

DOI: <https://doi.org/10.26896/1028-6861-2020-86-1-38-43>

ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРНОЙ ДЕГРАДАЦИИ СТАЛИ 15Х5М ПРИ ДЛИТЕЛЬНОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ

© Владимир Алексеевич Ким^{1*}, Валерия Викторовна Лысенко¹,
Анна Алексеевна Афанасьева¹, Хасан Ишимович Туркменов²

¹ Комсомольский-на-Амуре государственный университет; Россия, 681013, Хабаровский край, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина 27; *e-mail: sinerg@mail.ru

² Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства; Узбекистан, 100000, г. Ташкент, ул. Кары Ниязова 39; e-mail: turkmenov@yandex.com

*Статья поступила 20 февраля 2019 г. Поступила после доработки 19 ноября 2019 г.
Принята к публикации 26 ноября 2019 г.*

Структурная деградация материала при длительном термическом и силовом воздействии — комплексный процесс, который включает миграцию зеренных границ, зернограницную диффузию активных элементов внешней и технологической сред, водородное охрупчивание, старение, зернограницную коррозию и др. Использование фрактального и мультифрактального подхода при описании микроструктур открывает широкие возможности для количественной оценки структурной организации материала, уточняет и раскрывает механизмы структурных превращений. Мультифрактальная параметризация позволяет исследовать процессы структурной деградации по изображениям микроструктур и выявлять структурные изменения слабо различимые визуально. Для вычисления мультифрактальных спектров микроструктуры можно использовать любой количественный структурный показатель, но предпочтительнее тот, который обеспечивает максимальный диапазон изменения численных значений мультифрактальных компонентов. Представлены результаты исследования структурной деградации стали 15Х5М при длительной эксплуатации. Установили, что структурная деградация стали при эксплуатации в условиях высоких температур и напряжений сопровождается укрупнением микроструктурных объектов, уширением межзеренных границ и выделением дисперсных частиц, которые на изображениях представляются в виде точечных объектов. Деградационные процессы приводят к увеличению диапазона изменения компонентов мультифрактальных спектров. Высокие значения комплексных показателей структурной организации указывают на рост неоднородности и хаотичности на микромасштабном уровне, но вместе с тем — на проявление упорядоченных комбинаций отдельных субмикроструктур. Такие структурные превращения обеспечивают наибольшую надежность и сопротивляемость материала к разрушению.

Ключевые слова: микроструктура, зерно, границы зерен, ползучесть, жаропрочность, фрактал, мультифрактальный спектр, неравновесность, упорядоченность.

STUDY OF THE STRUCTURAL DEGRADATION OF STEEL 15Kh5M UPON CONTINUOUS DUTY

© Vladimir A. Kim^{1*}, Valeriya V. Lysenko¹, Anna A. Afanaseva¹, Khasan I. Turkmenov²

¹ Komsomol'sk-on-Amur State University; 27, pr. Lenina, Komsomol'sk-na-Amure, Khabarovsk kray, 681013, Russia; *e-mail: sinerg@mail.ru

² Tashkent Institute of Irrigation and Mechanization Engineers Agriculture; 39, ul. Karu Niyazova, Tashkent, 100000, Uzbekistan; e-mail: turkmenov@yandex.com

Received February 20, 2019. Revised November 19, 2019. Accepted November 26, 2019.

Structural degradation of the material upon long-term thermal and force impacts is a complex process which includes migration of the grain boundaries, diffusion of the active elements of the external and technological environment, hydrogen embrittlement, aging, grain boundary corrosion and other mechanisms. Application of the fractal and multifractal formalism to the description of microstructures opens up wide opportunities for quantitative assessment of the structural arrangement of the material, clarifies and reveals new aspects of the known mechanisms of structural transformations. Multifractal parameterization allows us to study the processes of structural degradation from the images of microstructures and identify structural changes that are hardly distinguishable visually. Any quantitative structural indicator can be used to calculate the multifractal spectra of the microstructure, but the most preferable is that provides the maximum range of variation in the numerical values of the multifractal components. The results of studying structural degradation of steel 15Kh5M upon continuous duty are presented. It is shown that

