

**Механика материалов:
прочность, ресурс, безопасность****Materials mechanics:
strength, durability, safety**DOI: <https://doi.org/10.26896/1028-6861-2020-86-1-44-50>**КИНЕТИКА РАЗНОНАПРАВЛЕННОСТИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО
РАЗРУШЕНИЯ ПРИ УЧЕТЕ АНИЗОТРОПИИ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛА****© Николай Андреевич Махутов, Иван Васильевич Макаренко*,
Леонид Васильевич Макаренко**

Институт машиноведения им. А. А. Благонравова РАН, Россия, 119334, Москва, ул. Бардина, д. 4;

*e-mail: I.V.Makarenko@yandex.ru

*Статья поступила 30 апреля 2019 г. Поступила после доработки 27 июня 2019 г.
Принята к публикации 21 октября 2019 г.*

Живучесть, ресурс и безопасность эксплуатации конструкций определяются степенью их повреждаемости, которая преобладающим образом регламентируется наличием и развитием в материале дефектов типа трещин. На основе расчетно-экспериментальных данных и численных решений предложены кинетические зависимости развития поверхностных разноориентированных полуэллиптических трещин с учетом анизотропии свойств материала. Получены результаты, необходимые для исследований задач кинематики нелинейной механики сплошной анизотропной среды. Предложены уточняющие параметрические уравнения состояния упругопластической деформационной анизотропии. Приведены функциональные зависимости параметров кинетических диаграмм малоциклового разрушения от механических свойств материала для широкого класса сварных соединений аустенитных нержавеющей циклически стабильных сталей типа 12X18H10T. Исследованы процессы развития наклонных поверхностных полуэллиптических трещин в континуумах сварных соединений при нелинейных граничных условиях нагружения. Проведены расчетно-экспериментальные и численные исследования напряженно-деформированного состояния в окрестности контура как стационарных, так и растущих поверхностных полуэллиптических произвольно ориентированных в пространстве трещин при упругопластическом номинальном циклическом нагружении с учетом анизотропии свойств материала. Получено функциональное распределение параметра неоднородности механических свойств материала, влияющего на накопление локальных пластических деформаций и на направление развития упругопластического разрушения, представленное в виде кинетического уравнения нелинейной механики разрушения. На основе сравнения экспериментальных результатов и численных расчетов напряженно-деформированного состояния по контуру исследуемых трещин при нелинейных краевых условиях нагружения показано хорошее согласование интенсивностей относительных упругопластических деформаций в их поверхностных точках с учетом деформационной анизотропии. Расчеты на сопротивление упругопластическому разрушению элементов ответственного оборудования с учетом рассматриваемых факторов нелинейной механики разрушения и неоднородности свойств позволят повысить точность оценки их прочности, эксплуатационных ресурсов и живучести.

Ключевые слова: локальные упругопластические деформации; анизотропия свойств материала; скорость развития малоциклового трещин; поверхностные наклонные полуэллиптические трещины; коэффициент интенсивности деформаций.

**KINETICS OF THE MULTIDIRECTIONALITY OF ELASTIC-PLASTIC FRACTURE
WITH ALLOWANCE FOR ANISOTROPY OF THE MATERIAL PROPERTIES****© Nikolai A. Makhutov, Ivan V. Makarenko*, Leonid V. Makarenko**

Blagonravov Mechanical Engineering Research Institute, Russian Academy of Sciences, 4 ul. Bardina, Moscow, 119334, Russia; *e-mail: I.V.Makarenko@yandex.ru

Received April 30, 2019. Revised June 27, 2019. Accepted October 21, 2019.

Survivability, service life and operational safety of the engineering structures are determined by their damage rate which is mainly regulated by the presence and development of the crack-like defects in the material. Kinetic dependences describing the development of multidirectional semi-elliptic surface cracks

with allowance for the anisotropy of the material properties are proposed proceeding from experimental data and numerical solutions. The obtained results are required in studying kinematic problems in non-linear mechanics of a continuous anisotropic medium. Refining parametric equations for elastoplastic deformation anisotropy are proposed. Functional dependences of the parameters of the kinetic diagrams of low-cycle fracture on the mechanical properties of the material are presented for a wide class of welded joints of austenite stainless cyclically stable steels (12Kh18N10T). The processes of developing inclined semi-elliptic surface cracks in the continuums of welded joints under non-linear boundary loading conditions are studied. We have carried out combined computational, experimental and numerical studies of the stress-strain state in the vicinity of the contour of stationary and growing surface semi-elliptic cracks randomly oriented in space under elastoplastic nominal cyclic loading taking into account the anisotropy of the material properties. The functional distribution of the inhomogeneity parameter of the mechanical properties of the material, which affects accumulation of the local plastic strains and direction of developing the elastoplastic fracture is obtained and presented in the form of the kinetic equation of nonlinear fracture mechanics. Comparison of the experimental results and numerical calculations of the stress-strain state along the contour of the cracks under study in nonlinear boundary loading conditions revealed a good agreement between the intensities of relative elastoplastic deformations at their surface points with allowance for the deformation anisotropy. Calculations of the elastoplastic fracture resistance of the critical elements of the equipment with allowance for considered factors of nonlinear fracture mechanics and heterogeneity of the properties can improve the accuracy of evaluation of their strength, service life and survivability.

