

DOI: <https://doi.org/10.26896/1028-6861-2020-86-9-37-44>

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОРИЕНТИРОВОК ИЗ ПРЯМЫХ ПОЛЮСНЫХ ФИГУР С ПОМОЩЬЮ СУПЕРПОЗИЦИИ НОРМАЛЬНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ И ПРОИЗВОЛЬНО ОПРЕДЕЛЕННЫХ ЯЧЕЕК (СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ)

© Владимир Нинелович Серебряный*,
Александра Сергеевна Колянова

Институт металлургии и материаловедения имени А. А. Байкова РАН (ИМЕТ РАН), Россия, 119334, Москва, Ленинский пр., д. 49; *e-mail: vns@imet.ac.ru

*Статья поступила 22 июня 2020 г. Поступила после доработки 20 июля 2020 г.
Принята к публикации 23 июля 2020 г.*

В работе представлены результаты сравнительного исследования функций распределения ориентировок (ФРО), рассчитанных из прямых полюсных фигур (ППФ) с помощью суперпозиции большого числа положительных стандартных гауссовских нормальных распределений с одинаковым рассеянием (программа Texhox) и метода произвольно определенных ячеек (ADC-метода) (программа LaboTex). Сравнение осуществляли для эталонной ориентировки Santa Fee (в качестве экспериментальных ППФ применяли рассчитанные ранее полные ППФ) и измеренных неполных ППФ, характеризующих текстуры рекристаллизации алюминиевого сплава 6016 с высокой степенью остроты. В качестве критерия оценки погрешностей вычислений по обеим программам использовали RP -фактор — усредненные по каждой и всем измеряемым ППФ разности интенсивностей экспериментальной и расчетной ППФ, отнесенные к соответствующим экспериментальным значениям на полюсной фигуре. Установили, что $RP(0,5)$ -фактор (нормированные интенсивности, используемые при расчете, $\geq 0,5$) для Santa Fee составляет 0,3 (Texhox) и 2,6 % (LaboTex). При этом максимальные значения ориентационной плотности ФРО отличаются незначительно (5,1 и 4,5). Однако для измеренных неполных ППФ текстуры рекристаллизации алюминиевого сплава они различаются существенно (61,8 и 95,9), а $RP(0,5)$ -фактор возрастает до 12,6 и 30,5 % соответственно. Поскольку в случае метода суперпозиции нормальных распределений $RP(0,5)$ -фактор меньше, чем при ADC-методе, восстановление ФРО с использованием программы Texhox предпочтительнее по сравнению с LaboTex.

Ключевые слова: текстура; прямая полюсная фигура; функция распределения ориентировок; метод суперпозиции нормальных распределений; программы Texhox и LaboTex; ADC-метод.

RESTORATION OF THE ORIENTATION DISTRIBUTION FUNCTIONS FROM DIRECT POLAR FIGURES USING SUPERPOSITION OF NORMAL DISTRIBUTIONS AND ARBITRARILY DEFINED CELLS (COMPARATIVE ANALYSIS)

© Vladimir N. Serebryany*, Aleksandra S. Kolyanova

A. A. Baikov Institute of Metallurgy and Materials Science, Russian Academy of Sciences (IMET RAS), 49, Leninsky pr., Moscow, 119334, Russia; *e-mail: vns@imet.ac.ru

Received June 22, 2020. Revised July 20, 2020. Accepted July 23, 2020.

A comparative study of orientation distribution functions (ODF) calculated from direct pole figures (DPF) is carried out using a superposition of a large number of positive standard Gaussian normal distributions with the same scattering (Texhox program) and the method of arbitrary defined cells (ADC) (LaboTex program) to identify the advantages and shortcomings of each method. The comparison was carried out for the Santa Fee reference orientation (the previously calculated total PPF were used as the experimental PPF) and the measured incomplete PPF characterizing the recrystallization textures of 6016 aluminum alloy with a high degree of sharpness. The RP -factor was used as a criterion for evaluating the calculation errors for both programs: the difference between the intensities of the experimental and calculated PPFs averaged over each and all measured PPFs and referred to the corresponding experimental values on the pole figure. The values of the RP -factors depend on the method of the ODF reconstructing and the experimental errors of the measured pole figures of the materials under study. It is shown that the values of $RP(0.5)$ -factor (normalized intensities used in the calculation, ≥ 0.5) for Santa Fee are 0.3 (Texhox) and

2.6 % (LaboTex) and the corresponding maximum values of the orientational density of ODF differ insignificantly (5.1 and 4.5, respectively). However, for measured incomplete PPF of the recrystallization texture of the aluminum alloy, they differ significantly (61.8 and 95.9), and the $RP(0.5)$ -factor increases to 12.6 and 30.5%, respectively. Since the method of superposition of normal distributions provides a lower value of the $RP(0.5)$ -factor compared to the ADC method, the ODF reconstruction using the Texxor program is preferable compared to LaboTex.

Keywords: texture; direct pole figure; orientation distribution function; superposition of normal distributions; Texxor and LaboTex software; ADC method.

Введение

Функция распределения ориентировок (ФРО) $f(g)$ — трехмерная функция в ориентационном пространстве ориентировок $\{g\}$, которую чаще всего описывают через углы Эйлера $g = g(\varphi_1, \Phi, \varphi_2)$. ФРО количественно характеризует текстуру исследуемого поликристаллического материала и представляет собой плотность распределения ориентировок кристаллитов (зерен) [11]:

$$\frac{dV}{V} = f(g)dg, \quad (1)$$

где dV — объем кристаллита, содержащий ориентировки в диапазоне dg ; V — полный объем поликристаллического образца, включающего все кристаллиты.

