

**Механика материалов:
прочность, ресурс, безопасность****Materials mechanics:
strength, durability, safety**DOI: <https://doi.org/10.26896/1028-6861-2023-89-3-46-56>**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ВЯЗКОСТИ
РАЗРУШЕНИЯ МЕТАЛЛА ТОЛСТОСТЕННОЙ ОБЕЧАЙКИ
С УЧЕТОМ ЕГО НЕОДНОРОДНОСТИ**

© Александр Георгиевич Казанцев^{1*}, Владимир Николаевич
Скоробогатых¹, Егор Васильевич Погорелов¹, Владимир
Александрович Пиминов², Сергей Юрьевич Королев²

¹ НПО «ЦНИИТМАШ», Россия, 115088, Москва, ул. Шарикоподшипниковская, д. 4;

*e-mail: agkazantsev@cniitmash.com

² ОКБ ГИДРОПРЕСС, Россия, 142103, Московская обл., г. Подольск, ул. Орджоникидзе, д. 21.

*Статья поступила 14 июня 2022 г. Поступила после доработки 22 ноября 2022 г.
Принята к публикации 28 декабря 2022 г.*

Для основного металла и металла шва типа Cr – Ni – Mo – V (обечайка толщиной 200 мм) приведены оценки референсной температуры T_0 , полученные на основе статистического моделирования методом Монте Карло. Температуру T_0 определяли по стандарту ASTM E1921 с учетом неоднородности материала. При моделировании T_0 объемы выборок составляли 12, 24 и 70 значений вязкости разрушения K_{Jc} . С использованием метода Монте Карло выполнен анализ корректности идентификации металла (однородный/неоднородный). Показано, что выборки по 12 образцов не позволяют надежно определить, является металл однородным или неоднородным — в 50 % случаев для основного металла и 37 % случаев для металла шва получены некорректные результаты. При увеличении выборки до 24 образцов некорректные результаты получены в 5 % случаев. Значения T_0 с учетом неоднородности определяли двумя способами — с применением процедуры скрининга и на основе фактического бимодального представления распределения значений вязкости разрушения, параметры которого находили методом максимального правдоподобия. Показано, что оба способа для основного металла и металла шва дают близкие результаты, величина сдвига T_0 в сторону положительных значений при учете неоднородности составляет около 22 °C. На основе полученных оценок T_0 построены нижние огибающие температурных кривых вязкости разрушения (мастер-кривые для вероятности разрушения 5 %).

Ключевые слова: референсная температура T_0 ; вязкость разрушения; мастер кривая; статистическое моделирование; метод Монте Карло.

**DETERMINATION OF THE TEMPERATURE DEPENDENCE
OF THE FRACTURE TOUGHNESS OF THE METAL OF A THICK-WALLED SHELL
TAKING INTO ACCOUNT THE INHOMOGENEITY OF THE MATERIAL**

© Alexander G. Kazantsev^{1*}, Vladimir N. Skorobogatykh¹, Egor V. Pogorelov¹,
Vladimir A. Piminov², Sergey Yu. Korolev²

¹ NPO "TSNIITMASH", 4, Sharikopodshpnikovskaya ul., Moscow, 115088, Russia; *e-mail: agkazantsev@cniitmash.com

² OKB GIDROPRESS, 21, Ordzhonikidze ul., Podolsk, Moscow obl., 142103, Russia

Received June 14, 2022. Revised November 22, 2022. Accepted December 28, 2022.

The estimates of the reference temperature T_0 , obtained for the base metal and the weld-seam metal of the Cr – Ni – Mo – V type (shell 200 mm thick) on the basis of statistical modeling by the Monte Carlo method are presented. T_0 was determined according to the ASTM E1921 standard taking into account the inhomogeneity of the material. The sample size of the fracture toughness values K_{Jc} for T_0 modeling was 12, 24 and 70. The Monte Carlo method was used for analysis of the correctness of metal identification (homogeneous/inhomogeneous). It is shown that sampling of 12 samples do not provide a reliable determination whether the metal is homogeneous or inhomogeneous (incorrect results were obtained in 50% of cases for the base metal and in 37% of cases for the weld-seam metal). When the sample size increased to

24 samples, the incorrect results were obtained in 5% of cases. The T_0 values with allowance for the material inhomogeneity were determined by two ways: using a screening procedure and proceeding from the actual bimodal representation of the fracture toughness distribution (parameters of the bimodal distribution were determined by the maximum likelihood method). It is shown that both methods give close results for the base and weld-seam metal, the magnitude of the shift towards positive values in the average T_0 values determined with allowance for the inhomogeneity being about 22°C. Using the obtained T_0 estimates, the lower envelopes of the temperature curves of the fracture toughness are constructed (master curves for 5 % failure probability).

Keywords: reference temperature T_0 ; fracture toughness; master curve; statistical modeling; the Monte Carlo method.

Введение

Металл конструкций, особенно крупногабаритных, структурно неоднороден. Неоднородность проявляется на микро- и макроуровнях и является следствием особенностей технологии изготовления заготовок и изделий (литье, поковки, сварка и т.д.) и химической неоднородности. Соответственно, структурно-чувствительные характеристики механических свойств, например, такие как ударная и статическая вязкости разрушения, имеют значительный разброс.

Стандартом ASTM E1921 (Standard test method for determination of reference temperature, T_0 , for ferritic steels in the transition range) предусмотрен учет неоднородности при определении температурной зависимости статической вязкости разрушения в форме мастер-кривой, положение которой на температурной оси определяется величиной референсной температуры T_0 .