Keywords: local elastic-plastic deformations; anisotropy of the material properties; low-cycle crack propagation rate; inclined semi elliptical surface cracks; strain intensity factor.

Введение

Эксплуатационный ресурс, живучесть, прочность и безопасность конструкций при наличии в них сварных элементов определяются степенью повреждаемости, которая преобладающим образом регламентируется наличием и развитием дефектов типа поверхностных полуэллиптических трещин.

Цель работы — исследование кинетики разнонаправленности упругопластического разрушения при учете анизотропии свойств материала на основе критериев нелинейной механики разрушения.

На данный момент математически завершенной теории роста трещин в сплошной среде с учетом неоднородности физико-механических свойств не существует.

Получены уточняющие параметры уравнения состояния упругопластической деформационной анизотропии и функциональные зависимости параметров кинетических диаграмм малоциклового разрушения от механических свойств материала для широкого класса сварных соединений аустенитных нержавеющей циклически стабильных сталей типа 12X18H10T.

В результате исследования разнонаправленности процессов упругопластического разрушения в континууме сварных соединений при нелинейных граничных условиях нагружения проведены расчетно-экспериментальные и численные исследования напряженно-деформированного состояния в окрестности контура как стационарных, так и растущих поверхностных полуэллиптических произвольно ориентированных в пространстве трещин. Приведено функциональное

распределение параметра неоднородности механических свойств материала, влияющего на накопление локальных пластических деформаций и на направление развития упругопластического разрушения, представленное в виде кинетического уравнения нелинейной механики разрушения.

Сравнение экспериментальных данных и численных расчетов напряженно-деформированного состояния по контуру исследуемых трещин показало хорошее согласование интенсивностей относительных упругопластических деформаций в их поверхностных точках с учетом деформационной анизотропии.

Методы исследования

При решении поставленной задачи использовали результаты, полученные расчетно-экспериментальными и численными методами на основе программного комплекса ANSYS, в целях определения напряженно-деформированного состояния по контуру наклонных полуэллиптических трещин при нелинейных краевых условиях нагружения.

В данном исследовании проводили испытания на растяжение — сжатие при симметричном цикле нагружения трубчатых сварных образцов (внешний диаметр $D = 50$ мм, внутренний — $d = 30$ мм) стали типа 12X18H10T с нанесенными на внешнюю поверхность разноориентированными полуэллиптическими трещинами (рис. 1). Исходные трещины наносили электроэрозионным методом и исследования проводили согласно методике [1].

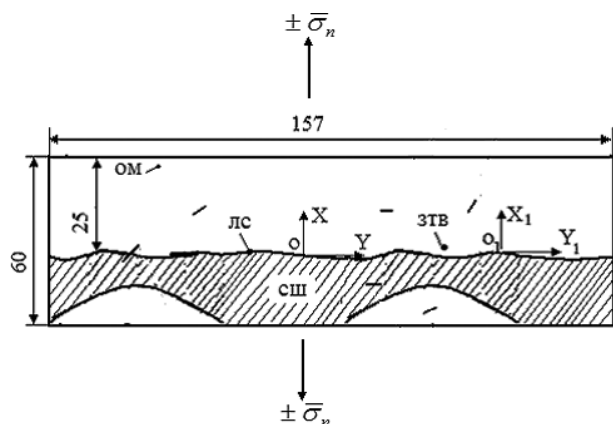


Рис. 1. Схема нанесения исходных наклонных поверхностных полуэллиптических трещин на развертке внешней боковой поверхности цилиндрического сварного образца стали 12X18H10T

Fig. 1. Scheme of applying initial inclined semi-elliptic surface cracks on the involute of the outer lateral surface of a cylindrical welded steel specimen 12X18H10T

Результаты работы и их обсуждение

В работах [2 – 10] показано моделирование поверхностей упругопластического разрушения при малоцикловом нагружении. На рис. 2, согласно [8], графически представлена расчетная поверхность разрушения разноориентированных малоцикловых полуэллиптических трещин, а также конечно-элементная модель полуэллиптической трещины и поле упругопластических деформаций в ее поверхностной точке при относительном номинальном напряжении растяжения $\bar{\sigma}_{ni} = 1,33$, полученные численными расчетами с помощью программного комплекса ANSYS [7]. Здесь t — толщина стенки цилиндрического образца; b и a — малая и большая полуоси полуэллиптической трещины.