ФРО, характеризующую поликристаллическое состояние материала с точки зрения распределения кристаллографических ориентировок кристаллитов, можно получить двумя способами: с помощью измерения статистически большого числа так называемых индивидуальных ориентировок кристаллитов (используя электронно-микроскопическую дифракцию) и полюсных фигур (используя рентгеновскую или нейтронную дифракцию). В первом случае ФРО рассчитывают из массива ориентировок кристаллитов, во втором — путем решения системы интегральных уравнений вида

$$PF_h(y) = \frac{1}{2\pi} \int f(g)dg. \quad (2)$$

Формула (2) — математическое представление распределения кристаллических направлений h (вектора в кристаллической системе координат K_C), измеренного в направлении образца y (вектора в системе координат образца K_S).

Систему уравнений (2) решают с применением методов произвольно определенных ячеек (ADC-метода) и суперпозиции большого числа положительных стандартных гауссовских нормальных распределений с одинаковым рассеянием, реализованных в компьютерных программах-продуктах LaboTex v. 3.0 (LaboSoft, Poland) и Texxor [1 – 10].

Цель работы — сравнительный анализ текстур материалов с помощью восстановления

ФРО из экспериментальных неполных прямых полюсных фигур (ППФ) с использованием суперпозиции нормальных распределений и ADC-метода.

Метод суперпозиции нормальных распределений

Для решения системы (2) ФРО можно представить в виде суперпозиции положительных стандартных нормальных распределений, расположенных на регулярной или случайной трехмерной сетке в ориентационном пространстве [11 – 15]:

$$f(g) = \sum_{i=1}^N W_i f^s(g, g_i, \varepsilon_i), \quad (3)$$

где N — количество стандартных функций; W_i , g_i — вес (амплитуда) и положение центра i -й функции; ε_i — параметр рассеяния.

При наличии кристаллической симметрии и симметрии образца в качестве стандартных функций $f^s(g, g_i, \varepsilon_i)$ используют суперпозицию пиков $f(g, g_0, \varepsilon)$ (распределение с симметричным рассеянием ε вокруг центра g_0):

$$f^s(g, g_0, \varepsilon) = \frac{1}{N_A N_B} \sum_{i=1}^{N_A} \sum_{j=1}^{N_B} f(g, g_{Bj} g_0 g_{Ai}, \varepsilon), \quad (4)$$

где $G_A = \{g_{Ai}, i = 1, 2, \dots, N_A\}$, $G_B = \{g_{Bj}, j = 1, 2, \dots, N_B\}$ — элементы симметрии, принадлежащие группе вращений $SO(3)$, подгруппы соответствующих точечных групп симметрии образца и кристалла.

Базисная аппроксимирующая функция $f(g, g_0, \varepsilon)$ — круговое гауссовское распределение (параметр рассеяния ε соответствует углу рассеяния $\psi = 4\varepsilon\sqrt{\ln 2}$ — для узких пиков ($\varepsilon < 0,3$) имеет вид [13 – 22]:

$$f(g, g_0, \varepsilon) = f(t, \varepsilon) = \left[\frac{\sqrt{\pi}}{g^3} \exp\left(\frac{\varepsilon^2}{4}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{\varepsilon}{2}\right) + \frac{1}{\varepsilon^2} \right] \times \\ \times \frac{t/2}{\sin(t/2)} \exp\left(-\frac{t^2}{4\varepsilon^2}\right), \quad (5)$$

где $\cos t = [Tr(g_0^{-1}g) - 1]/2$.

При этом полюсные плотности плоскости кристалла $\mathbf{h}$ для направления в образце $\mathbf{y}$ [22]

$$P(\mathbf{h}, \mathbf{y}, g_0, \varepsilon) \equiv P(\theta, \varepsilon) = \frac{1}{2\varepsilon^2} \left[\exp\left(-\frac{\theta^2}{4\varepsilon^2}\right) + \exp\left(-\frac{(\pi - \theta)^2}{4\varepsilon^2}\right) \right], \quad (6)$$

где $\cos(\theta) = (\mathbf{h}, g_0\mathbf{y})$ — скалярное произведение векторов $\mathbf{h}$ и $g_0\mathbf{y}$.

Стандартной текстурной функции $f^S(g, g_0, \varepsilon)$ (уравнение (4)) соответствует стандартная функция полюсной плотности

$$P^S(\mathbf{h}, \mathbf{y}, g_0, \varepsilon) = \frac{1}{N_A N_B} \sum_{i=1}^{N_A} \sum_{j=1}^{N_B} P(g_{Bj}\mathbf{h}, g_{Ai}\mathbf{y}, g_0, \varepsilon), \quad (7)$$

где $g_A \subset G_A$, $g_B \subset G_B$ — элементы подгруппы вращений для соответствующих точечных групп симметрии образца и кристалла.

Тогда ФРО $f(g)$, записанной в виде суперпозиции стандартных функций $f^S(g)$ (уравнение (3)), соответствуют полюсные плотности в виде суперпозиции стандартных функций полюсной плотности

$$P(\mathbf{h}, \mathbf{y}) = \sum_{i=1}^N W_i P^S(\mathbf{h}, \mathbf{y}, g_i, \varepsilon_i). \quad (8)$$

Центры стандартных функций $f^S(g_i, \varepsilon)$ задают на некоторой регулярной трехмерной сетке в ориентационном пространстве. Их рассеяние, которое принимают одинаковым, определяется угловым расстоянием между ее узлами. Стандартные функции должны перекрываться по крайней мере на половине высоты пиков, поэтому их число должно быть очень большим (рассеяние функций $f^S(g_i, \varepsilon)$ должно быть существенно меньше рассеяния любой компоненты реальной текстуры). Отметим, что в этом случае стандартные функции не могут рассматриваться как реальные компоненты текстурной функции (любая ее компонента представляется в виде суперпозиции стандартных функций).