Мастер-кривая для вероятности разрушения $P = 50\%$ при толщине образцов 25 мм описывается уравнением

$$K_{Jc} = 30 + 70 \exp[0,019(T - T_0)]. \quad (1)$$

Величину K_{Jc} — упругопластический эквивалент коэффициента интенсивности напряжений — рассчитывают с помощью J -интеграла (J_c), соответствующего инициации хрупкого разрушения образца:

$$K_{Jc} = \sqrt{\frac{J_c E}{1 - \nu^2}},$$

где ν — коэффициент Пуассона; E — модуль упругости. Из (1) следует, что $K_{Jc} = 100 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{0,5}$ при $T = T_0$.

Разброс данных по K_{Jc} описывается на основании трехпараметрической функции распределения Вейбулла:

$$P_f = 1 - \exp \left[- \left(\frac{K_{Jc} - K_{\min}}{K_0 - K_{\min}} \right)^b \right], \quad (2)$$

где P_f — вероятность того, что вязкость разрушения материала будет не больше, чем K_{Jc} ; K_0 — параметр масштаба, зависящий от температуры

и толщины образца; $K_{\min} = 20 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{0,5}$ — минимальное значение вязкости разрушения; параметр $b = 4$ считается независимым от типа материала, температуры испытаний и толщины образцов.

Формула для пересчета значений K_{Jc} , полученных на образцах толщиной B_Y , на K_{Jc} для образцов толщиной B_X имеет вид

$$\frac{K_{Jc}^X - K_{\min}}{K_{Jc}^Y - K_{\min}} = \left(\frac{B_Y}{B_X} \right)^{1/b}, \quad (3)$$

где K_{Jc}^X , K_{Jc}^Y — значения вязкости разрушения для образцов толщиной B_X и B_Y .

Область применения стандарта ASTM E1921 позволяет определять зависимости $K_{Jc}(T)$ ферритно-перлитных сталей и их сварных соединений с пределом текучести от 275 до 825 МПа.

Перед оценкой T_0 анализируют результаты испытаний на предмет выполнения условия маломасштабной текучести

$$K_{Jc} \leq K_{Jc \text{ lim}} = \sqrt{\frac{Eb_0\sigma_{ys}}{30(1 - \nu^2)}},$$

где E — модуль упругости; $b_0 = W - a_0$ ($W = 2t$, t — толщина образца; a_0 — длина исходной усталостной трещины); ν — коэффициент Пуассона; σ_{ys} — условный предел текучести.

Кроме того, по изломам образцов определяют вязкий подрост трещины, который не должен превышать величину

$$\Delta a_{\max} \leq 0,05(W - a_0)$$

или 1 мм. Если указанные условия не выполняются, проводят цензурирование — снижение значений K_{Jc} до $K_{Jc \text{ lim}}$ при данной температуре или максимальных установленных значений (при $\Delta a < \Delta a_{\max}$), при которых эти условия соблюдаются.

Привлекательность использования мастер-кривой связана с возможностью пересчета результатов испытаний образцов небольших размеров на данные для большей толщины, а также

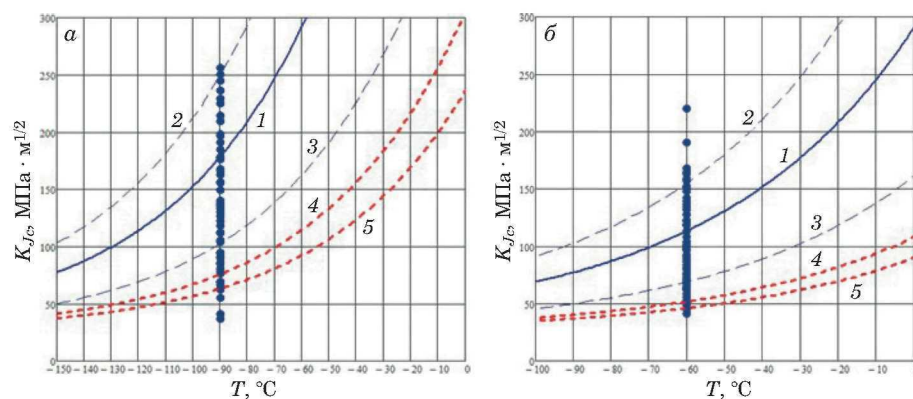


Рис. 1. Температурные зависимости вязкости разрушения (мастер-кривые) для основного металла ($T_0 = -130^\circ\text{C}$) (а) и металла шва ($T_0 = -69^\circ\text{C}$) (б): 1 — медианные кривые, соответствующие вероятности 50 %; 2 и 3 — кривые, соответствующие вероятностям 5 и 95 %; 4 и 5 — кривые для $P = 5\%$, полученные с учетом скрининга для выборок объемом соответственно 70 и 24 образца

Fig. 1. Temperature dependence of the fracture toughness (master curve): а — for the base metal ($T_0 = -130^\circ\text{C}$) and б — for the weld-seam metal ($T_0 = -69^\circ\text{C}$): 1 — median curves corresponding to 50 % probability; 2 and 3 — curves corresponding to 5 and 95 % probability; 4 and 5 — curves for $P = 5\%$, obtained taking into account screening for a sample size of 70 and 24 samples, respectively

построения кривых для различных вероятностей разрушения [1 – 7].

При определении референсной температуры T_0 требуется в соответствии со стандартом ASTM E1921 оценить неоднородность металла. Надежная идентификация материала как однородного или неоднородного возможна при объеме выборки не менее 20 образцов.

При невыполнении критерия однородности допускается определение температуры T_0 с использованием нескольких подходов: скрининга (SINTAP [1, 3, 4]) или на основе уточненной оценки типа распределения значений K_{Jc} (бимодальное и мультимодальное). Учет неоднородности приводит к сдвигу T_0 в сторону положительных значений и, соответственно, к снижению расчетных запасов прочности.

