

Математические методы исследования

Mathematical methods of investigation

DOI: <https://doi.org/10.26896/1028-6861-2020-86-7-65-71>

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕПРЕРЫВНОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА ПО ЗАДАННОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ЭКСТРЕМУМОВ

© Ирина Викторовна Гадолина^{1*}, Рашид Исламгулович Зайнетдинов²,
Татьяна Павловна Грызлова³, Ирина Михайловна Петрова¹

¹ Институт Машиноведения им. А. А. Благонравова РАН, Россия, 101000, Москва, Малый Харитоньевский пер. 4; e-mail: *gadolina@mail.ru

² Независимый исследователь, Россия, 109147, Москва, Марксистская ул., 9-322; e-mail: zri7755@gmail.com

³ Рыбинский государственный авиационный технический университет имени П. А. Соловьёва, Россия, 152934, г. Рыбинск, Ярославская обл., ул. Пушкина, 53; e-mail: ktntpgryzlova@mail.ru

*Статья поступила 9 апреля 2020 г. Поступила после доработки 27 апреля 2020 г.
Принята к публикации 12 мая 2020 г.*

Разработан метод для преобразования дискретной последовательности экстремумов в непрерывный процесс. Данная задача является актуальной, поскольку часто возникает проблема приблизительной оценки спектральной плотности для процессов испытаний при случайном (нерегулярном) нагружении. Некоторые из таких процессов стандартизированы и часто применяются при испытаниях материалов и конструкций. Соответственно, имеется обширный объем экспериментальных данных, которыми желательно воспользоваться при отработке и апробации расчетных методов оценки долговечности в многоцикловой области. Постулируя факт непрерывности случайного процесса и его первой производной, что является физически обоснованным для процесса нагружения, имеющиеся исходные точки (а именно, экстремумы случайного процесса) предлагается кусочно соединить полукосинусоидами с обеспечением условия совместности в точках экстремумов. Отличительной особенностью метода является обеспечение 100 %-го совпадения величин и последовательностей экстремумов у исходного дискретного и смоделированного непрерывного процессов. Вопрос выбора величины полупериодов для данных полукосинусоид предлагается решить на основании информации, полученной из анализа реальных записей напряжений, в виде регрессионного уравнения, связывающего полупериоды и полуразмахи для некоторых реализаций случайного процесса для транспортных машин. В качестве примера показаны регрессионные зависимости полупериодов и полуразмахов напряжений изгиба (деталь железнодорожного состава) и кручения (торсионный вал гусеничной машины). Анализ корреляции двух случайных переменных полупериодов и полуразмахов по эмпирическим данным показал, что корреляция существует и является значимой для наблюдаемого числа точек. Это послужило основанием для использования регрессионной формулы для ориентировочного выбора частотного состава процесса. Дополнительно накладываются ограничения снизу на число точек (не менее 5) в полупериоде. Поскольку экстремумы исходного и смоделированного процессов совпадают в соответствии с принципом предложенного моделирования, распределение амплитуд полных циклов, а также результаты схематизации по другим известным методам у них идентичны, а следовательно, идентичны и оценки долговечности по гипотезам на основе линейной. Апробацией метода служит рассмотрение цепочки: исходный непрерывный процесс — дискретный процесс экстремумов — смоделированный непрерывный по предлагаемому методу. Вспомогательные распределения, такие как распределения максимумов, минимумов и средних значений также совпадают в соответствии с принципом моделирования. Метод можно использовать при анализе двух конкурирующих подходов к оценке нагруженности в задачах оценки долговечности, применяющих методы схематизации и методы, основанные на спектральной плотности процессов. Поскольку спектральные плотности у процессов могут быть различны из-за приближенного выбора частот на основе регрессионной формулы, методы, их использующие, могут давать оценки долговечности, отличные от полученных по методам схематизации. Для исследования данного явления требуется дальнейший вычислительный эксперимент. При планировании эксперимента данный метод может оказаться весьма полезным.

Ключевые слова: случайный процесс нагружения; усталость материалов; спектральная плотность; экстраполяция; схематизация по методу дождя.