structural degradation of steel during operation under high temperatures and stresses is accompanied by enlargement of the microstructural objects, broadening of the grain boundaries and allocation of the dispersed particles which are represented as point objects in the images. The processes of structural degradation lead to an increase in the range of changes in the components of the multifractal spectra. High values of complex indicators of structural arrangement indicate to an increase in heterogeneity and randomness at the micro-scale level, but at the same time, to manifestation of the ordered combinations of individual submicrostructures. Those structural transformations adapt the material to external impacts and provide the highest reliability and fracture resistance of the material.

Keywords: microstructure; grain; grain boundaries; creep; heat resistance; fractal; multifractal spectrum; nonequilibrium, structural order.

Введение

Длительная эксплуатация изделия в условиях высоких тепловых и силовых нагрузок приводит к потере его работоспособности вследствие изменения химического состава и структурной деградации материала.

Структурная деградация — комплексный процесс, включающий миграцию зеренных границ, водородное охрупчивание, старение, зернограницную коррозию и диффузию, выгорание легирующих элементов и др. [1 – 3]. Развивающиеся при этом микроконцентраторы напряжений и структурная неоднородность приводят к развитию локальных полей упругих напряжений и, как результат, образованию очагов несплошности, резкому понижению трещиностойкости и жаропрочности [4]. Внешнее проявление структурной деградации — изменение геометрии внутренних границ раздела, степени их развитости, формы и размеров зерен, повышение плотности дисперсных частиц, выделяющихся при старении, и др. — реакция материала на температурно-деформационное и химическое воздействия (противодействие окружающей среде и внешнему нагружению) [5, 6].

Изображения микроструктур, выявленные травлением металлографических шлифов и зафиксированные оптической или электронной микроскопией, представляют собой геометрические фигуры с разной степенью цветовых оттенков. Материал имеет объемное структурное строение, но на фотографии виден только его срез, поэтому все структурные геометрические объекты на изображении теряют единицу мерности — трехмерные объекты предстают в виде двумерных фигур, двумерные — одномерных, а одномерные — точечных [7].

С формальной точки зрения изображение микроструктур — комбинация геометрических множеств с определенной степенью упорядоченности и разномасштабным подобием, которые можно отнести к категории фрактальных систем. Из всего множества геометрических структурных объектов, конечно, выделяются те, которые несут наибольшую информационную нагрузку. Их можно объединить единым понятием «интерфейс структурного состояния» (ИСС). Количественное

описание структурных превращений заключается в выборе ИСС, определении его числовых показателей и анализе их изменений при различных энергетических воздействиях на материал [8 – 10].

Традиционно к ИСС поликристаллического материала относят межзеренные и межфазовые границы раздела. По их форме, локальной кривизне и упорядоченности можно анализировать технологию производства материала и обработки изделия, условия эксплуатации, причины потери работоспособности и механизмы разрушения [6, 11].

Неоднородность, упорядоченность и периодичность микроструктуры материалов, находящихся в неравновесном состоянии, долгое время исследовались только на качественном уровне. Применение фрактального и мультифрактального формализма при описании микроструктур открывает широкие возможности для количественной оценки структурной организации материала, уточняет и раскрывает новые стороны известных механизмов структурных превращений.

Цель работы — исследование структурной деградации стали 15Х5М при длительной эксплуатации с использованием мультифрактального подхода.

Мультифрактальный формализм в материаловедении

Мультифрактальный формализм базируется на понятии статистической суммы, для вычисления которой в качестве меры используют любой количественный показатель структурной организации материала [5, 11, 12].