В данной работе для основного металла и металла шва типа Cr – Ni – Mo – V (обечайка толщиной 200 мм) приведены полученные на основе статистического моделирования методом Монте Карло оценки T_0 без учета и с учетом неоднородности на выборках различного размера (12, 24 и 70 значений K_{Jc}). Они позволяют консервативно оценить сдвиги T_0 и положение нижних огибающих температурных кривых вязкости. Образцы для испытаний вырезали из центральной 1/3 по толщине части обечайки.

Методика численных экспериментов

Исходные массивы данных для расчетов — результаты испытаний при фиксированных температурах по 70 компактных образцов СТ-0.5Т из основного металла (ОМ) и металла шва (МШ). Эти результаты пересчитаны для толщины об-

разца СТ-1Т, равной 25 мм, что позволило использовать однотемпературный подход при моделировании процедуры определения T_0 (рис. 1).

При проведении статистического моделирования использовали одну из разновидностей метода Монте Карло — бутстреп, который не требует параметрического представления исходных данных в виде функций распределения.

В соответствии с данным методом из набора экспериментальных значений вязкости разрушения K_{Jc} многократно, с помощью соответствующих генераторов случайных чисел, извлекаются повторные возвращаемые выборки заданного объема (использовали среду Mathcad). Процедура повторяется достаточно большое число раз для того, чтобы установить характеристики рассеяния моделируемой величины.

В случае скрининга на первом шаге величину T_0 определяли по стандартной процедуре из следующего соотношения (при однотемпературном подходе):

$$T_{0(\text{step1})} = T_n - \frac{1}{0,019} \ln \frac{K_{Jcm} - 30}{70},$$

где T_n — температура испытания; $K_{Jcm} = 20 + 0,91(K_0 - 20)$ — медианное значение K_{Jc} .

Параметр масштаба

$$K_0 = \left[\frac{1}{r} \sum_{i=1}^n (K_{Jci} - 20)^4 \right]^{1/4},$$

где r — число нецензурированных значений K_{Jci} ; n — общее число образцов в выборке.

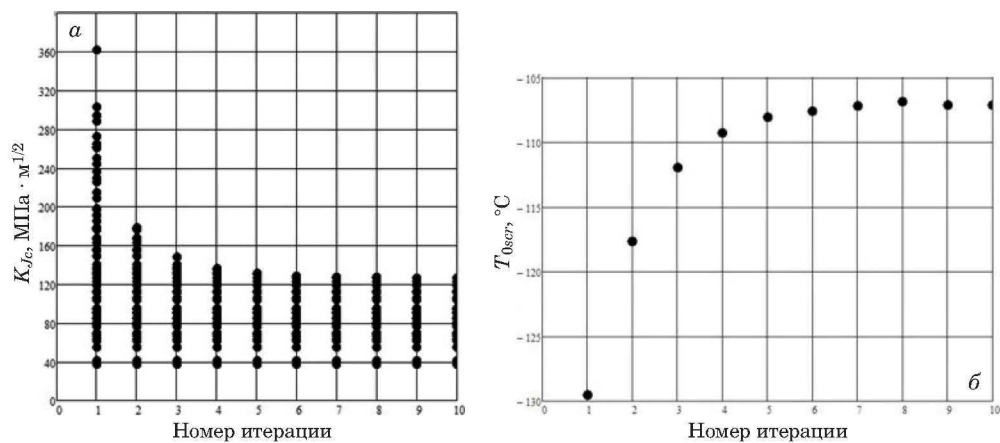


Рис. 2. Изменения значений K_{Jc} (а) и $T_{0(step i)}$ (б) от числа итераций при проведении скрининга (основной металл)
Fig. 2. Changes in the values of K_{Jc} (a) and $T_{0(step i)}$ (b) depending on the number of iterations during screening (base metal)

Затем оценивают значения $K_{CENS i}$, соответствующие медианной кривой:

$$K_{CENS i} = 30 + 70 \exp[0,019(T_{II} - T_{0(step 1)})]. \tag{4}$$

Экспериментальные значения K_{Jci} сравнивали с $K_{CENS i}$. Если $K_{Jci} \geq K_{CENS i}$, то принимается $K_{Jci} = K_{CENS i}$. По откорректированному таким образом массиву K_{Jci} определяли референсную температуру на втором шаге — $T_{0(step 2)}$.

Если $T_{0(step 2)} - T_{0(step 1)} \geq 0,5 \text{ }^{\circ}\text{C}$, находили новые значения $K_{CENS i}$ с заменой в (4) $T_{0(step 1)}$ на $T_{0(step 2)}$ и вычисляли величину референсной температуры на третьем шаге, и т.д. Выполнение условия $T_{0(step i)} - T_{0(step i - 1)} < 0,5 \text{ }^{\circ}\text{C}$ обеспечивается после нескольких итераций (обычно не более 10).

Материал считается однородным при

$$T_{0scr} - T_{0(step 1)} \leq 1,44 \sqrt{\frac{\beta^2}{r}}, \tag{5}$$

где в качестве T_{0scr} принимается максимальная величина температуры $T_{0(step i)}$; r — число цензурированных значений K_{Jci} в рассматриваемой выборке; β — коэффициент, зависящий от уров-

ня значений K_{Jc} (находится в пределах 18 – 20). Параметры r и β рассчитываются для первого шага.

Если критерий (5) выполняется, то $T_0 = T_{0(step 1)}$, а если не выполняется, то в качестве референсной температуры T_0 принимают T_{0scr} (для выборок объемом $n > 10$).

В качестве примера на рис. 2 показано изменение значений K_{Jc} и $T_{0(step i)}$ при проведении скрининга, иллюстрирующее скорость сходимости процесса от числа итераций для основного металла (размер выборки $n = 70$ значений K_{Jc}).

При проведении скрининга процедура определения T_0 и T_{0scr} повторялась примерно 100 раз.