SIMULATION OF CONTINUOUS RANDOM PROCESS ACCORDING TO THE SPECIFIED SEQUENCE OF EXTREMES

© Irina V. Gadolina^{1*}, Rashid I. Zainetdinov, Tatiana P. Gryzlova², Irina M. Petrova¹

¹ Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences, 4 Maly Kharitonyevsky per., Moscow, 101990, Russia; *e-mail: gadolina@mail.ru

² P. A. Solov'ev Rybinsk State Aviation Technical University, 53 Pushkina ul., Rybinsk, Yaroslavl obl., 152934, Russia; e-mail: ktntpgryzlova@mail.ru

Received April 9, 2020. Revised April 27, 2020. Accepted May 12, 2020.

A method has been developed for converting a discrete sequence of extrema into a continuous process. The relevancy of the problem is attributed to the necessity of an approximate estimation of spectral density in testing materials and structures under random (irregular) loading. A great bulk of available experimental data thus can be used in development and validation of calculation methods for assessing durability in the multi-cycle region. Postulating the continuity of random stress processes and their first derivative we propose to connect piecewise the available starting points (namely, the extrema of the random process) with half-cosine functions under the condition of compatibility at the points of extrema. A distinctive feature of the method is the provision of 100% coincidence of the values and sequences of extrema in the initial discrete and simulated continuous processes. The issue of choosing the magnitude of half-periods for these half-cosine functions is addressed on the basis of information obtained from the analysis of real stress records in the form of a regression equation linking half-periods and half-ranges for some realizations of the random process for transport vehicles. The regression dependences of the half-periods and semi-ranges of bending stresses (part of a railway train) and torsion (torsion shaft of a tracked vehicle) are shown as an example. An analysis of the correlation of two random variables (half-periods and half-ranges) according to empirical data has shown that the correlation exists and is significant for the observed number of points thus providing the basis for using the regression formula for an approximate choice of the frequency composition of the process. Moreover, the lower restrictions are imposed on the number of points (at least 5) in the half-period. Since the extrema of the initial and simulated processes coincide in accordance with the principle of the proposed simulation, the distribution of the amplitudes of complete cycles, as well as the results of schematization by other known methods are identical, therefore, the estimate of the durability by hypotheses based on a linear one is also identical. The validation of the method consists in consideration of the chain: 1) the initial continuous process; 2) the discrete process of extrema; 3) simulated continuous process according to the proposed method. Auxiliary distributions, such as distributions of maximum, minimum and average cycle values also coincide in accordance with the principle of modeling. The method is proposed to be used in analysis of the comparability of two competing approaches in assessing the loading in the problems of assessing durability, namely: those that use cycle-counting methods and methods based on the spectral density of processes. Since the spectral densities of the processes can differ due to an approximate choice of the frequencies on the basis of a regression formula, methods on their base can give estimates of the durability that differ from those obtained by schematization methods. To study this phenomenon, further computational experiments are required. The developed method can be very useful for the experiment design.

Keywords: random process of loading; material fatigue; spectral density; extrapolation; rain-flow cycle counting.

Введение

Известно большое количество стандартных последовательностей экстремумов случайного процесса, которые могут быть использованы при испытаниях образцов материала в области многоциклового усталости. Некоторые из них (SAE [1], TWIST [2] и др.) предназначены для испытаний при случайном нагружении деталей для некоторых конкретных отраслей промышленности. Разработан и используется также метод для моделирования трех альтернативных типов случайных последовательностей пиков нагрузок для проведения фундаментальных исследований [3].

Первоначальным этапом обработки является такое преобразование, при котором только ряд значений пиков и впадин остаются доступными в их первоначальном хронологическом порядке

(сжатие данных). При этом все промежуточные незначительные изменения напряжений, меньшие, чем предписанный порог фильтра диапазона, удаляются. Окончательный результат представляет собой серию пиков и впадин (экстремумы — «пила»).

