Society for Metals., 1939. — 312 p.
10. Hollomon J. H., Jaffe J. H. Time-temperatures relations in tempering steel / Transactions of the American Institute of Mining, Metallurgical, and Petroleum Engineers. 1945. Vol. 162. P. 223 – 249.
11. Kurkin A. S., Makarov E. L., Kurkin A. B., Rubtsov D. E., Rubtsov M. E. Parameters of Models of Structural Transformations in Alloy Steel Under Welding Thermal Cycle / Metal Science and Heat Treatment. 2017. Vol. 59. Issue 1. P. 124 – 130.
12. Zhang Z., Delagnes D., Bernhart G. Microstructure evolution of hot-work tool steels during tempering and definition of a kinetic law based on hardness measurements / Materials Science and Engineering A. 2004. Vol. 380. P. 222 – 230.
13. Application of Analytical Methods for Predicting the Structures of Steel Phase Transformations in Welded Joints / Journal of Applied Mathematics and Computational Mechanics. 2015. Vol. 14. N 2. P. 61 – 72.
14. Yudin Yu. V., Maisuradze M. V., Kuklina A. A. Describing the isothermal bainitic transformation in structural steels by a logistical function / Steel in Translation. 2017. Vol. 47. N 3. P. 213 – 218.

REFERENCES