Обсуждение результатов

Результаты расчета значений референсной температуры без учета (T_0) и с учетом (T_{0scr}) неоднородности, а также соответствующих среднеквадратических отклонений, полученные при моделировании, приведены в табл. 1. Здесь же указаны значения сдвигов референсной температуры вследствие неоднородности ($\Delta T_0 = T_{0scr} - T_0$), а также температура $T_{0scr}^{(0,95)}$, соответствующая консервативной оценке T_{0scr} (с 95 %-й надеж-

Таблица 1. Расчетные значения референсной температуры без учета и с учетом неоднородности
Table 1. Calculated values of the reference temperature T_0 with and without taking into account the inhomogeneity of the material

Материал	n (число образцов в выборке)	$\bar{T}_0, \text{ }^{\circ}\text{C}$	$\sigma_{T_0}, \text{ }^{\circ}\text{C}$	$\bar{T}_{0scr}, \text{ }^{\circ}\text{C}$	$\sigma_{T_{0scr}}, \text{ }^{\circ}\text{C}$	$\Delta \bar{T}_0, \text{ }^{\circ}\text{C}$	$T_{0scr}^{(0,95)}, \text{ }^{\circ}\text{C}$
ОМ	70	-130	—	-107	—	23	-107
	24	-129	6,9	-107	8,6	22	-92
	12	-128	8,2	-116	16,5	—	—
МШ	70	-69	—	-43	—	26	-43
	24	-68	7,6	-46	9,4	22	-30
	12	-67	8,9	-51	12,9	—	—

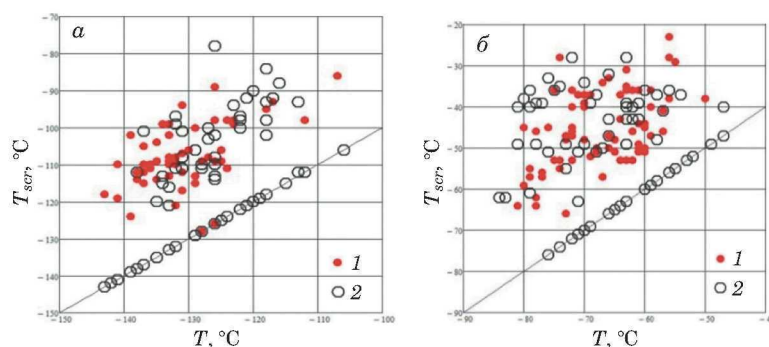


Рис. 3. Соотношение между T_0 и T_{scr} полученное на основе статистического моделирования для основного металла (а) и металла шва (б): 1 — $n = 24$; 2 — $n = 12$

Fig. 3. The ratio between T_0 and T_{scr} obtained on the basis of statistical modeling for the base metal (a) and weld-seam metal (b): 1 — $n = 24$; 2 — $n = 12$

ностью), учитывающая неоднородность металла и рассеяние результатов. Видно, что средние значения $\bar{T}_0$ и $\bar{T}_{0scr}$ слабо зависят от размера выборок. При $n = 24$ для основного металла среднее значение референсной температуры $\bar{T}_0 = -129^\circ\text{C}$, после скрининга среднее значение $\bar{T}_{0scr} = -107^\circ\text{C}$; для металла шва $\bar{T}_0 = -68^\circ\text{C}$ и $\bar{T}_{0scr} = -46^\circ\text{C}$ соответственно. В обоих случаях сдвиг средних значений составляет 22°C .

С уменьшением объема выборок увеличивается разброс (среднеквадратическое отклонение) T_0 и T_{0scr} . При одинаковых объемах выборок рассеяние значений референсной температуры T_{0scr} несколько выше, чем T_0 .

При применении процедуры скрининга ко всему массиву основного металла и металла шва критерий однородности (5) не выполняется (металл неоднороден). С уменьшением числа образцов в выборке вероятность выполнения критерия (5), т.е. в данном случае — некорректной оценки однородности, увеличивается.

При $n = 12$ в 50 % случаев определения T_0 для основного металла и в 37 % случаев для металла шва материал был идентифицирован как однородный. При испытании по 24 образца каждого материала критерий однородности выполнялся для 5 % выборок металла шва и 4 % выборок основного металла. Этот результат согласуется с рекомендациями ASTM E1921 — для надежной оценки однородности объем выборки должен содержать не менее 20 значений K_{Jc} .

Проверка корректности применения скрининга для оценки однородности была проведена также для гипотетического однородного материала, распределение характеристик вязкости разрушения которого соответствует трехпараметрическому распределению Вейбулла (2) при $b = 4$, $K_0 = 90 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{0.5}$. Рассматривали выборки объемом 6, 12 и 24 значения K_{Jc} , для которых определяли значения T_0 и T_{0scr} .

При многократном (более 100 раз) повторении процедуры скрининга для выборок объемом $n = 6$ в 5 % случаев было установлено, что материал неоднороден, что является некорректным результатом. Для выборок объемом 12 и 24 значения K_{Jc} вероятность невыполнения условия однородности материала (5) составила менее 1 %. Как и для неоднородного металла, надежность корректной идентификации материала повышается с увеличением объема выборок.

Обобщенные данные, характеризующие рассеяние T_0 и T_{0scr} для основного металла и металла шва (при размерах выборок $n = 12$ и $n = 24$), показаны на рис. 3. При $n = 24$ (точки 1) массивы T_0 и T_{0scr} для ОМ и МШ группируются около средних значений. При $n = 12$ (точки 2) происходит разделение массивов на две части. Точки, полученные на выборках, для которых выполнялось условие однородности (5), располагаются вдоль линий $T_0 = T_{0scr}$. Хаотичное расположение точек, причем примерно в той же области разброса, что и для выборок объемом $n = 24$, говорит о том, что металл неоднороден.