Создатели стандартов [1 – 3] совершенно правильно оставили в своих указаниях лишь пики нагрузок, не обратив особого внимания на частоты и формы циклов. Действительно, именно они, их величина, а иногда и их последовательность [4] ответственны за прохождение процесса усталостного повреждения материалов. Если связать величину повреждения от усталости с так называемым блоком нагружения (например, один километр пробега, один час работы) [5], то частота нагружения не будет оказы-

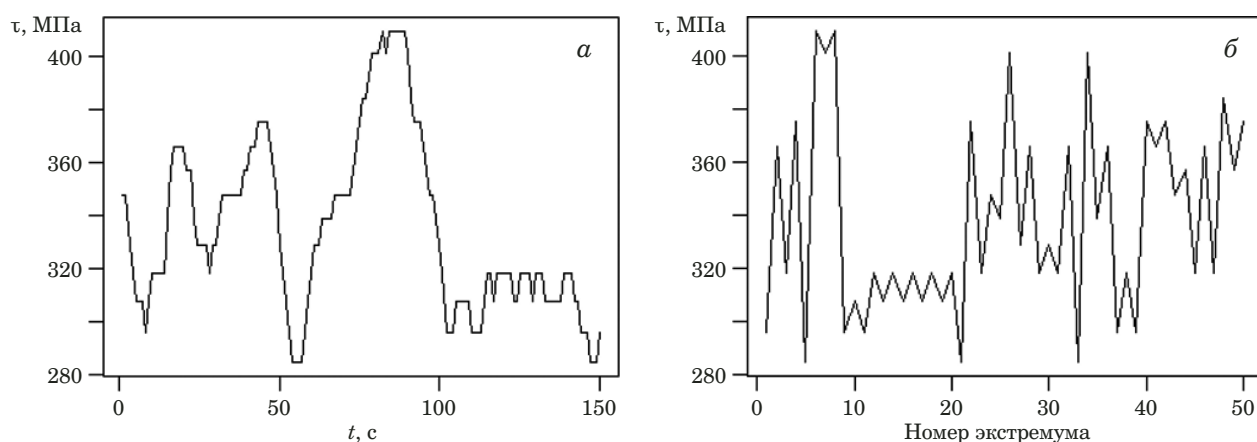


Рис. 1. Формы представления случайного процесса нагружения: *a* — непрерывный процесс; *b* — последовательность экстремумов — «пила» (показан более длинный отрезок реализации)

Fig. 1. Two forms of representing a random loading process: *a* — a continuous process; *b* — a sequence of extrema — “saw” (a longer segment of implementation is shown)

вать существенного влияния. При предоставлении референтных данных о кривой усталости не всегда указывают частоты, при которых проводились испытания. Влияние частоты на усталость начинает сказываться только при приближении к ультразвуковым частотам [6], но даже при гигациковых частотах испытаний ($f > 15\,000$ Гц) во многих случаях были получены данные, вполне сопоставимые с результатами испытаний при частотах 20 – 100 Гц.

С другой стороны, опубликовано немало работ, в которых описаны попытки оценки усталости по спектральной плотности процесса [7 – 9]. В работе [10] сопоставлены результаты оценки долговечности по двум подходам на примере спектров ветровых нагрузок, при этом акцент сделан на асимметрии нагружения. Основной целью [10] явилось сравнение результатов, полученных для ряда спектров ветровой нагрузки, вычисленных с использованием метода дождя и спектрального метода.

Для сопоставления расчетных методов оценки спектров случайных процессов по спектральным плотностям и по методам схематизации (метод дождя) потребуется решить задачу, обратную задаче выделения экстремумов [11], т.е. смоделировать непрерывный случайный процесс на основе информации о случайной последовательности пиков напряжений. Решение данной задачи позволит провести сопоставление расчетных и экспериментальных результатов, так как многие данные для испытаний представлены последовательностью экстремумов. Предлагаемый метод моделирования также поможет продемонстрировать некоторые противоречия, содержащиеся в спектральном подходе.

Метод

На рис. 1 схематично показаны две формы представления процесса изменения напряжений кручения в торсионном валу транспортной машины [12]. Переход от исходного непрерывного процесса (рис. 1, *a*) к последовательности типа «пила» (рис. 1, *b*) рекомендован большинством исследователей [5] и в большинстве стандартов по усталости. Замена непрерывного процесса последовательностью пиков — необходимый начальный этап проведения схематизации [13]. Но что мы можем сказать о спектральной плотности «пилы»? Ровным счетом ничего: фактор времени отсутствует, процесс не дифференцируемый, так как имеются сингулярности. Для применения спектральных методов к последовательностям типа «пилы» нами разработан метод моделирования непрерывного процесса $x(t)$ путем аппроксимации пиков процесса полуволнами. Уравнения полуволн предложено описывать полукосинусоидами:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi), \quad (1)$$

где $x(t)$ — результирующий экстраполирующий непрерывный процесс, определенный на участке $t = 0 \dots \pi/\omega$, так как период косинусоиды $T = 2\pi/\omega$ (с).