При таких условиях получаем систему линейных уравнений для нахождения неизвестных весов W_i

$$\sum_{i=1}^N A_{ij} W_i = P^{exp}\{\mathbf{h}, \mathbf{y}\}_j, \quad (9)$$

где $P^{exp}\{\mathbf{h}, \mathbf{y}\}_j$ — экспериментальные полюсные плотности для всех измеренных комбинаций $\{\mathbf{h}, \mathbf{y}\}_j$; $A_{ij} = P^S(\{\mathbf{h}, \mathbf{y}\}_j, g_i, \varepsilon)$ — матрица системы, элементы которой — коэффициенты влияния стандартной функции $f^S(g_i, \varepsilon)$ на полюсную плотность $P^{exp}\{\mathbf{h}, \mathbf{y}\}_j$.

Заметим, что полюсные плотности в уравнении (9) — нормированные величины, исправленные на инструментальные факторы.

Систему линейных уравнений с положительными и нормированными неизвестными решают с помощью итерационного метода проекций [23, 24]. При плохой обусловленности матрицы системы метод обеспечивает регуляризацию решения по одному из функционалов гладкости ($\sum W_i^2 \rightarrow \min$) и дополнительно учитывает условие положительности амплитуд пиков. Кроме того, в отличие от других итерационных подходов в случае метода проекций последовательность векторов w^i всегда сходится в результате многократного повторения циклов итераций [15].

ADC-метод

Методом произвольно определенных ячеек (arbitrarily defined cells — ADC) вычисляют ФРО из полюсных фигур (ПФ) непосредственно в ориентационном трехмерном пространстве Эйлера-углов [1, 2].

Для решения уравнения (2) ориентационное пространство и ПФ дискретизируют, соответственно, на ячейки C_a (a — номер ячейки) и домены D_{kie} (k нумерует домены, i — ПФ, e — симметрично эквивалентные полюса на i -й ПФ). Значения ФРО $f(g)$ соответствуют ячейкам C_a (дискретным элементам ориентационного пространства), P_{kie} — доменам D_{kie} (дискретным элементам ПФ). D_{kie} в ориентационном пространстве представляют через проекционные трубки T_{kie} . Геометрические пересечения T_{kie} и C_a количественно выражают через весовые множители U_{akie} — объемные доли трубок T_{kie} , пересекающих ячейки C_a .

Аппроксимация ФРО с помощью ADC-метода включает три итерационные стадии:

1. Расчет ФРО путем геометрического усреднения P_{kie} по всем ПФ ($i = 1, \dots, I$) и симметрично эквивалентным полюсам ($e = 1, \dots, E_i$) на каждой из ПФ:

$${}_I f_a^{(1)} = \left\langle \left\langle \left[\sum_{T_{kie}|C_a} U_{akie} P_{kie} \right] \right\rangle_{e=1, E_i} \right\rangle_{i=1, I}, \quad (10)$$

$${}_I f_a^{(n+1)} = f_a^{(n)} \left\langle \left\langle \left[\sum_{T_{kie}|C_a} U_{akie} \frac{P_{kie}}{P_{kie}^{(n)}} \right] \right\rangle_{e=1, E_i} \right\rangle_{i=1, I}, \quad (11)$$

где $f_a^{(n)}$ — значения ФРО, приписанные к ячейке C_a , рассчитанной на n -м шаге итераций; $T_{kie}|C_a$ — трубки T_{kie} , пересекающие ячейку C_a ; P_{kie} — экспериментальные значения ПФ;

$$P_{kie}^{(n)} = \frac{1}{V_{kie}} \sum_{T_{kie}|C_a} V_{akie} f_a^{(n)} \quad (12)$$

значения ПФ, рассчитанные на n -м шаге итераций из $f_a^{(n)}$ с использованием дискретной формы интегрального уравнения (2); V_{kie} , V_{akie} — объемы трубки T_{kie} и ячейки C_a внутри трубки T_{kie} .

2. Решение, получаемое в результате итераций, как правило, отклоняется от истинного (присутствуют ложные максимумы — «духи»). Поэтому в итерационной процедуре необходимы дополнительные условия для контроля поиска приемлемой аппроксимации ФРО [26]. В данном случае это выбор минимального значения для каждого из $f_a^{(n)}$ [2, 3].

Итерационная процедура следующая. Скорректированные на 1-м шаге ПФ выступают начальными данными для 2-й стадии:

$${}_II P_{kie} = {}_I P_{kie}^{(n)}. \quad (13)$$

Для каждого семейства трубок (i, e) в каждой ячейке C_a вычисляется ориентационная плотность ${}_II f_a^{(1)}$. Из серии результирующих значений для различных семейств трубок, пересекающих ячейку, выбирается наименьшее:

$${}_II f_a^{(1)} = \min \left[\sum_{T_{kie}|C_a} U_{akie} {}_II P_{kie} \right] \Rightarrow i = i_m, e = e_m. \quad (14)$$

Определенные таким образом f_a обозначаются индексами $i = i_m, e = e_m$. После нормализации в пространстве ФРО рассчитываются ПФ и находится следующее значение оператора Q_{II} (для $i = i_m, e = e_m$):

$$Q_{II}^{(n)} = \sum_{T_{kie}|C_a} U_{akie} \frac{{}_II P_{kie}}{{}_II P_{kie}^{(n)}}. \quad (15)$$

В зависимости от Q_{II} ориентационные плотности в ячейках для следующей итерации выбираются согласно выражениям

$${}_II f_a^{(n+1)} = \begin{cases} {}_II f_a^{(n)} & \text{при } Q_{II}^{(n)} \geq 1; \\ {}_II f_a^{(n)} Q_{II}^{(n)} & \text{при } Q_{II}^{(n)} < 1. \end{cases} \quad (16)$$

Отметим, что f_a в этой процедуре могут превышать истинные (например, экспериментальные) значения ($Q_{II} < 1$).