Следует отметить, что для неоднородного металла корреляция значений T_0 и T_{0scr} слабая [8], что не позволяет оценивать T_{0scr} по величине T_0 . При $n = 24$ коэффициент корреляции K_{cor} для металла шва составляет 0,49, для основного металла — 0,54.

На основе результатов расчетов для основного металла и металла шва при объеме выборок $n = 24$ построены кривые эмпирического распределения T_0 и T_{0scr} (рис. 4) и определены с 95 %-ной надежностью консервативные значения $T_{0scr}^{(0,95)}$, учитывающие неоднородность металла и рассеяние результатов. Для основного металла $T_{0scr}^{(0,95)}$ равно -92°C , для металла шва — -30°C .

По установленным значениям референсной температуры $T_{0scr}^{(0,95)}$ построены нижние 5 %-ные огибающие мастер-кривой с учетом неоднородности (см. рис. 1, кривые 5) для основного металла

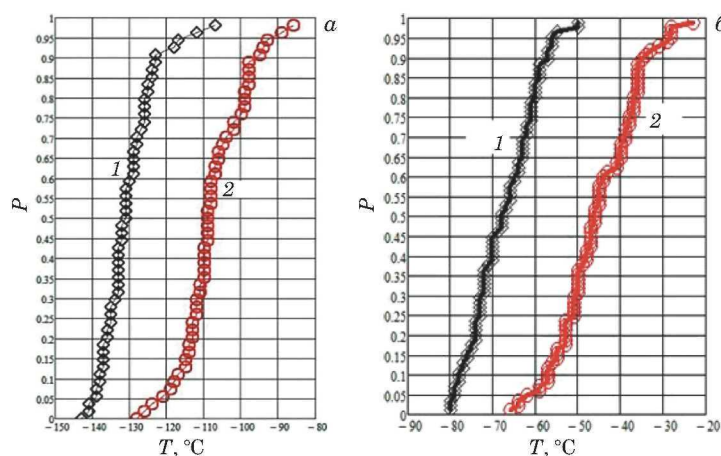


Рис. 4. Интегральная функция распределения T_0 (1) и T_{0scr} (2) для основного металла (а) и металла шва (б) при $n = 24$

Fig. 4. Integral distribution function of T_0 (1) and T_{0scr} (2) for base metal (а) and weld-seam metal (б), $n = 24$

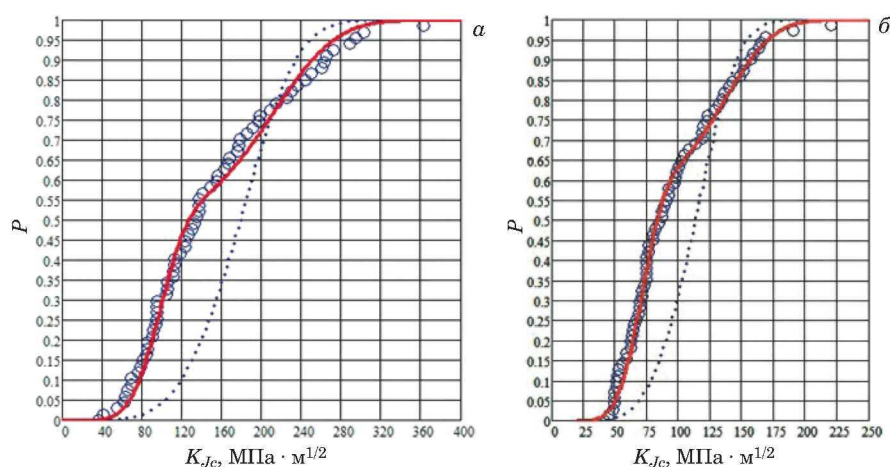


Рис. 5. Интегральные функции распределения Вейбулла (2) (пунктир) и бимодального распределения (8) (сплошная линия): а — основной металл ($K_0 = 194 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{0.5}$); б — металл шва ($K_0 = 122 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{0.5}$); точки — экспериментальные данные

Fig. 5. Integral functions of the Weibull distribution (2) (dotted line) and the bimodal distribution (8) (solid line): а — the base metal ($K_0 = 194 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$); б — the weld-seam metal ($K_0 = 122 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$); points indicate the experimental data

и металла шва для выборок объемом $n = 24$. Там же для сравнения приведены 5 %-ные огибающие для $n = 70$ (кривые 4) для основного металла (референсная температура $\bar{T}_{0scr} = -107 \text{ °C}$) и металла шва ($\bar{T}_{0scr} = -43 \text{ °C}$). Возможное снижение консервативности (сдвига T_0) за счет увеличения объема выборки до $n = 70$ составляет около 15 °C для основного металла и 13 °C — для металла шва.

Характерной особенностью исходных массивов K_{Jc} (см. рис. 1) является то, что за нижнюю 5 %-ную границу рассеяния мастер-кривой (кривые 3, без учета неоднородности) для металла шва попадает 24 % экспериментальных точек, для основного металла — 30 %, т.е. рассеяние результатов выше, чем это следует из распределения Вейбулла.

Фактическое эмпирическое распределение значений K_{Jc} , представленное на рис. 5 (нецензурированные данные), отличается от трехпараметрического распределения Вейбулла (2), которое лежит в основе концепции мастер-кривой. Несоответствие экспериментальных данных распределению Вейбулла (2) отмечалось также в работах [9 – 12].

Гистограммы относительных частот W вязкости разрушения K_{Jc} для основного металла и металла шва показаны на рис. 6. Видно, что результаты испытаний группируются около двух центров — с более низким и высоким уровнями K_{Jc} и могут быть представлены кривыми бимодального распределения.