Для каждой полуволны, начинающейся от очередного экстремума, параметры A , ω и φ уникальны. Амплитуда напряжений A (МПа) определяется как модуль полуразности следующих друг за другом экстремумов (полуразмах) и находится по текущим значениям последовательности локальных экстремумов $e[i]$, $i = 1, 2, \dots, N$, в которой чередуются максимумы и минимумы:

$$A = |e[i] - e[i - 1]|/2. \quad (2)$$

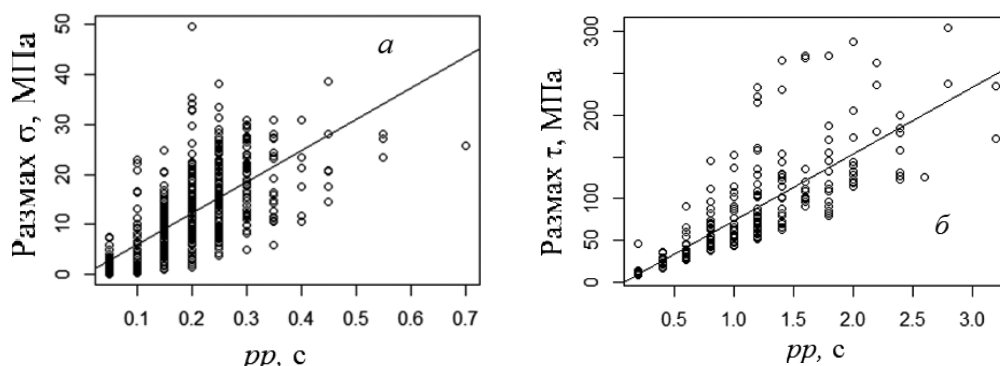


Рис. 2. Поля рассеивания для случайных величин размаха и полупериода pp колебаний, оцененных по случайным реализациям: a — в детали железнодорожного состава (изгиб); b — в торсионном валу гусеничной машины (кручение) [12]

Fig. 2. The scattering fields for two random variables (range and half-period) estimated from random realizations: a — in a part of the railway train — bending; b — in the torsion shaft of the tracked vehicle — torsion [12]

Полуволны далее соединяются, при этом в точках соединения полуволн t_0 обеспечено равенство функции и ее производной:

$$x^-(t_0) = x^+(t_0), \quad (3)$$

$$\dot{x}^-(t_0) = \dot{x}^+(t_0). \quad (4)$$

В выражениях (3) и (4) индексы «-» и «+» означают, что совмещаемые точки относятся к разным полуволнам (слева и справа от точки экстремума), определяемым по соотношению (1). Условие (3) обеспечивается за счет выполнения условия (2). Условие (4) о равенстве производных выполняется благодаря принципу моделирования, согласно которому в точках экстремумов, соответствующих $t = 0$, аргумент косинуса равен $\pi/2$, следовательно, производная во всех точках совмещения — ноль.

Для выбора циклической частоты ω в целях дальнейшего моделирования непрерывного процесса на основании опытных данных был проведен анализ корреляции случайных величин полупериодов pp и размахов Raz . На примере некоторых случаев нагружения в деталях транспортных средств были построены поля рассеивания опытных данных по полупериоду $pp = T/2$ и размаху $Raz = 2A$. Интуитивно понятно, что больший размах потребует большего времени на его отработку. Тенденция к увеличению полупериода с ростом размаха также следует из условия постоянства скорости изменения процесса $\dot{x}(t) \approx \text{const}$. Инженеры, которые программируют управляющие устройства для сервогидравлических машин, вполне осознают упомянутую тенденцию. Опытные данные ее подтверждают (рис. 2).

Хотя зависимости, показанные на рис. 2, характеризуются существенным разбросом (коэффициенты корреляции ρ равны 0,712 и 0,836 соответственно), для последующего моделирования был проведен линейный регрессионный анализ.