Поврежденность за редким исключением не наблюдали и не измеряли, а изменение механических свойств обнаруживали при отклике тела на различные внешние воздействия.

Известно, что в механике деформируемого твердого тела процесс поврежденности учитывает изменение свойств материала в результате накопления разных видов повреждений для линейно-упругого материала с рассеянным полем микродефектов или анизотропии свойств согласно асимптотическому закону усталостного роста трещины [2]:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \Psi \varepsilon_{ij}, \quad (1)$$

где σ_{ij} , ε_{ij} и C_{ijkl} — компоненты тензора напряжений, деформаций и начальной жесткости; Ψ — поврежденность.

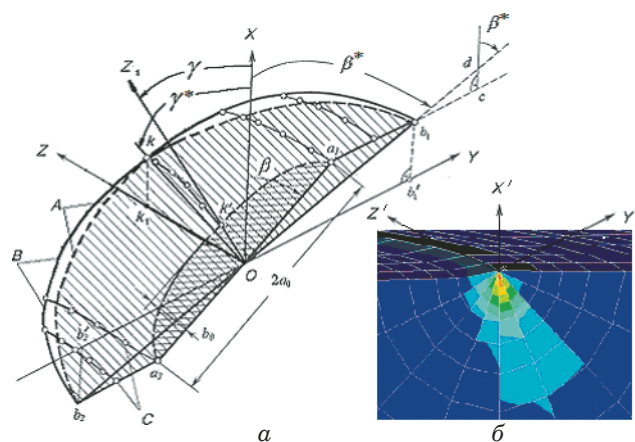


Рис. 2. Графическое представление расчетной модели поверхностей разноориентированных малоцикловых поверхностных трещин (а), где A — расчетная поверхность трещины; B — контур реальной поверхности трещины; C — точки реальной поверхности трещины; $b'_1 b'_2 = l_{ijy} = 2a_y = l_{ijy}^*$; $a_1 a_2 = 2a_0$; $ok = b^*$; $ok_1 = b_z^* = l_{ijz}^*$; $ok_1 = b_o$; $ob_1 = a^*$; $b_1 d = r^*$; $b_1 c = r$ (а), а также конечно-элементная модель полуэллиптической трещины и поле упругопластических деформаций в ее поверхностной точке при $b/t = 0,15$, $b/a = 0,714$, $e_{Ti} = 1,843 \cdot 10^{-3}$, $\bar{\sigma}_{ni} = 1,33$, максимальной относительной интенсивности деформации $\bar{\varepsilon}_{i \max} = 320$ (б)

Fig. 2. Graphic representation of the calculation model of the surfaces of multidirectional low-cycle surface cracks, where A — calculated crack surface; B — contour of the real crack surface; C — points of the real crack surface. $b'_1 b'_2 = l_{ijy} = 2a_y = l_{ijy}^*$; $a_1 a_2 = 2a_0$; $ok = b^*$; $ok_1 = b_z^* = l_{ijz}^*$; $ok_1 = b_o$; $ob_1 = a^*$; $b_1 d = r^*$; $b_1 c = r$ (a), as well as the finite element model of a semi-elliptical crack and the field of elastoplastic strains at the surface point at $b/t = 0,15$, $b/a = 0.714$, $e_{Ti} = 1.843 \times 10^{-3}$, $\bar{\sigma}_{ni} = 1.33$, the maximum relative strain intensity $\bar{\varepsilon}_{i \max} = 320$ (b)

При изменении параметра Ψ можно получить функциональную зависимость роста усталостной трещины по закону

$$\frac{d\Psi}{dN} = -c \left(\frac{\sigma_c}{\Psi} \right)^m \frac{1}{\Psi^{n-m}} \text{ при } (\sigma_c \geq \sigma_{th} \Psi^Y), \quad (2)$$

где N — число циклов; c , m , n ($n > m$), Y , σ_{th} — положительные константы материала;

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{3}{2}} s_{ij} s_{ij},$$

$s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_{kk} \delta_{ij} / 3$ — компоненты девиатора напряжений.