Изображение микроструктуры рассматривается как геометрический плоский двумерный объект, помещенный в евклидово пространство. Если изображение покрыть сеткой из k ячеек прямоугольной формы одинакового размера и в качестве меры выбрать какой-либо количественный структурный показатель, то можно определить его значение в каждой ячейке. Совокупность полученных значений — множество $L(k) = \{M_1, M_2, M_3, \dots, M_k\}$ — один из вариантов числового представления микроструктуры материала.

Относительную величину меры можно определить по формуле

$$p_i(\varepsilon) = \frac{M_i}{\sum_{j=1}^k M_j},$$

где $p_i(\varepsilon)$ и M_i — относительная и абсолютная величины меры; k — число ячеек.

Очевидно, что

$$\sum_{i=1}^k p_i(\varepsilon) = 1.$$

Статистическую сумму находим по формуле

$$Z(q, \varepsilon) = \sum_{i=1}^k p_i^q(\varepsilon),$$

где q — произвольные вещественные целые числа.

Мультифрактал спектра

$$D_q = \frac{1}{q-1} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln[Z(q, \varepsilon)]}{\ln \varepsilon},$$

где $\varepsilon = (1/k)^{0,5}$ — характеристический линейный размер ячейки. При этом для мультифрактала при $q = 1$ существует формула

$$D_1 = \frac{1}{\ln \varepsilon} \sum_{i=1}^k p_i \ln(p_i).$$

При $q \rightarrow +\infty$ основной вклад в обобщенную статистическую сумму вносят ячейки с наибольшей мерой, а при $q \rightarrow -\infty$ — с наименьшей. Следовательно, функция $D_q = f(q)$ показывает степень неоднородности множества $L(k)$. При $q \rightarrow \pm\infty$ она стремится к конечным величинам.

Отдельные компоненты мультифрактального спектра имеют различный физический смысл. Так, D_0 ($q = 0$) — хаусдорфова размерность множества $L(k)$ — наиболее грубая характеристика мультифрактала. По ней невозможно судить о статистических свойствах микроструктуры, но она указывает на характер разбивки изображения на ячейки. D_1 — характеристика меры беспорядка в числовом множестве $L(k)$ — тесно связана с энтропией фрактального множества. При $q = 2$ статистическая сумма — корреляционный интеграл, поэтому D_2 называют корреляционной размерностью. Если бы множество $L(k)$ было набором точек, то D_2 была бы мерой того, что выбранные наугад две точки попали в одну ячейку. Применительно к структурной организации материала D_2 можно трактовать как меру расположения вблизи какого-либо микроструктурного элемента хотя бы одного аналогичного объекта (т.е. меру образования упорядоченных групп однотипных микроструктур). Для остальных компонентов множества D_q меньшим зна-

чениям D_q ($q \gg 1$) соответствуют низкие показатели энтропии (характеризуют упорядоченность множества $L(k)$), большим ($q \ll -1$) — высокие (характеризуют разупорядоченность множества $L(k)$). Поэтому D_q можно применять для распознавания неразличимых (или слабо визуально отличимых друг от друга) микроструктур.

Компоненты мультифрактального спектра необходимы для расчета комплексных показателей структурной организации материала

$$\Delta_q = D_1 - D_q, \quad K_\infty = D_{-\infty} - D_{+\infty},$$

с помощью которых оценивают степень беспорядка, упорядоченности и периодичности микроструктуры. Чем больше Δ_q ($q \gg 1$), тем более упорядочена структура статистического множества и в ней больше проявляется периодическая составляющая. Чем больше K_∞ (мера беспорядка структурной организации материала с учетом погрешности измерения мер и вычисления мультифрактального спектра), тем больше беспорядка, но меньше доля погрешности измерения в самом беспорядке. Эту погрешность можно рассматривать как один из показателей структурной организации статистического множества. На практике для вычисления комплексных мультифрактальных показателей достаточно $q = 40$ [10].

Материалы, методика, оборудование

Исследовали фрагменты печного змеевика из стали 15Х5М после длительной эксплуатации (более двух лет) при давлении до 1,37 МПа и температуре до 800 °С. Травление шлифов осуществляли 4 %-ным раствором азотной кислоты в этиловом спирте. Цифровые изображения микроструктур получали с помощью металлографического микроскопа Nikon 200A ($\times 400$).