Фактором (независимая переменная) служит полупериод pp (с), а откликом (случайная нормально распределенная величина) — величина размаха Raz (МПа). Полученные регрессионные уравнения использовали для реконструирования непрерывных процессов по «пиле». Уравнения регрессии для примеров, показанных на рис. 2, выглядят следующим образом: $Raz = -0,258 + 15,601pp$; $Raz = -5,70 + 79,591pp$.

При выборе круговой частоты ω при моделировании процесса $x(t)$ по уравнению (1) в качестве отправной точки использовали выражения:

$$\omega = \pi/pp, \quad (5)$$

$$Raz = b_0 + b_1pp, \quad (6)$$

где b_0 и b_1 — коэффициенты уравнения линейной регрессии, определяемые по методу наименьших квадратов.

Помимо (5), при оценке ω необходимо соблюдать также следующие условия (линейное программирование):

1) поскольку процесс в дальнейшем предполагается использовать для вычисления спектральной плотности, для оценки которой существенна частота дискретизации, в полупериоде pp должно «разместиться» целое число отсчетов $n > 4$, т.е. $pp = n\Delta t$;

2) числа отсчетов на каждый полупериод n_i ($i = 1, 2, \dots, N_E$), где $N_E = \sum n_i$ — число экстремумов исходной «пилы», должны обеспечить выполнение условия

$$N_E = T_{\text{реал}}/\Delta t, \quad (7)$$

где $T_{\text{реал}}$ — требуемая длина реализации, с.

3) сумма n_i должна удовлетворять условию $N_E = 2^k$, где $k \geq 9$ — целое число (это требование связано с условием, согласно которому программа Excel вычисляет спектральную плотность

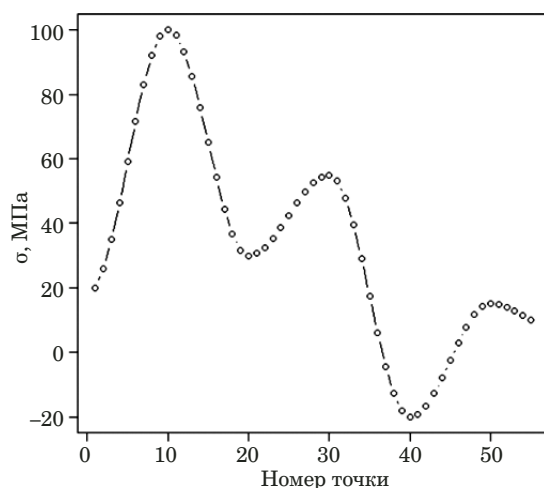


Рис. 3. Иллюстрация моделирования непрерывного процесса по точкам

Fig. 3. Simulation of a continuous process by points

с использованием быстрого преобразования Фурье).

Задача оптимизации по выбору n_i с учетом условий 1 – 3 решается методом перебора с подгонкой значений. В качестве иллюстрации эскиз моделируемого по точкам процесса показан на рис. 3.

В задачах анализа прочности аппаратуры, где присутствуют миниатюрные детали, не позволяющие провести регистрацию напряжений в эксплуатации с помощью тензодатчиков, приходится прибегать к анализу распределений напряжений в деталях при вибрациях посредством анализа спектральных плотностей. Представляет интерес сопоставление данных, полученных с применением схематизации по методу дождя, и результатов, полученных на основе анализа спектральных плотностей. В целях такого сопоставления была выбрана деталь транспортной машины, тензометрирование которой было подробно осуществлено в типичных условиях эксплуатации.

Для проверки возможности (и целесообразности) применения спектральных методов для оценки нагруженности деталей, для которых уже проведено тензометрирование (на стадии, когда опытный образец уже разработан, изготовлен и можно проводить тензометрирование [14]) на основе реальной записи нагружений был реализован следующий алгоритм исследований.

1. Рассмотрен непрерывный дискретизированный случайный процесс нагружения (см. рис. 1, а). Частота дискретизации была принята достаточной для надежной регистрации пиков нагружения [11].