Необходимо отметить, что бимодальность распределения характеристик механических

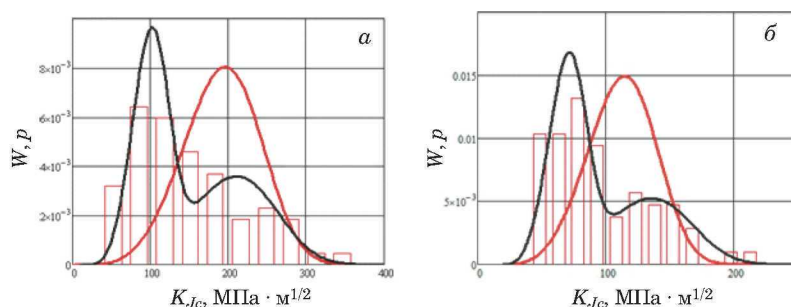


Рис. 6. Гистограммы относительных частот W и кривые плотности вероятности p значений K_{Jc} для основного металла (а) и металла шва (б); 1 — распределение Вейбулла (2); 2 — бимодальное распределение (6)

Fig. 6. Histograms of the relative frequencies W and probability density curves p of K_{Jc} values for the base metal (a) and weld-seam metal (b); curve 1 — Weibull distribution (2); 2 — bimodal distribution (6)

свойств в области температур хрупковязкого перехода является проявлением достаточно общей закономерности и наблюдается не только для статической вязкости разрушения, но и других характеристик, например, ударной вязкости [13, 14] и относительного удлинения [15].

Причиной этого является структурная неоднородность металла и возможность перехода в хрупкое состояние разных структур при различных температурах. В областях температур верхнего и нижнего шельфов бимодальные распределения вырождаются в одномодальные.

При достаточном числе испытанных образцов ($n > 20$) стандарт ASTM E1921 позволяет более точно установить тип распределения значений K_{Jc} . Если экспериментальные данные являются суммой двух совокупностей с различными средними значениями и характеристиками рассеяния, интегральное бимодальное распределение вязкости разрушения K_{Jc} может быть представлено в виде

$$P = 1 - p_a \exp \left[- \left(\frac{K_{Jc} - 20}{K_A - 20} \right)^4 \right] - (1 - p_a) \exp \left[- \left(\frac{K_{Jc} - 20}{K_B - 20} \right)^4 \right], \quad (6)$$

где K_A, K_B — параметры масштаба; p_a — параметр перераспределения вероятностей по модам А и В (находится в интервале от 0 до 1).

Параметры масштаба находят из соотношений

$$K_A = 31 + 177 \exp 0,019(T - T_a);$$

$$K_B = 31 + 177 \exp 0,019(T - T_b), \quad (7)$$

где T_a и T_b ($T_b \leq T_a$) — референсные температуры, соответствующие моде А и моде В.

Для определения параметров бимодального распределения использовали метод максимального правдоподобия (ММП), который был интегрирован в процедуру статистического моделирования определения T_0 методом Монте Карло.

В качестве «наиболее правдоподобного» значения параметров бимодального распределения принимали значения, максимизирующие вероятность получить в n опытах выборку $X = X(K_{Jc1}, \dots, K_{Jcn})$.

Функция, определяющая вероятность наступления совместного события — извлечения выборки $X = X(K_{Jc1}, \dots, K_{Jcn})$,

$$f(X, p_a, K_A, K_B) = f_1(K_{Jc1})f_2(K_{Jc2}), \dots, F_n(K_{Jcn}) = \prod_{i=1}^n f_i(K_{Jci})$$

является функцией правдоподобия. Плотность распределения $f(X, p_a, K_A, K_B)$ определяется дифференцированием формулы (6).

Вместо функции правдоподобия использовали логарифмическую функцию правдоподобия, которая позволяет от произведения перейти к сумме логарифмов (что упрощает вычисления). В силу монотонности максимумы функции правдоподобия и логарифмической функции правдоподобия совпадают.

Логарифмическая функция правдоподобия [1]

$$\ln L = \sum_{i=1}^n [\delta_i \ln f_i + (1 - \delta_i) \ln S_i], \quad (8)$$

где δ_i — символ Кронекера ($\delta_i = 1$ для нецензурированных и $\delta_i = 0$ для цензурированных данных);

$$f_i = 4p_a \frac{(K_{Jci} - 20)^3}{(K_A - 20)^4} \exp \left[- \left(\frac{K_{Jci} - 20}{K_A - 20} \right)^4 \right] +$$

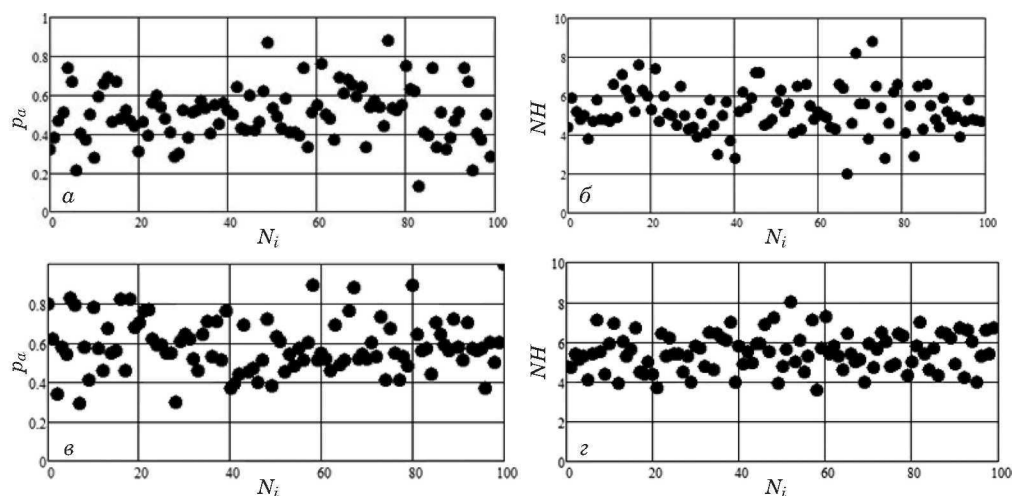


Рис. 7. Рассеяние параметров p_a и NH в зависимости от номера испытания при $n = 24$: $a, б$ — основной металл; $в, г$ — металл шва