Обработка изображений, которую проводили с помощью программы Image.Pro.Plus.5.1, включала корректировку резкости, выделение границ, снятие контрастной маски и калибровку (для привязки к соответствующей масштабной шкале). Затем вычисляли количественные показатели, включая площадь F_j и периметр P_j каждого микроструктурного объекта [8, 13].

При расчете мультифрактальных спектров изображение микроструктуры разбивали на восемь прямоугольных ячеек ($k = 8$). В качестве мер использовали суммарные площадь и длину периметров микроструктурных объектов в ячейке, отнесенные к единичной площади поверхности:

$$f_{уд} = \frac{1}{F_{я}} \sum_{j=1}^N F_j, \quad p_{уд} = \frac{1}{F_{я}} \sum_{j=1}^N P_j,$$

где $F_{я}$ — площадь ячейки; N — количество микроструктурных объектов в ячейке (при $\times 400$

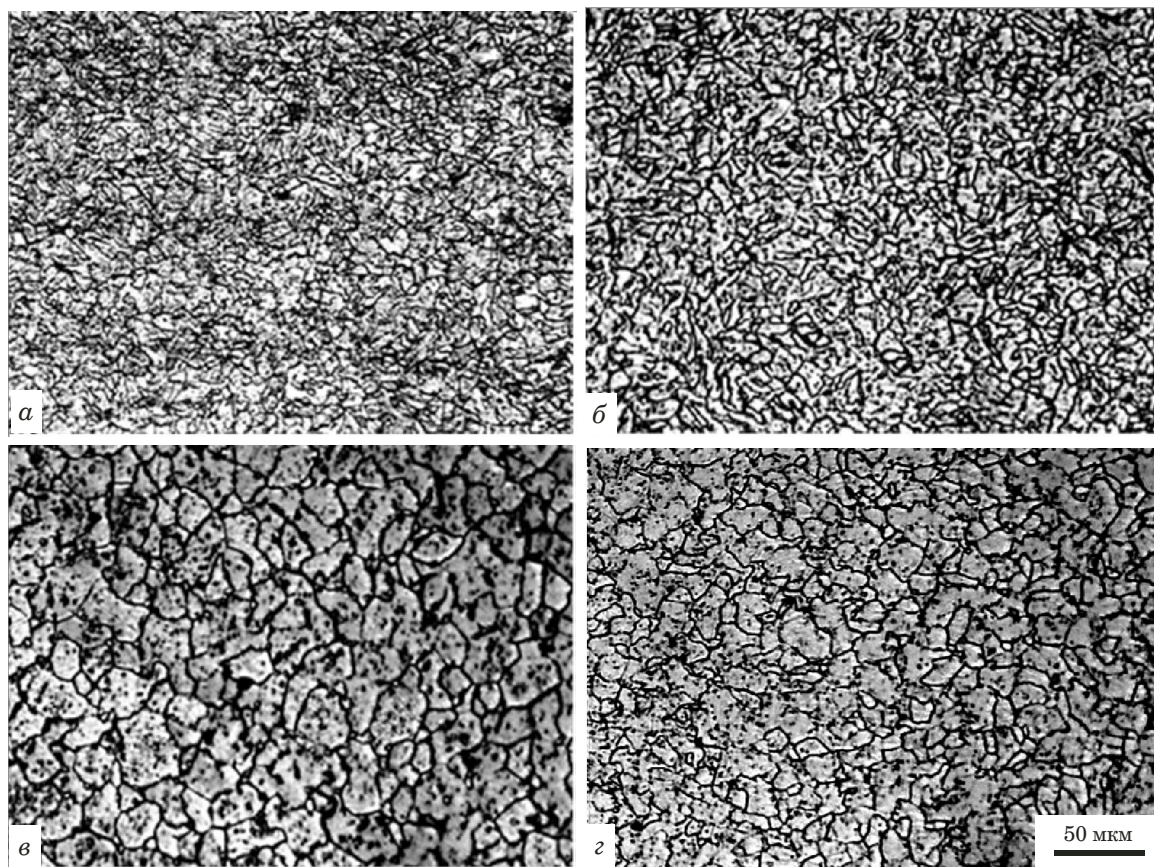


Рис. 1. Микроструктура стали 15Х5М в исходном состоянии (а), при длительной эксплуатации при низкой (до 430) (б) и высокой (до 800 °С) температурах (в), в зоне вздутия (г)

Fig. 1. Steel 15Kh5M microstructure in the initial state (a), during long-term operation at a low <450°C (b) and high 800°C (c) temperature and in the swelling zone (d)

$N = 80 - 120$). В качестве меры использовали также удельную плотность периметров границ микроструктурных объектов, вычисляемую по формуле

$$q_{\text{уд}} = \frac{1}{F_{\text{я}}} \sum_{j=1}^N \frac{P_j}{F_j}.$$