2. Процесс, аналогичный показанному на рис. 1, а, подвергнут процедуре выделения экс-

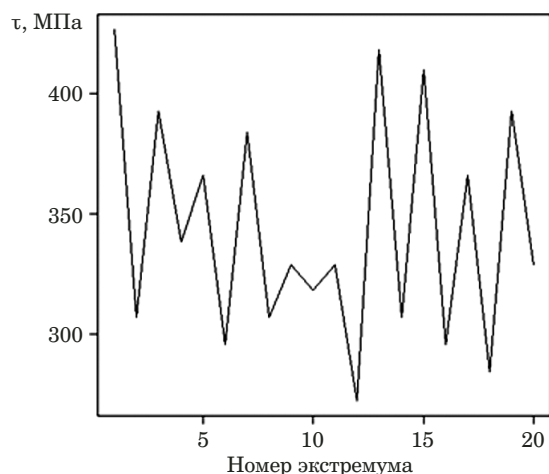


Рис. 4. Последовательность экстремумов («пила»)

Fig. 4. Sequence of extrema (“saw”)

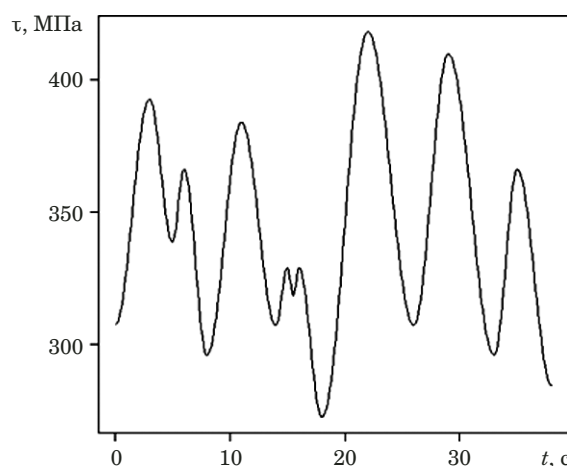


Рис. 5. Непрерывный процесс, восстановленный по последовательности экстремумов (см. рис. 4)

Fig. 5. A continuous process recovered by a sequence of extrema (Fig. 4)

тремумов, т.е. получена «пила» (рис. 4), представляющая последовательность максимумов и минимумов. На данном этапе информация о частотном составе полностью потеряна.

3. С помощью разработанного метода «пила» преобразована в непрерывный процесс. Зависимость $Raz(pp)$ была выбрана таким образом, чтобы на полупериод приходилось достаточное число $k = 5 - 40$ точек, в зависимости от величины Raz . Начальная фаза ϕ зависит от типа полуволны. Если моделируется нисходящий размах, то $\phi = 0$. Для восходящей полуволны $\phi = \pi/2$. Экстраполированный полукосинусоидами процесс показан на рис. 5. Для него уже возможно оценить спектральную плотность, так как он представляет дискретизацию непрерывной функции.

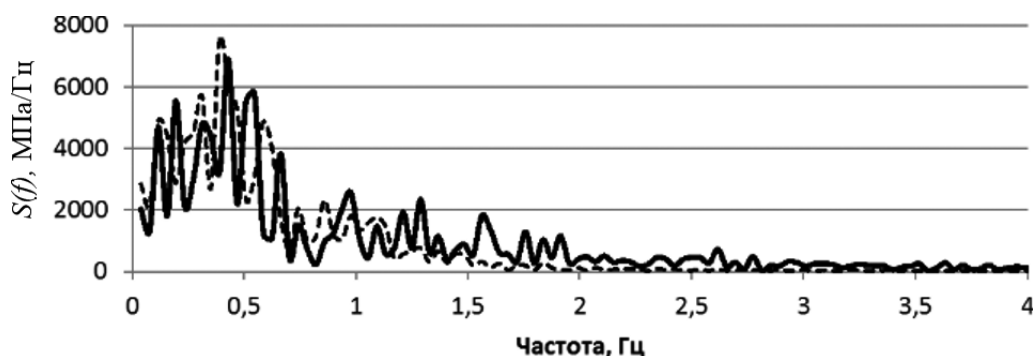


Рис. 6. Спектральная плотность исходного (сплошная линия) и смоделированного (пунктир) сигналов

Fig. 6. The spectral density of the initial and simulated (dashed line) signals

Спектральные плотности $S(f)$ исходного процесса до дискретизации и непрерывного процесса, смоделированного через «пилу», представлены на рис. 6.

Видно, что спектральные плотности исходного и смоделированного сигналов удовлетворительно совпадают.