В результате скорость роста трещины можно оценить функцией

$$\frac{dl_{ijk}}{dN} = c \Delta \bar{K}_a^p, \quad (3)$$

где dl_{ijk}/dN — скорость трещины в соответствующем направлении пространства; N — число циклов нагружения; $c = f(n, m, p, \bar{\sigma}_{ij}, \varepsilon_{ij})$ — некоторая функция констант материала и условий нагружения; l_{ijk} — длина трещины в соответствующем направлении пространства.

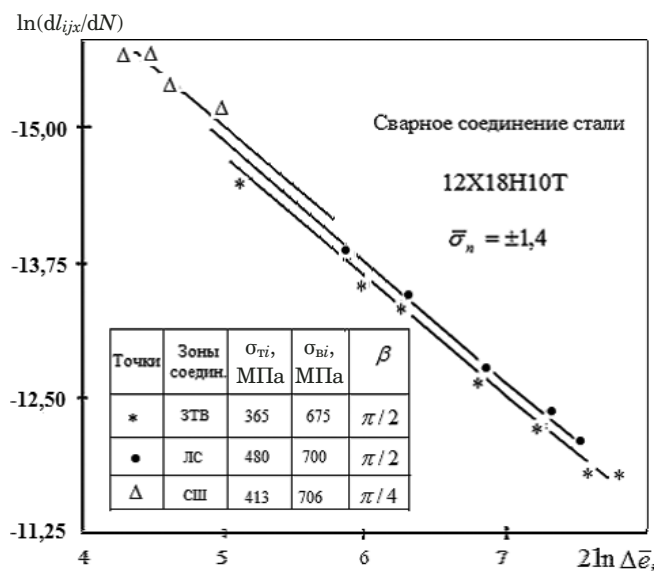


Рис. 3. Зависимости скорости роста малоцикловых наклонных полуэллиптических трещин в сварном соединении образца стали 12Х18Н10Т от размаха интенсивности локальных упругопластических относительных деформаций в их поверхностной точке при $\varphi = 0$ и $\gamma = 0$.

Fig. 3. Dependences of the growth rate of low-cycle inclined semi-elliptic cracks in the welded joint of a 12Kh18N10T steel sample on the magnitude of the intensity of local elastoplastic relative deformations in the tip at $\varphi = 0$ and $\gamma = 0$.

щем направлении координатных осей; $\Delta \bar{K}_\alpha$ — размах относительного коэффициента интенсивности напряжений; α — I, II, III модели разрушения. Формула (3) при $p = 2$ по своей структуре аналогична закону усталостного роста трещины Пэриса – Эрдогана.

Для роста усталостной трещины представлено достаточно много вариантов функций, хорошо описывающих диаграмму усталостного разрушения, на основе аналитической зависимости

$$\frac{dr}{dN} = F(\sigma_{ij}, r, C_1, \dots, C_j), \quad (4)$$

где $\mathbf{r}$ — радиус-вектор, проведенный в точку контура трещины; C_j — константы.

При нелинейных граничных условиях нагружения скорость роста малоцикловых трещин согласно деформационным критериям разрушения [3 – 4] может быть определена через размах относительного коэффициента интенсивности деформаций $\Delta \bar{K}_{ae}^k$ в соответствующем полуцикле нагружения:

$$\frac{dl_{ijk}}{dN} = C_{oi} \Delta \bar{K}_{ae}^{k\gamma_{oi}}, \quad (5)$$

где $C_{oi} = 1 / 2\pi \bar{e}_{fi}^2$; $\gamma_{oi} = 2$ — характеристики материала в данной его точке и при определенных условиях нагружения, $\bar{e}_{fi} = e_{fi}/e_{ti}$ — истинная относительная разрушающая деформация в локаль-

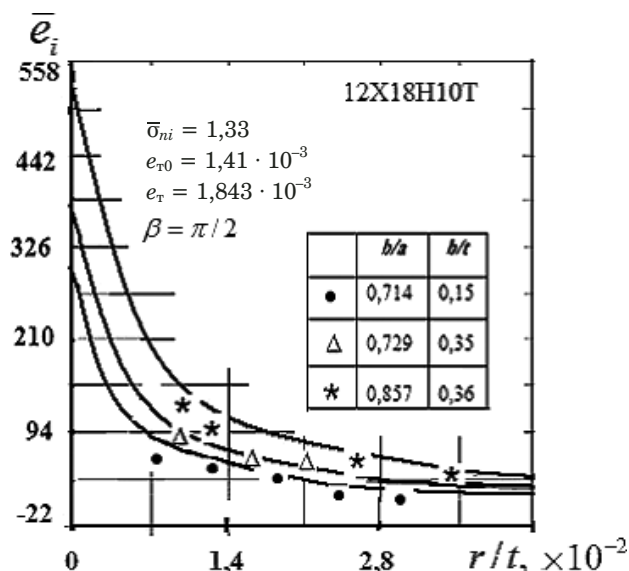


Рис. 4. Экспериментальные величины упругопластических деформаций в зависимости от расстояния от точек вершины контура полуэллиптической трещины, находящейся в зоне термического влияния (точки), и аналогичные численные зависимости (линии)

Fig. 4. Experimental values of elastoplastic deformations depending on the distance from the tip of the semi-elliptic crack located in the heat-affected zone (points), and corresponding numerical dependences (solid lines)

ной зоне вершины трещины (e_{ti} — локальная деформация на пределе текучести в данной точке, e_{fi} — истинная локальная разрушающая деформация в точке объема).