С геометрической точки зрения отношение периметра к площади фигуры — кривизна границы, которая определяет коэффициент концентрации напряжений при внешнем силовом нагружении. Следовательно, плотность периметра границ может быть характеристикой напряженности границы. При этом чем выше кривизна, тем вероятнее образование очага разрушения [4].

Для обеспечения точности оценки микроструктурной организации материала в пределах 3–5 % измерения и расчет количественных показателей мер проводили при трехкратном повторении [14].

Результаты и их обсуждение

На рис. 1 приведены микроструктуры участков печного змеевика. Первый находился при

комнатной температуре (не подвергался технологическим температурным воздействиям), но испытывал напряженное состояние за счет избыточного внутреннего давления (1,37 МПа). Второй, кроме внутреннего давления, подвергался температурному воздействию (до 430 и 800 °С). Третий — высокотемпературный участок, на котором наблюдали локальную выпуклость, образованную в результате ползучести за счет понижения жаропрочности материала.

Характер структурных изменений определяется величиной и длительностью температурного воздействия. Исходная структура стали 15Х5М включает ферритные зерна неправильной формы, имеющие развитые границы и неупорядоченную ориентацию. Это препятствует зернограницным сдвигам и обеспечивает необходимый уровень жаропрочности. Длительная эксплуатация сначала при температуре до 430 °С приводит к незначительному, но визуально ощутимому укрупнению зерен. При этом их неправильная форма и хаотическая ориентация сохраняются. При дальнейшей эксплуатации при 800 °С продолжается укрупнение зерен, а их форма становится более равноосной.