Выводы

Разработан метод, позволяющий «редискретизировать» случайную последовательность экстремумов с целью получить непрерывную дифференцируемую функцию. Использованы данные, полученные из анализа случайных реализаций нагрузочных процессов транспортных машин. На примере восстановления процесса изменения напряжений кручения показана сопоставимость результатов по спектральным плотностям процесса. Метод предполагается использовать, в частности, для работы со стандартными последовательностями экстремумов для анализа применимости спектральных методов. Он может оказаться весьма полезным при планировании эксперимента для лабораторных испытаний.

Расчеты и моделирование выполнены в среде программирования R [15].

Благодарности

Авторы выражают признательность канд. техн. наук Скворцову Олегу Борисовичу (ИМАШ РАН) за помощь в оценке спектральной плотности.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Tucker L., Bussa S.** The SAE Cumulative Fatigue Damage Test Programm / In book: *Fatigue under Complex Loading*. Ed. R. M. Wetzell. — Society of Automotive Engineering, 1977. P. 1 – 44.
2. **De Jonge J. B., Schütz D., Lowak H., et al.** A standardized load sequence for flight simulation tests on transport aircraft wing structures. — The Netherlands: NLR TR 73029U, National Aerospace Laboratory (NLR) — Report TR 73, 1973 (TWIST).
3. **Фишер Р., Хайбах Э.** Моделирование функций нагружения в опытах по оценке материалов. — В кн. *Поведение стали при циклических нагрузках* / Под ред. В. Даля; пер. с нем. — М.: Металлургия, 1983. С. 368 – 405.
4. **Lebedinkii S. G.** Design modeling of propagation of the fatigue cracks in the steel of molded parts of the railway structures/ *Journal of machinery manufacture and reliability*. 2018. Vol. 47. N 1. P. 62 – 66. DOI: 10.3103/S1052618818010107.
5. **Кораев В. П.** Расчеты на прочность при напряжениях переменных во времени. — М.: Машиностроение, 1993. — 364 с.
6. **Yuanpei Hu et al.** Effects of loading frequency and loading type on high-cycle and very-high-cycle fatigue of a high-strength steel / *Materials*. 2018. Vol. 11. P. 1456. DOI: 10.3390/ma11081456.
7. **Marques J., Benasciutti D., Tovo R.** Variance of fatigue damage in stationary random loadings: comparison between time- and frequency-domain results / *Proc. Struct. Integr.* 2019. Vol. 24, P. 398 – 407. DOI: 10.1016/j.prostr.2020.02.037.
8. **Mršnik M., Slavič J., Boltežar M.** Vibration fatigue using modal decomposition / *Mech. Syst. Signal Proc.* 2018. Vol. 98. P. 548 – 556. DOI: 10.1016/j.ymssp. 2017.03.052.
9. **Cetrini A., Cianetti F., Letizia M., et al.** On-line fatigue alleviation for wind turbines by a robust control approach / *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* 2019. Vol. 109. P. 384 – 394. DOI: 10.1016/j.ijepes.2019.02.011
10. **Böhm M.** Fatigue life assessment with the use of spectral method for materials subjected to standardized wind loading spectrums / *AIP Conf. Proc.* 2018. Vol. 2029. #020005. DOI: 10.1063/1.5066467.
11. **Гадолина И. В., Лисаченко Н. Г., Свирский Ю. А и др.** Выбор частоты дискретизации и оптимальный способ цифровой обработки сигналов в задачах рассмотрения случайного процесса нагружения для оценки долговечности / *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*. 2019. Т. 85. № 7. С. 64 – 72. DOI: 10.26896/1028-6861-2019-85-7-64-72.
12. **Gadolina I. V., Dubin D. A., Serebriakova I. L., et al.** Stabilization of the design loading characteristics in the problem of durability estimation of tracked vehicle parts / *Reliability, strength, and wear resistance of Machines and Structures*. 2020. N 1. P. 31 – 37. DOI: 10.3103/S1052618820010069.
13. **ГОСТ 25.101–83.** Расчеты и испытания на прочность. Методы схематизации случайных процессов нагружения элементов машин и статистического представления результатов. — М.: Издательство стандартов. 1983. — 25 с.
14. **Гадолина И. В., Грызлова Т. П., Дубин Д. А.** Исследование нагруженности транспортных машин во временной и частотной области / *Живучесть и конструкционное материаловедение* / Тр. конф. ЖивКоМ/SSMS — Москва, 4 – 6 декабря 2018 г. — М.: ИМАШ РАН. С. 84 – 86.
15. **R Core Team (2020).** R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. <https://www.R-project.org>.