3. В течение итерационного процесса ФРО и ПФ нормируются, структура итерационного оператора обеспечивает неотрицательность ФРО. В результате последовательных приближений статистическая ошибка экспериментальных ПФ усредняется, «духи» корректируются на основе наименьших значений полюсной плотности на ПФ, и, наконец, осуществляется сглаживание ФРО.

Обсуждение результатов

Методы восстановления ФРО сравнивали с применением RP -фактора — величины погрешности отклонения вычисленных и эксперимен-

тальных ПФ. Величину RP -фактора определяли из соотношений [11, 26, 27]

$$RP_{\{hkl\}}(\Delta) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{\{PF_{exp}\}_i - \{PF_{calc}\}_i}{\{PF_{exp}\}_i} \right| \cdot 100 \%, \quad (17)$$

$$RP(\Delta) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M RP_{\{hkl\}_j}(\Delta), \quad (18)$$

где $RP_{\{hkl\}}$ — относительная погрешность для $\{hkl\}$ ПФ; $\{PF_{exp}\}_i, \{PF_{calc}\}_i$ — интенсивности экспериментальной (скорректированной и нормированной) и расчетной ПФ в точке i (полюсная плотность); N — число измеренных точек на ПФ; M — число измеренных ПФ.

Суммирование в (17) ведется по всем точкам i на ПФ, в которых выполнено условие $\{PF_{exp}\}_i > \Delta > 0$. Введение параметра Δ обусловлено исключением значений полюсной плотности ниже заданного уровня, так как наибольшие погрешности возникают именно для малой полюсной плотности (в силу недостаточной статистики измерений зерен, отвечающих соответствующим областям ориентационного пространства).

Критерием устойчивости вычислительного метода можно считать минимальное значение RP -фактора.

На рис. 1 приведены ФРО, рассчитанные для эталонной ориентировки Santa Fee (гауссовское распределение, $\varphi_1 = \varphi_2 = 333,4^\circ$, $\Phi = 48,2^\circ$, ширина 20° , вес 0,27, бестектурная компонента весом 0,73) [24, 25].

При восстановлении ФРО пики компоненты на ПФ сливаются, поэтому вычисляли коэффициенты разложения четной части ФРО в ряд обобщенных сферических функций [11]. Рассчитанные по этим коэффициентам на сетке $5 \times 5^\circ$ ППФ $\{001\}$, $\{011\}$, $\{111\}$ и $\{113\}$ использовали в качестве «экспериментальных» для восстановления ФРО с применением суперпозиции стандартных текстурных функций с рассеянием 12° для каждой функции (Texhor) и ADS-метода (LaboTex).

Получили, что максимальные ориентационные плотности для ФРО составляют 5,1 (Texhor) и 4,5 (LaboTex). При этом ФРО по LaboTex более рассеянная по сравнению с ФРО, вычисленной по Texhor.

На рис. 2 для ориентировки Santa Fee представлены исходные и рассчитанные из ФРО ППФ. Видно, что вычисленные ППФ близки к исходным.

Относительную погрешность расчетов оценивали по значениям $RP(0,5)$ -фактора (используемые нормированные интенсивности $\geq 0,5$), которые составили 0,3 (Texhor) и 2,6 % (LaboTex). Поскольку в первом случае величина фактора

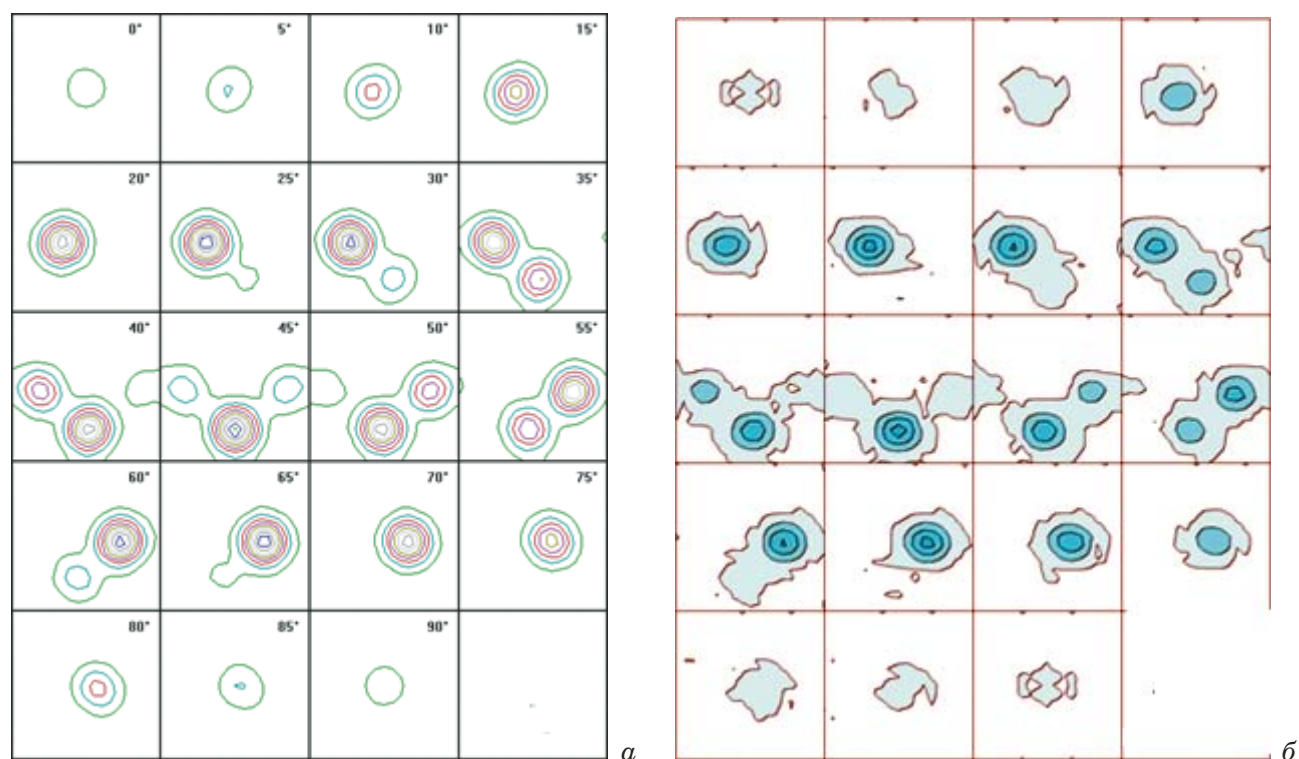


Рис. 1. Сечения ФРО, рассчитанные для ориентировки Santa Fee по программам Texhor (а) и LaboTex (б)