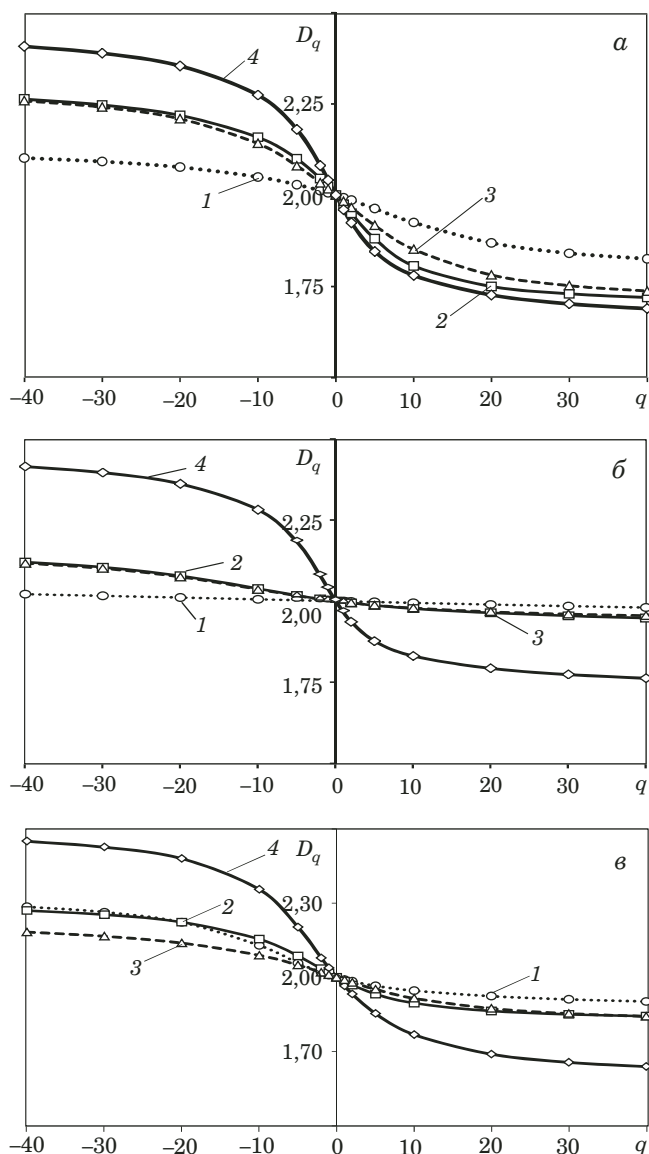


Рис. 2. Мультифрактальные спектры по удельным площади $f_{уд}$ (а), периметру $p_{уд}$ (б) и плотности границ $q_{уд}$ (в) микроструктурных объектов стали 15Х5М в исходном состоянии (1), после длительной эксплуатации при низкой (2) и высокой температурах (3), в зоне вздутия (4)

Fig. 2. Multifractal spectra for specific area (a), specific perimeter (b) and specific density of the boundaries (c) of the microstructural objects of steel 15Kh5M microstructure in the initial state (1), during long-term operation at low (2) and high (3) temperatures, in the swelling zone (4)

Длительная термическая выдержка сопровождается разложением легированного феррита и выделением карбидов. Мелкие карбидные кристаллиты образуют точечные колонии внутри ферритных зерен, которые формируются при выдержке стали уже при 430 °С. С повышением температуры плотность карбидных образований возрастает, а более крупные карбидные кристаллиты глобулярной формы выделяются по границам зерен. При длительной эксплуатации материала выше температуры полиморфных превращений

происходит растворение карбидов в аустените, который при последующем медленном охлаждении превращается в крупнозернистый феррит. В зернах феррита присутствуют дисперсные карбидные фазы [14].

На рис. 2 представлены мультифрактальные спектры, в таблице — рассчитанные по ним комплексные показатели микроструктуры.

Видно, что мультифрактальные спектры отличаются неоднородностью. Если в качестве показателя информативности принять максимальное значение диапазона изменения численных значений компонентов мультифрактального спектра (показатель K_∞), то предпочтительная мера — плотность границ микроструктурных объектов, далее следует площадь, затем — периметр границ.

Структурная деградация стали при длительной эксплуатации в условиях повышенных температур и напряжений сопровождается укрупнением зерен и выделением мелких дисперсных частиц. В результате K_{40} принимает высокие значения, что соответствует упорядочению крупных и разупорядочению мелких микроструктурных объектов. При этом жаропрочность с выделением мелких микроструктурных объектов, представляющих микромасштабные очаги нарушений сплошности, снижается, а их плотность в зоне, подверженной вздутию, резко возрастает. Таким образом, структурная деградация сопровождается понижением степени упорядоченности точечных микроструктур, которую можно рассматривать как механизм приспособления и повышения сопротивляемости материала к условиям внешнего воздействия за счет создания дополнительных барьеров для скользящих дислокаций.

