

DOI: <https://doi.org/10.26896/1028-6861-2020-86-5-59-64>

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОЩАДИ ПЕТЛИ МЕХАНИЧЕСКОГО ГИСТЕРЕЗИСА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

© Геннадий Дмитриевич Петрушин, Алла Геннадьевна Петрушина*

Тульский государственный университет, Россия, 300012, Тула, пр. Ленина, д. 92; *e-mail: petrushina.al@yandex.ru

*Статья поступила 13 мая 2019 г. Поступила после доработки 2 сентября 2019 г.
Принята к публикации 12 ноября 2019 г.*

Метод гистерезисной петли относится к прямым способам определения характеристик рассеяния энергии и изучения процессов неупругости в материалах. Он основан на непосредственном получении петли механического гистерезиса путем статического нагружения и разгрузки образца с замером соответствующих деформаций. Относительное рассеяние энергии при этом определяется как отношение площади петли гистерезиса к упругой энергии, соответствующей максимальной амплитуде деформации. Построение петли гистерезиса выполняли на установке «Крутильный маятник для определения механических свойств материалов», которая может работать как прибор для измерения величины внутреннего рассеяния энергии методом затухающих колебаний и как прецизионная испытательная машина на кручение с использованием деформирующего устройства. Цель работы — определение площади петли статического гистерезиса подбором математических моделей кривых нагружения и разгрузки с последующим численным интегрированием с использованием значений ординат в равноотстоящих точках. Анализ применения полиномов второй или третьей степени проводили по критерию наименьшей суммы квадратов неувязок между эмпирическими и рассчитанными значениями функций. Исходными данными для оценки коэффициентов регрессии в полиномиальных уравнениях являлись экспериментально полученные координаты точек диаграмм деформации образца при его нагружении и разгрузке. Отличительной особенностью предложенного метода является то, что для расчета площади петли статического гистерезиса не используются аналитические зависимости между напряжениями и деформациями, полученные Н. Н. Давиденковым и содержащие трудно определяемые геометрические параметры петли, которые заранее должны быть установлены по известным значениям логарифмического декремента колебаний, определяемым из эксперимента. Проведенные исследования позволяют сделать вывод, что оценка относительного рассеяния энергии в ферритном сером чугуна, выполненная прямым методом определения площади петли механического гистерезиса при различных амплитудах сдвиговой деформации, хорошо согласуется с данными, полученными косвенным методом затухающих колебаний на установке аналогичного класса.

Ключевые слова: математическая модель; петля гистерезиса; модуль упругости; диаграмма деформации; процессы неупругости; рассеяние энергии.

DETERMINATION OF THE AREA OF MECHANICAL HYSTERESIS LOOP USING MATHEMATICAL MODELS

© Gennady D. Petrushin, Alla G. Petrushina*

Tula State University, 92, prosp. Lenina, Tula, 300012 Russia; *e-mail: petrushina.al@yandex.ru

Received May 13, 2019. Revised September 2, 2019. Accepted November 12, 2019.

A method of the hysteresis loop relates to the direct methods for determination of the energy dissipation and studying the inelasticity in the material. The method is based on the direct formation of the mechanical hysteresis loop by static loading and unloading of the sample and measuring of the corresponding deformations. The relative energy dissipation is defined as the ratio of the hysteresis loop area to the elastic energy corresponding to the maximum amplitude of strain. Construction of the hysteresis loop is performed on the installation "torsional pendulum for determination of the mechanical properties of materials" which can work as a device for measuring internal energy dissipation by damped oscillations, and as a precision torsion test machine using a deforming device. The aim of this work is to determine the area of the static hysteresis loop through the choice of the mathematical models of loading and unloading curves with subsequent numerical integration using the ordinate values at equidistant points. The analysis of using polynomials of the second or third degree was carried out according to the criterion of the smallest sum of squared deviations between the empirical and calculated values of the function. The experimentally obtained coordinates of the points of the deformation diagram of the sample during loading and unloading

were used as initial data for estimation of regression coefficients in polynomial equations. A distinctive feature of the proposed method is that analytical dependences between stresses and strains obtained by N. N. Davidenkov and containing hard-to-determine geometric parameters of the loop, which must be pre-set from the known values of the logarithmic decrement of oscillations obtained from the experiment are not used in the developed method to calculate the area of the static hysteresis loop. It is shown that a comparative assessment of the relative energy scattering in the ferrite gray iron performed by the direct method of determining the area of the mechanical hysteresis loop at different amplitudes of shear deformation, is in good agreement with the data obtained by the indirect method of damped oscillations on an installation of the similar class.