Fig. 1. The ODF sections for Santa Fee orientation calculated using Texhor (a) and LaboTex (b) programs

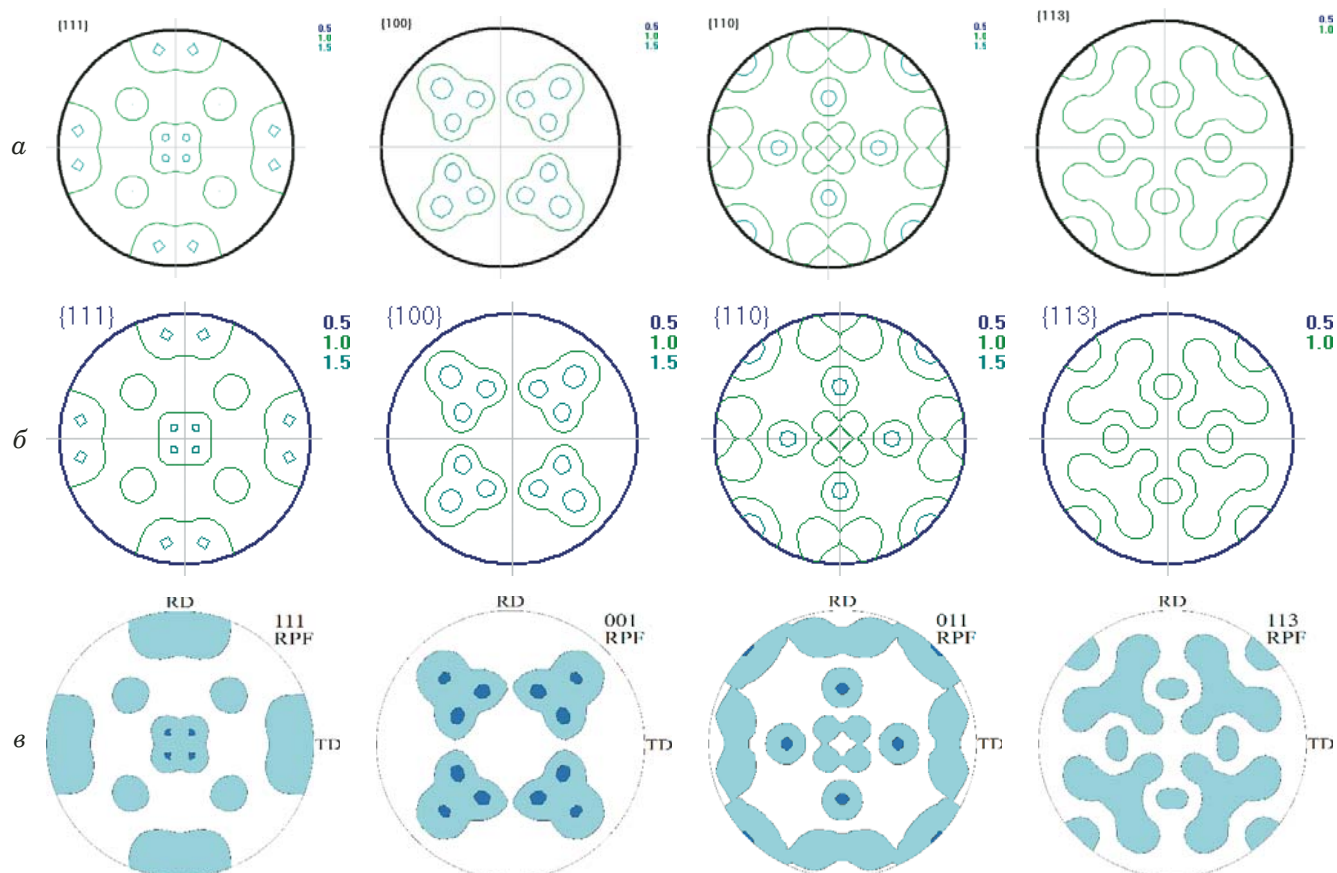


Рис. 2. Исходные (а) и рассчитанные по программам Texhor (б) и LaboTex (в) ППФ для ориентировки Santa Fee

Fig. 2. Initial (a) and calculated DPF using Texhor (b) and LaboTex (c) programs for Santa Fee orientation