Для упругопластических тел с трещиной в условиях развитой пластичности энергетический критерий разрушения (т.е. условие начала распространения трещины) — достижения J -интеграла своего предельного значения J_c , являющегося характеристикой материала, формулируется уравнением

$$\int_C \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dx_2 - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1} ds = J_c,$$

где T_i — приложенные к берегам трещины нагрузки; u_i — перемещения.

Согласно деформационным критериям разрушения [3 – 4], развитие трещины в точке ее контура происходит в момент достижения интенсивности упругопластической деформации e_i величины истинной разрушающей деформации e_f в этой же точке, зависящей от объемности напряженно-деформированного состояния в данном микрообъеме вершины контура трещины:

$$e_i = e_f.$$

Распределение этих локальных разрушающих деформаций на контуре поверхности трещины и формирует траекторию ее развития в пространстве [1, 4 – 6, 8 – 9].

Основное уравнение кинетики развития малоциклового разрушения [3–4] на основе (5) имеет следующий вид:

$$\frac{dl_{ijk}}{dN} = C_{ej} \Delta \bar{e}_i^{n_{ej}}, \quad (6)$$

где $\Delta \bar{e}_i = \Delta e_i / e_{Tj}$ — размах интенсивности относительных упругопластических деформаций на контуре трещины; e_{Tj} — деформация на пределе текучести в данной точке сварного соединения; C_{ej} и n_{ej} — характеристика материала и условий нагружения. При развитых упругопластических деформациях уравнение (6) хорошо описывает результаты экспериментальных исследований (рис. 3) при параметре $n_{ej} = 2$.

Полученные экспериментальные упругопластические деформации в поверхностных точках наклонных полуэллиптических трещин хорошо согласуются с данными численных расчетов (рис. 4), проводимых с помощью программного комплекса ANSYS [7].

На рис. 3 приведены кинетические диаграммы малоциклового разрушения — зависимости скорости роста малоциклового полуэллиптических трещин в сварном соединении образца от локальных упругопластических относительных деформаций в их поверхностных точках при $\varphi = 0$.

На основе экспериментальных результатов и численных решений предложена эмпирическая зависимость пространственного распределения параметра C_{ej} в объеме сварного соединения от отношения предела прочности σ_{Bi} к пределу текучести материала σ_{Ti} в соответствующих точках соединения:

$$C_{ej} = a_1 (\sigma_{Bi} / \sigma_{Ti}) - a_2, \quad (7)$$

где $a_1 = 5 \cdot 10^{-9}$ м/цикл; $a_2 = -5,75 \cdot 10^{-9}$ м/цикл.

Для основного металла 12X18H10T исследуемого сварного соединения предел текучести $\sigma_{T0} = 280$ МПа, модуль упругости $E_0 = 1,98 \times 10^5$ МПа, предел прочности $\sigma_{B0} = 578$ МПа, предел текучести $e_{T0} = 1,41 \cdot 10^{-3}$.

Таким образом, на основании результатов проведенных исследований и работ [3–21] основное уравнение развития малоциклового разрушения с учетом физико-механической неоднородности материала широкого класса аустенитных нержавеющей циклически стабильных сталей может быть записано в виде

$$\frac{dl_{ijk}}{dN} = \left(a_1 \frac{\sigma_{Bi}}{\sigma_{Ti}} - a_2 \right) (\Delta \bar{e}_i^* \sin^2 \beta^*)^2, \quad (8)$$

где β^* , $\Delta \bar{e}_i^*$ — расчетный угол наклона моделированной поверхности разрушения и размах интен-

сивности относительных упругопластических деформаций в конкретной точке сварного соединения на контуре трещины.

Экспериментальные значения размахов интенсивностей локальных относительных упругопластических деформаций $\Delta \bar{e}_i^* = \Delta e_i^* / e_{Ti}$ получены с учетом математической модели пространственного распределения предела текучести в сварном соединении $\sigma_{Ti} = f(x, y, z)$ [6].