Keywords: mathematical model; hysteresis loop; elastic modulus; deformation diagram; inelasticity; energy dissipation.

Введение

Образование петли механического гистерезиса — следствие невыполнения линейного закона Гука, так как модуль упругости в течение цикла нагружения не является постоянным, а зависит в какой-либо степени от деформации. Метод статической петли гистерезиса относится к прямым способам изучения процессов неупругости в материалах [1]. Он предусматривает непосредственное получение петли гистерезиса в координатах внешнее напряжение — деформация путем замера соответствующих деформаций при ступенчатом статическом нагружении и разгрузке образца.

Определение площади петли гистерезиса — широко распространенная проблема, с которой приходится сталкиваться не только при механических испытаниях материалов, но и при изучении свойств ферромагнетиков и ферримангнетиков, электрических и электронных систем. В каждом из этих случаев исследователям приходится анализировать особенности их поведения при внешнем воздействии [2, 3].

Площадь петли гистерезиса ΔW может служить мерой рассеяния энергии, которая определяет в некотором масштабе величину необратимо рассеянной энергии во всем объеме материала образца за цикл деформирования. Демпфирующие свойства материалов, которые характеризуются величиной относительного рассеяния энергии Ψ , можно оценить отношением площади петли гистерезиса ΔW к упругой энергии W , соответствующей максимальной амплитуде деформации, что относится к прямым методам определения внутреннего рассеяния энергии. Полученное в этом случае значение Ψ может быть использовано для сравнительной оценки демпфирующих свойств материалов [4].

Методы исследования

Впервые Н. Н. Давиденков [5] вывел уравнения восходящей и нисходящей ветвей петли гис-

терезиса, которые в обобщенном виде можно представить как

$$\bar{\sigma} = E \left\{ \varepsilon \mp \frac{\nu}{n} [(\varepsilon_0 \pm \varepsilon)^n - 2^{n-1} \varepsilon_0^n] \right\}, \quad (1)$$

где E — модуль нормальной упругости материала; ε_0 — максимальное значение амплитуды деформации при нагружении; ν и n — геометрические параметры петли гистерезиса, которые определяются для каждого материала экспериментально.

Интегрируя выражение (1), можно рассчитать площадь петли гистерезиса при условии, что параметры ν и n заранее определены по известным значениям логарифмического декремента колебаний, полученным из эксперимента. Необходимо отметить, что введение в уравнение (1) постоянных параметров ν и n предполагает геометрическое подобие всех петель гистерезиса независимо от величины амплитуды деформации и ограничивает возможность учета энергетических потерь для материалов, рассеяние энергии в которых будет выражаться сложной функцией от деформации.

При значительном механическом гистерезисе, характерном для неметаллических материалов [6, 7], площадь петли можно определить при ее копировании на миллиметровую бумагу с последующими трудоемкой обработкой и получением результатов со значительной погрешностью.

В данной работе для определения площади петли механического гистерезиса использовали не аналитические зависимости, описывающие ветви петли и содержащие неизвестные и трудно определяемые параметры, а экспериментально полученные координаты кривых нагружения и разгрузки образца.

В качестве установки для построения петли механического гистерезиса использовали релаксатор РДУ-ТулПИ, который за счет возможности совмещения нескольких режимов нагружения может работать одновременно как прибор для измерения величины внутреннего рассеяния энергии методом затухающих колебаний и как прецизионная испытательная машина на круче-

ние тонких ($\leq 1,0 \text{ мм}^2$) проволочных образцов. Это позволяет получить на одном образце без его демонтажа в ходе одного эксперимента целый комплекс микромеханических и физических характеристик и зависимостей, в число которых входят диаграммы деформации и статическая петля гистерезиса [8].