Заключение

Проведенные исследования показали, что для определения мультифрактальных спектров микроструктуры можно использовать любой количественный структурный показатель, но предпочтительнее тот, который обеспечивает максимальный диапазон изменения численных значений мультифрактальных компонентов. В случае стали 15Х5М — это плотность границ микроструктурных объектов. Структурная деградация стали при длительной эксплуатации в условиях высоких температур и напряжений сопровождается укрупнением микроструктурных объектов, выделением дисперсных частиц и их объединением в упорядоченные комбинации. Эти процессы можно рассматривать как механизм своего рода приспособления и сопротивления внешним воздействиям.

Комплексные мультифрактальные показатели микроструктуры стали 15X5M

Complex multifractal indicators of steel 15Kh5M microstructure

Режим эксплуатации		Мера					
Температура T , °C	Давление P , МПа	Удельный периметр $p_{уд}$, мкм ⁻¹		Удельная площадь $f_{уд}$		Удельная плотность периметров границ $q_{уд}$, мкм ⁻¹	
		Δ_{40}	K_{40}	Δ_{40}	K_{40}	Δ_{40}	K_{40}
20	1,37	0,0192	0,0412	0,1673	0,2761	0,0739	0,3191
430	1,37	0,2032	0,6524	0,2711	0,7183	0,1228	0,2842
800	1,37	0,0492	0,1726	0,2554	0,5434	0,1171	0,3556
800	1,37 (вздутие)	0,0418	0,1612	0,2454	0,5211	0,2711	0,7578

ЛИТЕРАТУРА

1. Счастливцев В. М., Табачникова Т. И., Терещенко Н. А., Яковлева И. Л. Дegradaция структуры трубной стали при длительной эксплуатации в контакте с сероводородной средой / Физика металлов и металловедение. 2011. Т. 111. № 3. С. 290 – 303.
2. Нечаев Ю. С. Физические комплексные проблемы старения, охрупчивания и разрушения металлических материалов водородной энергетики и магистральных трубопроводов / Успехи физических наук. 2008. Т. 178. № 7. С. 709 – 726.
3. Ким В. А., Муравьев В. И., Лукьянов С. И., Бутин А. В. Коррозионные процессы и ресурс работы технологических трубопроводов установки ЭЛОУ-АВТ-3 / Химическое и нефтегазовое оборудование. 2012. № 11. С. 35 – 38.
4. Херцберг Р. В. Деформация и разрушение конструкционных материалов / Пер. с англ. — М.: Металлургия, 1989. — 576 с.
5. Иванова В. С., Баланкин А. С., Бунин И. Ж., Оксогов А. А. Синергетика и фракталы в материаловедении. — М.: Наука, 1994. — 382 с.
6. Балахонov Р. Р., Болеста А. В., Бондарь М. Н. и др. Поверхностные слои и внутренние границы раздела в гетерогенных материалах. — Новосибирск: СО РАН, 2006. — 520 с.
7. Kim V. A., Petrov V. V., Butin A. V., Belova I. V., Shpileva A. A. Quantitative Structure-and-Energy Analysis of Heat Treatment of Structural Steel / Metal Science and Heat Treatment. 2010. Vol. 52. N 3 – 4. P. 163 – 165.
8. Kim V. A., Belova I. V., Boutin A. V. Kinetics of structural of hardened steel 15Kh5M during tempering / Modern materials and technologies. 2013. N 1. P. 126 – 131.
9. Лиманкин В. В., Ким В. А., Марьин Б. Н., Сухоплюев В. А., Марьин С. Б., Шпилев А. М., Дмитриев Э. А. Количественная оценка зеренной структуры конструкционных сталей при пластической деформации и рекристаллизационном отжиге / Ученые записки КнАГТУ. 2012. № II-1(10). С. 81 – 88.
10. Ким В. А., Якубов Ч. Ф., Щелкунов Е. Б., Самар Е. В. Исследование адгезионно-активных поверхностных структур в быстрорежущей стали Р6М5 / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2018. Т. 84. № 12. С. 40 – 44.
11. Встовский Г. В., Колмаков А. Г., Бунин И. Ж. Введение в мультифрактальную параметризацию структур материалов. — Москва – Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2001. — 116 с.
12. Божок С. В., Паршин Д. А. Фракталы и мультифракталы. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. — 128 с.
13. Ким В. А., Башков О. В., Попкова А. А. Методика цифровой обработки изображений микроструктуры алюминиевых сплавов в среде MATLAB / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2013. Т. 79. № 10. С. 34 – 40.
14. Ким В., Евдокимова Р., Золоторева С., Попкова А., Йошида М. Статистическая оценка количественной металлографии / Ученые записки КнАГТУ. 2013. № II-1(14). С. 76 – 82.