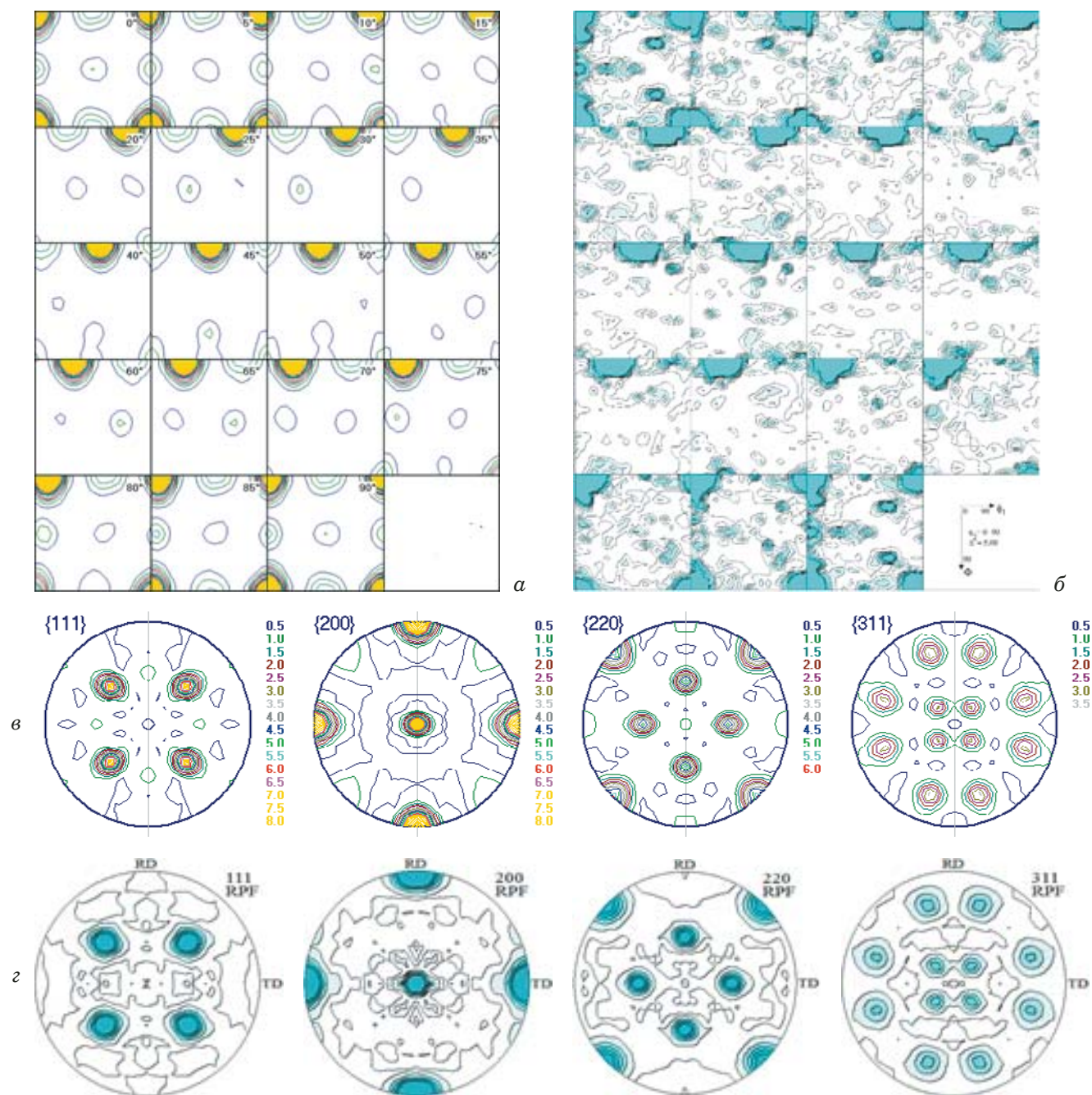


Рис. 3. Сечения ФРО (а, б) и ППФ (в, г), рассчитанные для отожженного листа сплава 6016 по программам Texxor и LaboTex соответственно ($\varphi_2 = \text{const}$)

Fig. 3. The ODF sections (a, b) and DPF (c, d) calculated for the annealed sheet of 6016 alloy using Texxor and LaboTex programs, respectively ($\varphi_2 = \text{const}$)

меньше, можно утверждать, что ФРО при использовании метода суперпозиции нормальных распределений восстанавливается точнее.

На рис. 3 для отожженного листа алюминиевого сплава 6016 приведены рассчитанные по Texxor и LaboTex ФРО и ППФ.

Исходные данные в виде неполных ПФ (111), (200), (220), (311) получали с помощью съемки на рентгеновском дифрактометре «ДРОН-7» с текстурной приставкой ПГТМ (СоКа-излучение, режим отражения, максимальный угол наклона

$\alpha_{\text{max}} = 70^\circ$, шаг по углам α и β (радиальному и азимутальному углам на ПФ) — 5°) [28]. Перед восстановлением ФРО измеренные ПФ подвергали процедуре симметризации, затем вводили поправку на дефокусировку [29]. Относительную погрешность расчетов оценивали по $RP(0,5)$ -фактору.

Видно, что степень остроты кубической ориентировки на ФРО, рассчитанных с помощью суперпозиции нормальных распределений и ADC-метода, значительно отличается. При этом более

высоким значениям максимальной ориентационной плотности, полученным с использованием программы LaboTex (95,9 против 61,8 по Texhor), соответствует большее значение $RP(0,5)$ -фактора (30,5 против 12,6 %). Можно заключить, что при восстановлении ФРО острых текстур метод суперпозиции нормальных распределений оказывается предпочтительнее ($RP(0,5)$ -фактор меньше).

Заключение

Таким образом, сравнительный анализ методов восстановления ФРО, реализованных по программам LaboTex и Texhor, показал, что как для эталонной ориентировки Santa Fee, так и отожженного листа алюминиевого сплава 6016 с исходной острой текстурой метод суперпозиции нормальных распределений имеет преимущество по сравнению с ADC-методом. В обоих случаях $RP(0,5)$ -фактор, по которому оценивали относительную погрешность расчетов, оказывался значительно меньше (0,3 против 2,6 и 12,6 против 30,5 % соответственно). Кроме того, метод суперпозиции характеризуется большей точностью.

Финансирование

Работа выполнена по государственному заданию № 075-00947-20-00.

Благодарности

Авторы выражают благодарность О. А. Крымской (национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», кафедра физических проблем материаловедения) за проведение расчетов ADC-методом по программе LaboTex.