Построение петли механического гистерезиса (ПМГ) проводили при испытании стержневого образца ферритного серого чугуна СЧ10 (ГОСТ 3443–87) [9] с длиной рабочей части 85 мм и площадью поперечного сечения $\sim 1 \text{ мм}^2$. Скорость деформации образца при измерении ПМГ составляла $\sim 5 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$.

Нагружение образца при испытаниях проводили дискретно, постепенно увеличивая деформацию от нулевого до максимального значения. Применение регулируемого мощного электромагнита в системе нагружения позволяло получать значительные крутящие моменты при деформировании образца при сравнительно небольшой величине рабочего тока на обмотке рамки установки. В качестве первичного результата измерений получали зависимость деформации образца (γ_i) от величины тока (I_i), необходимого для закручивания деформирующей системы с образцом при его нагружении и разгрузке. Графически эта зависимость в виде петли механического гистерезиса представлена на рис. 1.

Обсуждение результатов

При построении кривой в координатах напряжение — деформация (рис. 2) для расчета величины деформирующего напряжения использовали зависимость

$$\tau_i = KI_i, \quad (2)$$

где τ_i — текущее сдвиговое напряжение, соответствующее деформации γ_i , МПа; I_i — текущее значение тока (мА), соответствующее деформации γ_i . Коэффициент K рассчитывали из соотношения

$$K = G \frac{\gamma'}{I'}, \quad (3)$$

где G — модуль сдвига материала образца, Н/мм²; γ' и I' — деформация и ток, отвечающие положению макроскопического предела упругости. Значения γ' и I' определяли по первоначально построенным кривым нагружения как координаты точки отклонения диаграммы деформации от линейности. Величину модуля сдвига G оценивали из соотношения $G/E \approx 3/8$ при известном значении модуля нормальной упругости E изотропного материала [10].

Площадь S статической петли гистерезиса в координатах напряжение — деформация (см.

Рис. 1. Вид петли механического гистерезиса, полученной статическим нагружением образца чугуна кручением с последующей разгрузкой, в координатах сила тока — деформация

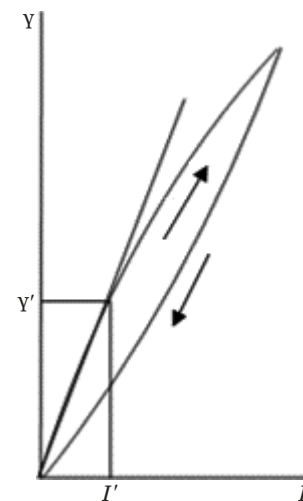


Fig. 1. Type of the mechanical hysteresis loop obtained by static loading of the cast iron specimen by torsion followed by unloading in the coordinates “current strength – deformation”

Рис. 2. Схема определения площади ПМГ (S) как разности площадей фигур при нагружении (S_1) и разгрузке (S_2) образца

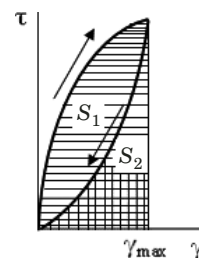


Fig. 2. The scheme for determination of the PMG (S) area as the difference in the areas of figures S_1 and S_2 upon loading and unloading of the specimen, respectively

рис. 2) в этом случае может быть представлена как разность площадей S_1 и S_2 фигур, заключенных между диаграммой деформации при нагружении (S_1) и диаграммой деформации при разгрузке (S_2) образца и горизонтальной осью системы координат при $\tau = 0$.

Площадь петли гистерезиса вычисляли путем интегрирования соответствующих функций $f_n(\gamma)$ (кривая нагружения) и $f_p(\gamma)$ (кривая разгрузки). В данном случае функции заданы на отрезке $[0, \gamma_{\max}]$:

$\gamma_0 = 0$	$\tau_0 = f(\gamma_0)$
γ_1	$\tau_1 = f(\gamma_1)$
γ_2	$\tau_2 = f(\gamma_2)$
...	...
$\gamma_n = \gamma_{\max}$	$\tau_n = f(\gamma_n)$

Учитывая, что узлы интерполяции γ_i заданы с переменным шагом, применение приближенных методов интегрирования (методов прямоугольников, трапеций, Симпсона) не обеспечивает высокой точности определения площади фигур [11, 12].