REFERENCES

1. Schastlivtsev V. M., Tabachnikova T. I., Tereshchenko N. A., Yakovleva I. L. Degradation of pipe steel structure during long-term operation in contact with hydrogen sulfide medium / Fiz. Met. Metalloved. 2011. Vol. 111. N 3. P. 290 – 303 [in Russian].
2. Nechaev Yu. S. Physical complex problems of aging, embrittlement and destruction of metal materials of hydrogen energy and main pipelines / Usp. Fiz. Nauk. 2008. Vol. 178. N 7. P. 709 – 726 [in Russian].
3. Kim V. A., Muravyev V. I., Lukyanov S. I., Butin A. V. Corrosion processes and service life of technological pipelines of ELOU-AVT-3 installation / Khim. Neftegaz. Oborud. 2012. N 11. P. 35 – 38 [in Russian].
4. Hertzberg R. W. Deformation and fracture of structural materials. — Moscow: Metallurgiya, 1989. — 576 p. [Russian translation].
5. Ivanova V. S., Balankin A. S., Bunin I. Zh., Okso-goev A. A. Synergetics and fractals in materials science. — Moscow: Nauka, 1994. — 382 p. [in Russian].
6. Balakhonov R. R., Bolesta A. V., Bondar M. N., et al. Surface layers and internal interfaces in heterogeneous materials. — Novosibirsk: SB RAS, 2006. — 520 p. [in Russian].
7. Kim V. A., Petrov V. V., Butin A. V., Belova I. V., Shpileva A. A. Quantitative Structure-and-Energy Analysis of Heat Treatment of Structural Steel / Metal Science and Heat Treatment. 2010. Vol. 52. N 3 – 4. P. 163 – 165.
8. Kim V. A., Belova I. V., Boutin A. V. Kinetics of structural of hardened steel 15Kh5M during tempering / Modern materials and technologies. 2013. N 1. P. 126 – 131.
9. Limankin V. V., Kim V. A., Marin B. N., Sukhoplyuev V. A., Marin S. B., Shpilev A. M., Dmitriev E. A. Quantitative assessment of grain structure of structural steels under plastic deformation and recrystallization annealing / Uch. Zap. KnAG-TU. 2012. N II-1(10). P. 81 – 88 [in Russian].
10. Kim V. A., Yakubov Ch. F., Shchelkunov E. B., Samar E. V. Investigation of adhesion-active surface structures in high-speed steel R6M5 / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 2018. Vol. 84. N 12. P. 40 – 44 [in Russian].
11. Vstovsky G. V., Kolmakov A. G., Bunin I. Zh. Introduction to multifractal parameterization of material structures. — Moscow – Izhevsk: Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika, 2001. — 116 p. [in Russian].
12. Bozhokin S. V., Parshin D. A. Fractals and multifractals. — Izhevsk: Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika, 2001. — 128 p. [in Russian].
13. Kim V. A., Bashkov O. V., Popkova A. A. Technique of digital image processing of aluminum alloys microstructure in MATLAB environment / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 2013. Vol. 79. N 10. P. 34 – 40 [in Russian].
14. Kim V. A., Evdokimova R. V., Zolotoreva S. V., Popkova A. A., Yoshida M. Statistical Evaluation of Quantitative Metallography / Uch. Zap. KnAGTU. 2013. N II-1(14). P. 76 – 82 [in Russian].