Представленная в работе [9] математическая модель распределения механических свойств материала исследуемых сварных соединений для широкого аустенитно-нержавеющего класса сталей типа 08X18H10T и 12X18H10T позволяет использовать объемные поля их распределения. Функции изменения относительных напряжений текучести $\bar{\sigma}_{Ti} = \sigma_{Ti} / \sigma_{T0}$ и прочности $\bar{\sigma}_{Bi} = \sigma_{Bi} / \sigma_{B0}$ в различных точках объема представлены ниже. Так, $\bar{\sigma}_{Ti}$ по объему сварного шва (сш), включая его линию (зону) сплавления (лс), — уравнением

$$\bar{\sigma}_{Ti} = \left[A_1 \left(\frac{Y}{t} \right)^2 + A_2 \left[\left(\frac{X}{t} \right)^2 + A_3 \left(\frac{Y}{t} \right)^2 + A_4 \right], \quad (9)$$

в зоне термического влияния (ЗТВ) сварного шва — уравнением

$$\bar{\sigma}_{Ti} = \left[B_1 \left(\frac{Y}{t} \right)^2 + B_2 \left[\left(\frac{X}{t} \right) + B_3 \right]^2 + 1 \right], \quad (10)$$

где значения коэффициентов A_i и B_i , где $i = 1, 2, 3, 4$, зависящих от многочисленных параметров сварки, приведены в [6]; X, Y, Z, t — соответственно координаты точки сварного соединения и его толщина.

Изменения относительных напряжений предела прочности в соответствующих точках объема материала [6] описываются следующим образом:

для металла шва и линии сплавления — уравнением

$$\bar{\sigma}_{Bi} = B_0 \left[D_1 + D_2 \left(\frac{Y}{t} - 0,5 \right)^2 + D_3 \left(\frac{Y}{t} - 0,5 \right)^2 \left(\frac{X}{t} \right)^2 \right], \quad (11)$$

для зоны термического влияния, включая линию сплавления, — уравнением

$$\bar{\sigma}_{Bi} = B_0 \left[D_4 + \left(D_5 + D_6 \frac{Y}{t} \right) \left(\frac{X}{t} - \sigma_B \right)^2 \right], \quad (12)$$

где параметры D_i (при $i = 1 - 6$), B_0 и σ_B приведены в [6].

Уравнение (8) описывает кинетическую диаграмму малоциклового разрушения сварных соединений при наличии наклонных с преобладающим первым главным номинальным напряжением поверхностных полуэллиптических трещин с учетом анизотропии свойств. Экспериментальные результаты построения кинетической диаграммы упругопластического разрушения также показывают, что исходные остаточные напряжения сварки не оказывают принципиального влияния на развитие трещин после нескольких десятков циклов упругопластических нагружений.

Представленные на рис. 4 результаты показывают хорошее согласование расчетно-экспериментальных и численных зависимостей относительных интенсивностей упругопластических деформаций $\bar{\epsilon}_i$ вблизи контура полуэллиптической трещины, находящейся в зоне термического влияния, от относительного расстояния от точек вершины контура r/t (r — расстояние, t — толщина стенки образца) для широкого диапазона геометрий трещины; $\bar{\sigma}_{ni} = \sigma_{ni}/\sigma_{Ti}$ — номинальное относительное напряжение.

На основе анализа проведенных экспериментальных и численных исследований получены количественная оценка кинетики полей локальных упругопластических деформаций в точках контура фронта исследуемых трещин [1 – 21] и обобщенная диаграмма малоциклового разрушения с учетом деформационной анизотропии свойств материала.

Выводы

Получены новые результаты расчетно-экспериментальных и численных исследований процесса изменения упругопластической деформационной анизотропии, которые хорошо согласуются.

Сформулирована функциональная зависимость влияния анизотропии механических свойств материала на параметры кинетической диаграммы малоциклового разрушения в трехмерной конфигурации трещин.

Результаты, представленные в данной работе, на основе нелинейной механики разрушения могут быть использованы для более точного предсказания прочности, безотказной работы и живучести ответственного оборудования и конструкций.

Финансирование

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 18-08-00572-а.