Поэтому площади S_1 и S_2 находили в два этапа: подбирали математические модели кривых нагружения и разгрузки, а далее вычисляли площади петли механического гистерезиса путем численного интегрирования с использованием значений ординат в равноотстоящих точках.

Функции $f_n(\gamma)$ и $f_p(\gamma)$ находили путем интерполяции, используя подобранные математические модели [13].

Подбор и проверка адекватности моделей кривых нагружения и разгрузки. Для описания кривых нагружения и разгрузки при построении статической петли гистерезиса определяли параметры соответствующих моделей в виде полинома второй степени

$$y = b_0 + b_1x + b_2x^2, \quad (4)$$

либо уравнения кубического полинома

$$y = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3, \quad (5)$$

где b_0 , b_1 , b_2 и b_3 — коэффициенты регрессии в уравнениях обоих полиномов; x — значения относительной сдвиговой деформации γ , а y — касательного напряжения τ .

В качестве математической модели статической петли гистерезиса использовали уравнения интерполяционного полигона с наименьшей суммой квадратов невязок SS^2 между эмпирическими и рассчитанными по уравнениям (4) и (5) значениями функций. Применение моделей в виде полиномов второй или третьей степени оценивали, ориентируясь на минимальную сумму квадратов невязок. Исходными данными для оценки коэффициентов регрессии в уравнениях (4)

Таблица 1. Координаты точек диаграмм деформации образца при нагружении и разгрузке

Table 1. The coordinates of the points of the diagrams of specimen deformation during loading and unloading

Номер точки	Деформация γ	Напряжение τ , МПа
	x	y
При нагружении		
1	0	0
2	0,0000146	0,714
3	0,0000271	1,184
4	0,0000542	2,183
5	0,0000813	3,182
6	0,0001084	4,218
7	0,0001355	5,088
8	0,0001626	5,920
При разгрузке		
1	0,0001626	5,920
2	0,0001355	4,810
3	0,0001084	3,885
4	0,0000813	2,868
5	0,0000542	1,887
6	0,0000271	0,869
7	0,0000135	0,370
8	0	0

и (5) являлись координаты x и y точек диаграмм деформации образца при его нагружении и разгрузке.

Параметры уравнений регрессии (4) и (5) получали с помощью метода наименьших квадратов с использованием программы STATGRAPHICS Plus for Windows.

Площади фигур S_1 и S_2 рассчитывали с использованием ППП Excel по формуле [14]

$$\int_0^{6h} f(x)dx = \frac{3}{10}h\{f(0) + 5f(h) + f(2h) + 6f(3h) + f(4h) + 5f(5h) + f(6h)\} = 0,3h \sum kf(x), \quad (6)$$

где

$$h = (x_{\max} - x_{\min})/6 \quad (7)$$

длина интервала разбиения на всем промежутке интегрирования; $k = 1, 5, 1, 6, 1, 5, 1$ — множители Уэддла [14]; $f(0) \dots f(6h)$ — значения функции в точках $0, h, \dots, 6h$. Число интервалов разбиения принимали всегда равным шести, причем первая точка функции нагружения и последняя точка функции разгрузки всегда были равны нулю.

В качестве примера приведем алгоритм расчета площади статической петли гистерезиса для образца ферритного серого чугуна при его деформировании до значения $\gamma = 1,6 \cdot 10^{-4}$. Исходными данными для оценки коэффициентов регрессии в уравнениях (4) и (5) служили координаты точек кривых деформации при нагружении и разгрузке, приведенные в табл. 1.