Fig. 7. Scattering of p_a and NH parameters depending on the test number at $n = 24$: a, b — base metal; c, d — weld-seam metal

$$+ (1 - p_a) \frac{(K_{Jci} - 20)^3}{(K_A - 20)^4} \exp \left[- \left(\frac{K_{Jci} - 20}{K_B - 20} \right)^4 \right] -$$

плотность вероятности разрушения при значениях вязкости разрушения, меньших или равных K_{Jci} :

$$S_i = p_a \exp \left[- \left(\frac{K_{Jci} - 20}{K_A - 20} \right)^4 \right] + \\ + (1 - p_a) \exp \left[- \left(\frac{K_{Jci} - 20}{K_B - 20} \right)^4 \right] -$$

вероятность неразрушения.

Значения параметров p_a , K_A , K_B , соответствующие экстремуму функции $\ln L(X, p_a, K_A, K_B)$, определяются из решения системы уравнений в частных производных:

$$\frac{\partial(\ln L)}{\partial p_a} = 0; \quad \frac{\partial(\ln L)}{\partial K_A} = 0; \quad \frac{\partial(\ln L)}{\partial K_B} = 0. \quad (9)$$

Представленные на рис. 5 и 6 интегральные кривые и кривые плотности вероятности бимодального распределения получены с использованием метода максимального правдоподобия для всего массива данных для ОМ и МШ ($n = 70$). Видно, что экспериментальные данные существенно лучше описываются бимодальным распределением, чем распределением Вейбулла.

Средние значения $\bar{p}_a$, $\bar{K}_A$, $\bar{K}_B$, полученные при статистическом моделировании для основного металла и металла шва (на выборках из 70 и 24 значений K_{Jc}), представлены в табл. 2. Здесь

приведены также значения референсных температур $\bar{T}_a$ и $\bar{T}_b$ для мод A и B, рассчитанные по формуле (7). Характер рассеяния параметра $\bar{p}_a$ при многократном повторении статистических испытаний (на выборках объемом $n = 24$) в зависимости от номера испытания N_i показан на рис. 7, a . Для 6 % выборок наиболее правдоподобными оказались одномодальные распределения ($\bar{p}_a = 1$).

Стандартные отклонения параметров соотношения (6) в соответствии с ASTM E1921 определяются формулами

$$\sigma_{T_a} = \frac{22}{\sqrt{np_a - 2}}, \quad \sigma_{T_b} = \frac{16}{\sqrt{r - np_a - 2}},$$

$$\sigma_{p_a} = \frac{0,35}{\sqrt{np_a - 2}}. \quad (10)$$

Приведенные в табл. 2 значения стандартных отклонений для выборок $n = 70$ рассчитаны с использованием данных соотношений, для выборок объемом $n = 24$ получены из результатов статистического моделирования.

В стандарте ASTM E1921 предусмотрена оценка однородности материала при бимодальном распределении на основе критерия

$$NH = \frac{|T_a - T_b|}{\sqrt{\sigma_{T_a}^2 + \sigma_{T_b}^2 + 16}} < NH_{кр}, \quad (11)$$

где σ_{T_a} и σ_{T_b} — среднеквадратические отклонения температур T_a и T_b .

При $NH \leq NH_{кр}$ материал считается однородным. Критериальный уровень $NH_{кр}$ зависит от

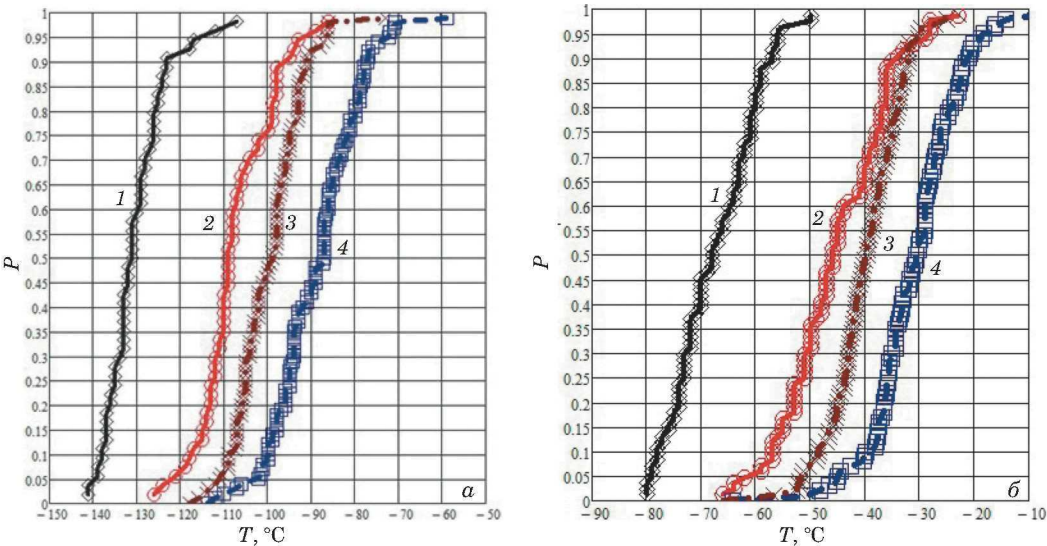


Рис. 8. Интегральные функции распределения T_0 для основного металла (а) и металла шва (б) без учета (1) и с учетом (2 – 4) неоднородности при $n = 24$: 2 — при определении T_0 с использованием скрининга; 3 — по кривым бимодального распределения; 4 — при определении T_0 по референсной температуре для нижней моды

Fig. 8. Integral distribution functions (T_0) for the base metal (а) and weld-seam metal (б) without taking into account (1) and taking into account the inhomogeneity (2 – 4) at $n = 24$: 2 — when determining T_0 by screening; 3 — by bimodal distribution curves; 4 — when determining T_0 by the reference temperature for the lower mode

числа образцов в выборке — при $n = 70$ он составляет 3,8, при $n = 24$ — 2,5.