ЛИТЕРАТУРА

1. Махутов Н. А., Макаренко И. В. Методика исследования кинетики полуэллиптических поверхностных наклонных трещин при малоциклоном нагружении / Заводская лаборатория. 1984. Т. 50. № 2. С. 63 – 66.
2. Zhao Jun, Zhang Xing. The asymptotic study of fatigue crack growth based on damage mechanics / Engn. Fracture Mechanics. 1995. Vol. 50. N 1. P. 131 – 141.
3. Махутов Н. А. Деформационные критерии разрушения и расчет конструкций на прочность — М.: Машиностроение, 1981. — 273 с.
4. Махутов Н. А. Конструкционная прочность, ресурс и технологическая безопасность. В 2-х ч. — Новосибирск: Наука, 2005. — 1110 с.
5. Makhutov N. A., Makarenko I. V., Makarenko L. V. Calculation and experimental analysis of the stress-strain state for inclined semi-elliptical surface cracks / Inorganic Materials. 2017. Vol. 53. N 15. P. 1502 – 1505.
6. Махутов Н. А., Макаренко И. В., Макаренко Л. В. Исследование пространственной механической неоднородности сварных соединений аустенитных нержавеющей сталей / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2004. Т. 70. № 2. С. 39 – 49.
7. ANSYS, 2010. Structural Analysis Guide. 660578.
8. Makhutov N. A., Makarenko I. V., Makarenko L. V. A study of fracture kinetics in welded components of nuclear power plant equipment in the presence of surface semi-elliptical variously oriented cracks / Strength of Materials. 2010. Vol. 42. N 1. P. 25 – 31.
9. Makhutov N. A., Makarenko I. V., Makarenko L. V. Studies on the fracture mechanism and kinetics of randomly oriented surface semielliptical cracks at the multiaxial stress-strain state with deformation criteria of nonlinear fracture mechanics / Strength of Materials. 2013. Vol. 45. N 4. P. 454 – 458.
10. Li CQ, Fu GY, Yang W. Stress intensity factors for inclined external surface cracks in pressurized pipes / Engng. Fract. Mech. 2016. Vol. 165. P. 72 – 86.
11. Fu GY, Yang W, Li CQ. Stress intensity factors for mixed mode fracture induced by inclined cracks in pipes under axial tension and bending / Theor. Appl. Fract. Mech. 2017. Vol. 89. P. 100 – 109.
12. Chandra D., Putra I. S., Ariffin A. K., Mardi N. A., Nukman Y., Purbolaksono J. Fatigue growth analysis of a surface crack in a solid cylinder under combined cyclic axial-torsion loading / Exp. Tech. 2016. Vol. 40. P. 1397 – 1407.
13. Guoyang Fu, Wei Yang, Chun-Qing Li. Stress intensity factors for mixed mode fracture induced by inclined cracks in pipes under axial tension and bending / Theor. Appl. Fract. Mech. 2017. Vol. 89. P. 100 – 109.
14. Bin Qianga, Yadong Lia, Changrong Yao, Xin Wang. Through-thickness welding residual stress and its effect on stress intensity factors for semi-elliptical surface cracks in a butt-welded steel plate / Eng. Fract. Mech. 2018. Vol. 193. P. 17 – 31.
15. Miao X. T., Zhou, C. Y., Li J., He X. H. Studies of elastic and elastic — plastic J -integral for mixed mode cracked plate under biaxial loading / Fatigue. Fract. Eng. Mater. Struct. 2016. Vol. 39. P. 536 – 551.
16. Aliha MRM, Gharehbaghi H. The effect of combined mechanical load welding residual stress on mixed mode fracture parameters of a thin aluminum cracked cylinder / Eng. Fract. Mech. 2017. Vol. 180. P. 213 – 241.
17. Shen HJ, Guo WL. 3D constraint effect on 3D fatigue crack propagation / Int. J. Fatigue. 2005. Vol. 27. P. 617 – 640.
18. Tetsuya Koshima, Hiroshi Okada. Three-dimensional J -integral evaluation for finite strain elastic — plastic solid using the quadratic tetrahedral finite element and automatic meshing methodology / Eng. Fract. Mech. 2015. Vol. 135. P. 34 – 63.
19. Ferro P, Berto F., James N. M. Asymptotic residual stress distribution induced by multipass welding processes / Int J Fatigue. 2017. Vol. 101. P. 421 – 430.

20. **Judt P. O., Ricoeur A., Linek G.** Crack path prediction in rolled aluminium plates with fracture toughness orthotropy and experimental validation / *Eng. Fract. Mech.* 2015. Vol. 138. P. 33 – 48.
21. **Lach R., Grellmann W.** Mixed mode fracture mechanics behaviour of PMMA / *Macromol Symp.* 2017. Vol. 373. N 1. P. 1 – 6.