Уравнения полиномов второй и третьей степеней для описания кривой деформации при нагружении имеют следующий вид:

$$y = 0,0476012 + 41977,3x - 3,56956 \cdot 10^7 x^2, \\ SS^2 = 0,01151;$$

$$y = 0,0465783 + 42089,4x - 3,75298 \cdot 10^7 x^2 + \\ + 7,48681 \cdot 10^9 x^3, \quad SS^2 = 0,01150.$$

В связи с малостью значения b_0 ($b_0 \ll b_1$) при последующих расчетах им пренебрегали ($b_0 \approx 0$).

Поскольку рассчитанная сумма квадратов невязок SS^2 одинакова для обоих полиномов, коэффициенты регрессии можно определять по любому из них. Расчеты проводили по уравнению кубического полинома:

$$y = 42089,4x - 3,75298 \cdot 10^7 x^2 + 7,48681 \cdot 10^9 x^3.$$

Длину интервала разбиения на всем промежутке интегрирования при числе интервалов разбиения, равном шести, определяли, используя выражение (7):

$$h = (0,0001626 - 0,0000146)/6 = 0,0000247.$$

Значения функции $f(x)$ для кривой нагружения приведены в табл. 2.

Площадь фигуры, ограниченной кривой деформации при нагружении и осью абсцисс (S_1), в соответствии с формулой (6) равна

$$S_1 = 0,3 \cdot 0,0000247 \cdot 56,947 = 0,0004215.$$

Аналогично рассчитывали площадь фигуры, ограниченной кривой деформации при разгрузке и осью абсцисс (S_2).

Уравнения полиномов второй и третьей степеней для описания кривой деформации при разгрузке имеют вид:

$$y = 34766,3x + 1,12689 \cdot 10^7 x^2, SS^2 = 0,01178;$$

$$y = 34045,2x + 2,30957 \cdot 10^7 x^2 -$$

$$- 4,83013 \cdot 10^{10} x^3, SS^2 = 0,01158.$$

Поскольку сумма квадратов невязок SS^2 больше для полинома второй степени, коэффициенты регрессии определяли по уравнению кубического полинома.

Длина интервала разбиения на всем промежутке интегрирования

$$h = (0,0001626 - 0,0000135)/6 = 0,0000248.$$

Значения функции $f(x)$ для кривой разгрузки приведены в табл. 3.

Площадь фигуры, ограниченной кривой деформации при разгрузке и осью абсцисс (S_2), согласно выражению (7) составляет

$$S_2 = 0,3 \cdot 0,0000248 \cdot 53,365 = 0,0003978.$$

Площадь статической петли гистерезиса S определяли как

$$S = 0,0004215 - 0,0003978 = 0,0000238.$$

Поскольку координаты точек диаграммы x и y принимали без учета их размерностей, площади фигур S_1 и S_2 (см. рис. 2) оценивали в относительных единицах как $S \cdot 10^6$.

Таблица 2. Значения функции $f(x)$ для диаграммы деформации образца при нагружении

Table 2. Values of $f(x)$ function for the strain diagram of the sample under loading

x	$f(x)$	Множитель Уэддла k	Произведение $kf(x)$
0	0	1	0
0,0000247	1,016	5	5,079
0,0000493	1,986	1	1,986
0,0000740	2,913	6	17,478
0,0000987	3,796	1	3,796
0,0001233	4,635	5	23,176
0,0001480	5,433	1	5,432
Сумма			56,947

Относительная погрешность определения площади петли гистерезиса в реальных условиях измерения параметров кривых нагружения и разгрузки для случая самых малых исследованных статических петель гистерезиса составила порядка 30 %. С увеличением амплитуды деформации и, соответственно, площади петли относительная погрешность существенно снижается.

Результаты расчета площади статических петель гистерезиса, полученные для ферритного серого чугуна (СЧ15) при нескольких ступенях нагружения до максимальных значений сдвиговой деформации на каждой ступени, представлены ниже.