ЛИТЕРАТУРА

1. Pawlik K. Determination of the Orientation Distribution Function from Pole Figures in Arbitrarily Defined Cells / Phys. Stat. Sol. (b). 1986. Vol. 134. P. 477 – 483.
2. Pawlik K., Pospiech J., Lucke K. The ODF approximation from pole figures with the aid of the ADC method / Textures and Microstructures, 1991. Vol. 14 – 18. P. 25 – 30.
3. Kim S.-H., You B.-S., Yim C. D., Seo Y.-M. Texture and microstructure changes in asymmetrically hot rolled AZ31 magnesium alloy sheets / Materials Letters. 2005. Vol. 59. N 29 – 30. P. 3876 – 3880. DOI: 10.1016/j.matlet.2005.07.024
4. Alilil B., Bradail D., Mathon M., et al. On the rolling and annealing texture in a Cu – 15Ni – 8Sn (wt. %) alloy / Kovove Mater. 2008. Vol. 46. N 6. P. 371 – 376.
5. Gurao N., Ali A., Suwas S. Study of texture evolution in metastable β -Ti alloy as a function of strain path and its effect on α transformation texture / Materials Science and Engineering A. 2009. Vol. 504. P. 24 – 35. DOI: 10.1016/j.msea.2008.11.053
6. Abreu H., Silva M., Herculano L., Bhadeshia H. Texture Analysis of Deformation Induced Martensite in an AISI 301L Stainless Steel: Microtexture and Macrotexture Aspects / Materials Research. 2009. Vol. 12. N 3. P. 291 – 297. DOI: 10.1590/S1516-14392009000300008
7. Shaeri M. H., Salehi M. T., Seyyedein S. H., et al. Characterization of microstructure and deformation texture during equalchannel Angular pressing of Al – Zn – Mg – Cu alloy / Journal of Alloys and Compounds. 2013. Vol. 576. P. 350 – 357. DOI: 10.1016/j.jallcom.2013.05.182
8. Verstraete K., Helbert A., Brisset F., et al. Microstructure, mechanical properties and texture of an AA6061/AA5754 composite fabricated by cross accumulative roll bonding / Materials Science and Engineering. 2015. Vol. 640. P. 235 – 242. DOI: 10.1016/j.msea.2015.05.106
9. Perlovich Yu. A., Isaenkova M. G., Krymskaya O. A., et al. Optimization of the procedure for determining integral texture parameters of products from zirconium-based alloys using the orientation distribution function / IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. 2016. Vol. 130. DOI: 10.1088/1757-899X/130/1/012056
10. Hattal A., Chauveau T., Djemai M., et al. Data related to spectrum analyzes for phases identification, microstructure and mechanical properties of additive manufactured Ti6Al4V reinforced with nano Yttria stabilized zirconia / Data in Brief. 2020. Vol. 29. P. 1 – 8. DOI: 10.1016/j.dib.2020.105249
11. Bunge H.-J. Texture analysis in materials science. Mathematical methods. — London: Butterworths, 1982. — 420 p.
12. Matthies S. Standart Functions in Texture Analysis / Phys. Stat. Sol. (b). 1980. Vol. 101. P. 111 – 115.
13. Савелова Т. И., Иванова Т. М. Методы восстановления функции распределения ориентации по полюсным фигурам (обзор) / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2008. Т. 74. № 7. С. 25 – 33.
14. Savyolova T. I., Kurtasov S. F. ODF restoration by orientations grid / Proceeding of the 14th International Conference on Texture of Materials. — Louven, Belgium, 2005. P. 1693 – 1697.
15. Куртасов С. Ф. Методика количественного анализа текстур прокатки материалов с кубической симметрией кристаллической решетки / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2007. Т. 73. № 7. С. 41 – 44.
16. Шамрай В. Ф., Серебряный В. Н. Исследования текстурованных материалов в лаборатории кристаллоструктурных исследований ИМЕТ РАН. Ч. 1. Текстуры материалов из алюминий-литиевых сплавов / Цветные металлы. 2011. № 5. С. 59 – 64.
17. Серебряный В. Н., Рохлин Л. Л., Моница А. Н. Текстура и анизотропия механических свойств магниевого сплава Mg – Y – Gd – Zr / Перспективные материалы. 2013. № 7. С. 12 – 20.
18. Арышевский Е. В., Серебряный В. Н., Тептерев М. С., Гречникова А. Ф. Исследование закономерностей текстурообразования при холодной прокатке и отжиге в сплаве 8011 / Физика металлов и металловедение. 2015. Т. 116. № 9. С. 974 – 981.
19. Иванова Т. М., Серебряный В. Н. Восстановление функции распределения ориентировок с помощью текстурных компонент с круговыми нормальными распределениями / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2017. Т. 83. № 1. Ч. 1. С. 43 – 47.
20. Dobatkin S., Galkin S., Estrin Yu., et al. Grain refinement, texture, and mechanical properties of magnesium alloy after radial-shear rolling / Journal of Alloys and Compounds. 2019. Vol. 774. P. 969 – 979.
21. Estrin Yu., Martynenko N., Anisimova N., et al. The Effect of Equal-Channel Angular Pressing on the Microstructure, the Mechanical and Corrosion Properties and the Anti-Tumor Activity of Magnesium Alloyed with Silver / Materials. 2019. Vol. 12. DOI: 10.3390/ma12233832
22. Bukharova T. I., Savyolova T. I. Application of Normal Distributions on SO(3) and for Sⁿ Orientation Distribution Function Approximation / Textures and microstructures. 1993. Vol. 21. P. 161 – 176.
23. Василенко Г. И. Теория восстановления сигналов. — М.: Советское радио, 1979. — 271 с.
24. Huang T. S., Barker D. A., Berger S. P. Iterative Image Restoration / Applied Optics. 1975. Vol. 14. N 5. P. 1165 – 1168.