REFERENCES

1. **Makhutov N. A., Makarenko I. V.** Technique of research kinetic semi elliptical superficial inclined cracks at low-cycle loading / *Zavod. Lab.* 1984. Vol. 50. N 2. P. 63 – 66 [in Russian].
2. **Zhao Jun, Zhang Xing.** The asymptotic study of fatigue crack growth based on damage mechanics / *Engn. Fracture Mechanics.* 1995. Vol. 50. N 1. P. 131 – 141.
3. **Makhutov N. A.** Deformation Fracture Criteria and Strength Calculations of Structural Elements. — Moscow: Mashinostroyeniye, 1981. — 273 p. [in Russian].
4. **Makhutov N. A.** Structural Integrity, Service life, and Environmental Safety. In 2 parts. — Novosibirsk: Nauka, 2005. — 1110 p. [in Russian].
5. **Makhutov N. A., Makarenko I. V., Makarenko L. V.** Calculation and experimental analysis of the stress-strain state for inclined semi-elliptical surface cracks / *Inorganic Materials.* 2017. Vol. 53. N 15. P. 1502 – 1505.
6. **Makhutov N. A., Makarenko I. V., Makarenko L. V.** Research of spatial mechanical heterogeneity of welded connections austenite stainless steels / *Zavod. Lab.* 2004. Vol. 70. N 2. P. 39 – 49 [in Russian].
7. **ANSYS, 2010.** Structural Analysis Guide. 660578.
8. **Makhytov N. A., Makarenko I. V., Makarenko L. V.** A study of fracture kinetics in welded components of nuclear power plant equipment in the presence of surface semi-elliptical variously oriented cracks / *Strength of Materials.* 2010. Vol. 42. N 1. P. 25 – 31.
9. **Makhutov N. A., Makarenko I. V., Makarenko L. V.** Studies on the fracture mechanism and kinetics of randomly oriented surface semielliptic cracks at the multiaxial stress-strain state with deformation criteria of nonlinear fracture mechanics / *Strength of Materials.* 2013. Vol. 45. N 4. P. 454 – 458.
10. **Li CQ, Fu GY, Yang W.** Stress intensity factors for inclined external surface cracks in pressurized pipes / *Engng. Fract. Mech.* 2016. Vol. 165. P. 72 – 86.
11. **Fu GY, Yang W, Li CQ.** Stress intensity factors for mixed mode fracture induced by inclined cracks in pipes under axial tension and bending / *Theor. Appl. Fract. Mech.* 2017. Vol. 89. P. 100 – 109.
12. **Chandra D., Putra I. S., Ariffin A. K., Mardi N. A., Nukman Y., Purbolaksono J.** Fatigue growth analysis of a surface crack in a solid cylinder under combined cyclic axial-torsion loading / *Exp. Tech.* 2016. Vol. 40. P. 1397 – 1407.
13. **Guoyang Fu, Wei Yang, Chun-Qing Li.** Stress intensity factors for mixed mode fracture induced by inclined cracks in pipes under axial tension and bending / *Theor. Appl. Fract. Mech.* 2017. Vol. 89. P. 100 – 109.
14. **Bin Qianga, Yadong Lia, Changrong Yao, Xin Wang.** Through-thickness welding residual stress and its effect on stress intensity factors for semi-elliptical surface cracks in a butt-welded steel plate / *Eng. Fract. Mech.* 2018. Vol. 193. P. 17 – 31.
15. **Miao X. T., Zhou, C. Y., Li J., He X. H.** Studies of elastic and elastic — plastic J -integral for mixed mode cracked plate under biaxial loading / *Fatigue. Fract. Eng. Mater. Struct.* 2016. Vol. 39. P. 536 – 551.
16. **Aliha MRM, Gharehbaghi H.** The effect of combined mechanical load welding residual stress on mixed mode fracture parameters of a thin aluminum cracked cylinder / *Eng. Fract. Mech.* 2017. Vol. 180. P. 213 – 241.
17. **Shen HJ, Guo WL.** 3D constraint effect on 3D fatigue crack propagation / *Int. J. Fatigue.* 2005. Vol. 27. P. 617 – 640.
18. **Tetsuya Koshima, Hiroshi Okada.** Three-dimensional J -integral evaluation for finite strain elastic — plastic solid using the quadratic tetrahedral finite element and automatic meshing methodology / *Eng. Fract. Mech.* 2015. Vol. 135. P. 34 – 63.
19. **Ferro P., Berto F., James N. M.** Asymptotic residual stress distribution induced by multipass welding processes / *Int J Fatigue.* 2017. Vol. 101. P. 421 – 430.
20. **Judt P. O., Ricoeur A., Linek G.** Crack path prediction in rolled aluminium plates with fracture toughness orthotropy and experimental validation / *Eng. Fract. Mech.* 2015. Vol. 138. P. 33 – 48.
21. **Lach R., Grellmann W.** Mixed mode fracture mechanics behaviour of PMMA / *Macromol Symp.* 2017. Vol. 373. N 1. P. 1 – 6.