$Y_{\max} \cdot 10^4$	$S \cdot 10^6 (\Delta W)$, отн. ед.
0,81	8,2
1,63	23,8
2,44	126,7
3,63	187,5
4,68	246,3

Учитывая, что площадь статической петли гистерезиса пропорциональна потерям энергии при деформировании ΔW , представляется возможным оценить внутреннее рассеяние энергии прямым методом [1]. За меру внутреннего рассеяния энергии принимали характеристику относительного рассеяния энергии

$$\Psi = \Delta W/W, \quad (8)$$

где ΔW — площадь статической петли гистерезиса, соответствующая энергии, рассеянной в образце в цикле нагружение – разгрузка; W — величина потенциальной энергии, накапливаемой в единице объема материала при максимальной амплитуде деформирования ε_0 , которая определяется как

$$W = E\varepsilon_0^2/2 [1].$$

Таблица 3. Значения функции $f(x)$ для диаграммы деформации образца при разгрузке

Table 3. Values of function $f(x)$ for the strain diagram of the sample during unloading

x	$f(x)$	Множитель Уэддла k	Произведение $kf(x)$
0	0	1	0
0,0000248	0,859	5	4,296
0,0000497	1,742	1	1,742
0,0000745	2,645	6	15,873
0,0000994	3,564	1	3,564
0,0001242	4,492	5	22,462
0,0001490	5,428	1	5,428
Сумма			53,365

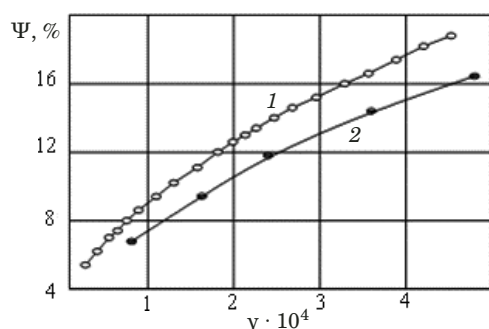


Рис. 3. Относительное рассеяние энергии в ферритном сером чугуна, полученное методом затухающих колебаний (1) и прямым измерением площади ПМГ (2)

Fig. 3. Estimates of the relative energy scattering in ferrite grey cast iron obtained by damped oscillations (1) and direct measurement of the PMG area (2)

Закключение

Значения относительного рассеяния энергии, полученные косвенным методом затухающих колебаний и прямым методом измерения площади статической петли гистерезиса на установках одинакового класса (рис. 3), хорошо согласуются. В интервале амплитуд деформации от $8 \cdot 10^{-5}$ до $5 \cdot 10^{-4}$ ферритный серый чугун характеризуется высокими диссипативными свойствами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Головин С. А. Механическая спектроскопия и демпфирующая способность металлов и сплавов. — Тула: ТулГУ, 2006. — 76 с.
2. Аксенов О. И., Орлова Н. Н., Кабанов Ю. П., Аронин А. С. Измерение петель гистерезиса микропроводов, зафиксированных в растянутом состоянии, с помощью вибрационной магнитометрии / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2018. Т. 84. № 5. С. 32 – 35.
3. Сандомирский С. Г. Расчет кривой намагничивания и частных петель гистерезиса ферромагнитных материалов по основным магнитным параметрам / Электричество. 2010. № 1. С. 61 – 64.
4. Скворцов А. И. Анализ неупругости в высокодемпфирующих сплавах Zn – Al, серых чугунах и сплавах железа с магнитомеханической природой внутреннего трения / Металловедение и термическая обработка металлов. 2012. № 5. С. 42 – 45.
5. Давиденков Н. Н. Обзор о рассеянии энергии при вибрациях / Журнал технической физики. 1938. Т. VII. № 6. С. 247 – 263.
6. Карина А. Г. Исследование микропластичности отожженных поликристаллических Mn – Zn ферритов / Наука и бизнес: пути развития. 2017. № 6. С. 88 – 92.
7. Макара В. А., Стебленко Л. П., Плющай И. В., Курилюк А. Н., Калинин Д. В., Крит А. Н., Науменко С. Н. Влияние слабого магнитного поля на микропластичность кристаллов кремния / Физика твердого тела. 2014. Т. 56. № 8. С. 1531 – 1538.
8. Чуканов А. Н., Левин Д. М., Яковенко А. А. Использование и перспективы метода внутреннего трения в оценке деградации и деструкции железоуглеродистых сплавов / Изв. РАН. Сер. физическая. 2011. Т. 75. № 10. С. 1423 – 1427.