REFERENCES

1. **Tucker L., Bussa S.** The SAE Cumulative Fatigue Damage Test Programm / In book: *Fatigue under Complex Loading*. Ed. R. M. Wetzel. — Society of Automotive Engineering, 1977. P. 1 – 44.
2. **De Jonge J. B., Schütz D., Lowak H., et al.** A standardized load sequence for flight simulation tests on transport aircraft wing structures. — The Netherlands: NLR TR 73029U, National Aerospace Laboratory (NLR) — Report TR 73, 1973 (TWIST).
3. **Fischer R., Haibach E.** Modeling functions loading in experiments on the evaluation of materials / In: *Behavior of steel under cyclic loads* / Dahl V., ed. — Moscow: Metallurgiya. 1983. P. 368 – 405 [Russian translation].
4. **Lebedinkii S. G.** Design modeling of propagation of the fatigue cracks in the steel of molded parts of the railway structures / *Journal of machinery manufacture and reliability*. 2018. Vol. 47. N 1. P. 62 – 66. DOI: 10.3103/S1052618818010107.
5. **Kogaev V. P.** Strength calculations at stresses variable in time. — Moscow: Mashinostroenie, 1993. — 364 p. [in Russian].
6. **Yuanpei Hu et al.** Effects of loading frequency and loading type on high-cycle and very-high-cycle fatigue of a high-strength steel / *Materials*. 2018. Vol. 11. P. 1456. DOI: 10.3390/ma11081456.
7. **Marques J., Benasciutti D., Tovo R.** Variance of fatigue damage in stationary random loadings: comparison between time- and frequency-domain results / *Proc. Struct. Integr.* 2019. Vol. 24, P. 398 – 407. DOI: 10.1016/j.prostr.2020.02.037.
8. **Mršnik M., Slavič J., Boltežar M.** Vibration fatigue using modal decomposition / *Mech. Syst. Signal Proc.* 2018. Vol. 98. P. 548 – 556. DOI: 10.1016/j.ymssp. 2017.03.052.
9. **Cetrini A., Cianetti F., Letizia M., et al.** On-line fatigue alleviation for wind turbines by a robust control approach / *Int. J. Electr. Power Energy Syst.* 2019. Vol. 109. P. 384 – 394. DOI: 10.1016/j.ijepes.2019.02.011
10. **Böhm M.** Fatigue life assessment with the use of spectral method for materials subjected to standardized wind loading spectrums / *AIP Conf. Proc.* 2018. Vol. 2029. #020005. DOI: 10.1063/1.5066467.
11. **Gadolina I. V., Lisachenko N. G., Svirskiy Yu. A., et al.** The choice of the sampling frequency and optimal method of signal digital processing in the problems considering random loading process for assessing durability / *Zavod. Lab. Diagn. Mater.* 2019. Vol. 85. N 10. P. 64 – 72. DOI: 10.26896/1028-6861-2019-85-7-64-72 [in Russian].
12. **Gadolina I. V., Dubin D. A., Serebriakova I. L., et al.** Stabilization of the Design Loading Characteristics in the problem of durability estimation of tracked vehicle parts/ *Reliability, strength, and wear resistance of Machines and Structures*. 2020. N 1. P. 31 – 37. DOI: 10.3103/S1052618820010069.
13. Interstate Standard GOST 25.101–83. Strength calculation and testing. Representation of random loading of machine elements and structures and statistical evaluation of results. — Moscow: Standartinform, 2005. — 25 p. [in Russian].
14. **Gadolina I. V., Gryzlova T. P., Dubin D. A., et al.** Studies of the loading of transport vehicles in time and frequency domain / *Proceedings of the 4th international scientific-technical conference dedicated to the 80th anniversary of IMASh. Survivability and structural materials*, 2018. — Moscow: IMASh RAN. P. 84 – 86 [in Russian].
15. R Core Team (2020). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. <https://www.R-project.org>.