25. **Matthies S.** On the basic elements of and practical experiences with the WIMV algorithm — an odf reproduction method with conditional ghost correction / *Proc. 8th Int. Conf. of Textures of Materials (ICOTOM8)*. — Santa Fe, NM, USA: The Metallurgical Society, 1988. P. 37 – 48.
26. **Matthies S., Venk H., Vinel G.** Some basic concepts of texture analysis and comparison of three methods to calculate orientation distributions from pole figures / *J. Appl. Cryst.* 1988. Vol. 21. P. 285 – 304.
27. **Савелова Т. И., Иванова Т. М., Сыпченко М. В.** Методы решения некорректных задач текстурного анализа и их приложения. — М.: НИЯУ МИФИ, 2012. — 268 с.
28. **Шамрай В. Ф., Лившиц В. А., Серебряный В. Н. и др.** Опыт использования дифрактометра ДРОН-7 с приставкой ПГТМ для исследования текстур / *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*. 2009. Т. 75. № 1. С. 32 – 35.
29. **Серебряный В. Н., Куртасов С. Ф., Литвинович М. А.** Изучение ошибок ФРО при обращении полюсных фигур с использованием статистического метода гребневых оценок / *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*. 2007. Т. 73. № 4. С. 29 – 35.
12. **Matthies S.** Standart Functions in Texture Analysis / *Phys. Stat. Sol. (b)*. 1980. Vol. 101. P. 111 – 115.
13. **Savyolova T. I., Ivanova T. M.** Methods of orientation distribution function restoration for pole figures (review) / *Zavod. Lab. Diagn. Mater.* 2008. Vol. 74. N 7. P. 25 – 33 [in Russian].
14. **Savyolova T. I., Kurtasov S. F.** ODF restoration by orientations grid / *Proceeding of the 14th International Conference on Texture of Materials*. — Louven, Belgium, 2005. P. 1693 – 1697.
15. **Kurtasov S. F.** Technique of the quantitative analysis of texture rolling of materials with a cubic symmetry of the crystal lattice / *Zavod. Lab. Diagn. Mater.* 2007. Vol. 73. N 7. P. 41 – 44 [in Russian].
16. **Shamray V. F., Serebryany V. N.** Researches of textured materials in laboratory of crystal-structure researches at the Institute of Metallurgy and Materials Science, RAS. Part 1. Textures of materials of aluminium-lithium alloys / *Tsvetnye metally*. 2011. N 5. P. 59 – 64 [in Russian].
17. **Serebryany V. N., Rokhlin L. L., Monina A. N.** Texture and Anisotropy of Mechanical Properties of the Magnesium Alloy of Mg – Y – Gd – Zr System / *Perspekt. Mater.* 2013. N 7. P. 12 – 20 [in Russian].
18. **Aryshenskii E. V., Serebryany V. N., Tepterev M. S., Grechnikova A. F.** Study of the Laws of Texture Formation in the Alloy 8011 during Cold Rolling and Annealing / *The Physics of Metals and Metallography*. 2015. Vol. 116. N 9. P. 925 – 931.
19. **Ivanova T. V., Serebryany V. N.** Restoration of orientation distribution function using texture components with radial normal distributions / *Zavod. Lab. Diagn. Mater.* 2017. Vol. 83. N 1. P. 43 – 47 [in Russian].
20. **Dobatkin S., Galkin S., Estrin Yu., et al.** Grain refinement, texture, and mechanical properties of magnesium alloy after radial-shear rolling / *Journal of Alloys and Compounds*. 2019. Vol. 774. P. 969 – 979.
21. **Estrin Yu., Martynenko N., Anisimova N., et al.** The Effect of Equal-Channel Angular Pressing on the Microstructure, the Mechanical and Corrosion Properties and the Anti-Tumor Activity of Magnesium Alloyed with Silver / *Materials*. 2019. Vol. 12. DOI: 10.3390/ma12233832
22. **Bukharova T. I., Savyolova T. I.** Application of Normal Distributions on SO(3) and for Sⁿ Orientation Distribution Function Approximation / *Textures and microstructures*. 1993. Vol. 21. P. 161 – 176.
23. **Vasilenko G. I.** The signal restoration theory. — Moscow: Sovetskoe radio, 1979. — 271 p. [in Russian].
24. **Huang T. S., Barker D. A., Berger S. P.** Iterative Image Restoration / *Applied Optics*. 1975. Vol. 14. N 5. P. 1165 – 1168.
25. **Matthies S.** On the basic elements of and practical experiences with the WIMV algorithm — an odf reproduction method with conditional ghost correction / *Proc. 8th Int. Conf. of Textures of Materials (ICOTOM8)*. — Santa Fe, NM, USA: The Metallurgical Society, 1988. P. 37 – 48.
26. **Matthies S., Venk H., Vinel G.** Some basic concepts of texture analysis and comparison of three methods to calculate orientation distributions from pole figures / *J. Appl. Cryst.* 1988. Vol. 21. P. 285 – 304.
27. **Savyolova T. I., Ivanova T. M., Syptchenko M. V.** Methods for solving ill-posed problems of texture analysis and their applications. — Moscow: NRNU MEPI, 2012. — 268 p. [in Russian].
28. **Shamray V. F., Livshic V. A., Serebryany V. N., et al.** The experience of using a DRON-7 diffractometer with a PGTМ attachment for texture research / *Zavod. Lab. Diagn. Mater.* 2009. Vol. 75. N 1. P. 32 – 35 [in Russian].
29. **Serebryany V. N., Kurtasov S. F., Litvinovich M. A.** The ODF error study in pole figures conversion using the statistical method of ridge estimates / *Zavod. Lab. Diagn. Mater.* 2007. Vol. 73. N 4. P. 29 – 34 [in Russian].

REFERENCES