9. ГОСТ 3443–87. Отливки чугуна с различной формой графита. Методы определения структуры. — М.: Изд-во стандартов, 2005. — 43 с.
10. Левин Д. М., Петрушина А. Г. Разработка статистических моделей упругих и демпфирующих свойств ферритных графитизированных чугунов / Prospero. 2014. № 4. С. 53 – 57.
11. Гречухин В. Н. Математическое описание петли гистерезиса / Вестник ИГЭУ. 2005. Вып. 1. С. 1 – 4.
12. Лукичев А. А., Ильина В. В. Простая математическая модель петли гистерезиса для нелинейных материалов / Известия Самарского научного центра РАН. 2011. Т. 13. № 4. С. 39 – 44.
13. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы: учеб. пособие вузов. Изд. 7-е. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. — 637 с.
14. Ганичева А. В. Прикладная статистика: учебное пособие. — Санкт-Петербург: Лань, 2017. — 172 с.

REFERENCES

1. Golovin S. A. Mechanical spectroscopy and damping capacity of metals and alloys. — Tula: TulGU, 2006. — 76 p. [in Russian].
2. Aksenov O. I., Orlova N. N., Kabanov Yu. P., Aronin A. S. Measurement of hysteresis loops of microwires fixed in a stretched state using vibrational magnetometry / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 2018. Vol. 84. N 5. P. 32 – 35 [in Russian].
3. Sandomirskiy S. G. Calculation of the magnetization curve and partial hysteresis loops of ferromagnetic materials by basic magnetic parameters / Elektrichestvo. 2010. N 1. P. 61 – 64 [in Russian].
4. Skvortsov A. I. Analysis of inelasticity in high-damping alloys Zn – Al, gray cast iron and iron alloys with magnetomechanical nature of internal friction / Metalloved. Term. Obrab. Met. 2012. N 5. P. 42 – 45 [in Russian].
5. Davidenkov N. N. An overview of energy scattering by vibrations / Zh. Tekhn. Fiz. 1938. Vol. VII. Issue 6. P. 247 – 263 [in Russian].
6. Karina A. G. Investigation of microplasticity of annealed polycrystalline Mn – Zn ferrites / Nauka Biznes Puti Razv. 2017. N 6. P. 88 – 92 [in Russian].
7. Makara V. A., Steblenko L. P., Plushay I. V., Kurylyuk A. N., Kalinichenko D. V., Krit A. N., Naumenko S. N. Influence of weak magnetic field on microplasticity of silicon crystals / Fiz. Tv. Tela. 2014. Vol. 56. N 8. P. 1531 – 1538 [in Russian].
8. Chukanov A. N., Levin D. M., Yakovenko A. A. Use of and prospects for the internal friction method in assessing the degradation and destruction of iron-carbon alloys / Izv. RAN. Ser. Fiz. 2011. Vol. 75. N 10. P. 1423 – 1427.
9. State Standard GOST 3443–87. Cast iron castings with different shape of graphite. Methods for determining the structure. — Moskva: Izd. standartov, 2005. — 43 p. [in Russian].
10. Levin D. M., Petrushina A. G. Development of statistical models of elastic and damping properties of ferrite graphitized cast irons / Prospero. 2014. N 4. P. 53 – 57 [in Russian].
11. Grechukhin V. N. The mathematical description of the hysteresis loop / Vestn. IGEV. 2005. Vol. 1. P. 1 – 4 [in Russian].
12. Lukichev A. A., Il'ina V. V. Simple mathematical model of hysteresis loop for nonlinear materials / Izv. Samar. Nauch. Tsentra. 2011. Vol. 13. N 4. P. 39 – 44 [in Russian].
13. Bakhvalov N. S., Zhidkov N. P., Kobelkov G. M. Numerical methods: studies. Handbook of universities. 7th ed. — Moscow: BINOM. Laboratoriya znaniy, 2011. — 637 p. [in Russian].
14. Ganicheva A. V. Applied statistics: textbook. — St. Petersburg: Lan', 2017. — 172 p. [in Russian].