Для металла шва все полученные при статистическом моделировании ($n = 24$) значения NH оказались выше критериального (металл неоднороден). Для основного металла критерий (9) выполнялся для 5 % выборок. Средние значения NH приведены в табл. 2. Характер рассеяния NH показан на рис. 7, б, з.

В соответствии со стандартом ASTM E1921 для неоднородного материала, вязкость разрушения которого описывается бимодальным распределением, величина T_0 может быть определена через значение K_{Jc} 0,05, соответствующее нижней границе рассеяния (вероятности разрушения $P = 0,05$), по соответствующим кривым интегрального распределения вязкости разрушения (6). Полученные таким образом распределения T_0 (при объеме выборок $n = 24$) для основного металла и металла шва приведены на рис. 8 (кривые 3) в сопоставлении с распределениями,

полученными без учета неоднородности (кривые 1) и с учетом на основе скрининга (кривые 2).

Видно, что средние значения $T_{0\text{бм}}$, установленные с учетом бимодальности (кривые 3), примерно на 10 °C выше, чем полученные скринингом. В области верхней границы рассеяния, определяющей положение нижних огибающих температурных кривых вязкости разрушения, расхождение снижается и значения референсной температуры приближается к величинам, полученным при скрининге.

Надежность определения параметров распределения неоднородного материала зависит от объема выборки n , разности температур $T_a - T_b$ и величины параметра p_a . В случае недостаточно надежных оценок, что отвечает условиям $T_a - T_b \leq 30$ °C и $p_a \leq 0,2$ или $p_a \geq 0,8$, а также $NH \leq NH_{\text{кр}}$, в качестве консервативного значения референсной температуры в соответствии с ASTM 1921 может быть принята величина $T_0 = T_a$, соответствующая моде с более низким уровнем вязкости разрушения.

Таблица 2. Параметры бимодального распределения
Table 2. Parameters of the bimodal distribution

Материал	n	$\bar{K}_{A'} \cdot \text{МПа} \cdot \text{м}^{0,5}$	$\bar{K}_{B'} \cdot \text{МПа} \cdot \text{м}^{0,5}$	$\bar{p}_a$	$\sigma_{p_a}, ^\circ\text{C}$	$\bar{T}_a, ^\circ\text{C}$	$\sigma_{T_a}, ^\circ\text{C}$	$\bar{T}_b, ^\circ\text{C}$	$\sigma_{T_b}, ^\circ\text{C}$	$\overline{NH}$	$\bar{T}_{0\text{бм}}, ^\circ\text{C}$	$\sigma_{T_{0\text{бм}}}, ^\circ\text{C}$	$T_{0\text{scr}}^{(0,95)}, ^\circ\text{C}$
ОМ	70	104	225	0,5	—	−87	3,8	−139	3,8	7,7	−98	—	—
ОМ	24	106	250	0,5	0,14	−89	9,6	−141	16,2	4,8	−100	7,4	−88
МШ	70	74,8	145	0,57	—	−30	3,6	−80	2,6	8,4	−40	—	—
МШ	24	74,2	145	0,6	0,15	−31	8,2	−81	6,9	5,5	−40	6,8	−30

Использование такого подхода в нашем случае приводит к смещению исходных кривых интегрального распределения T_0 (без учета неоднородности) для основного металла и металла шва в область положительных значений примерно на 40 °C (см. рис. 8, б, кривые 4).

В заключение необходимо отметить, что значительный сдвиг T_0 при учете неоднородности материала может быть связан с относительно небольшими размерами испытанных образцов типа СТ-0.5Т, имеющих толщину 12,5 мм.

Вершина трещины в образцах малого сечения может находиться в зоне как с пониженными свойствами (с высокой локальной концентрацией хрупких включений), так и с низкой концентрацией включений. В связи с этим при испытании малоразмерных образцов разброс определяемых характеристик окажется выше, а минимальные значения ниже, чем при испытании образцов большого сечения, поскольку в последних влияние локальных хрупких включений в определенной степени уравнивается окружающим эти включения вязким металлом. Целесообразна экспериментальная проверка данного предположения на образцах большой толщины.

ВЫВОДЫ

1. Получены представительные массивы данных по вязкости разрушения (K_{Jc}) для основного металла и металла шва обечайки толщиной 200 мм из стали типа Cr – Ni – Mo – V (испытано по 70 компактных образцов). Показано, что при оценке референсной температуры T_0 по стандарту ASTM E1921 вследствие высокого рассеяния результатов испытаний необходимо учитывать структурную неоднородность основного металла и металла шва.

2. С использованием метода Монте Карло выполнен анализ корректности идентификации металла (однородный/неоднородный) и получены оценки T_0 в зависимости от объема выборки (12, 24 и 70 образцов). Показано, что выборки по 12 образцов не позволяют надежно определить, является металл однородным или неоднородным (в 50 % случаев для основного металла и 37 % случаев для металла шва получены некорректные результаты). При увеличении объема выборки до 24 образцов некорректные результаты получены в 5 % случаев.

3. Для учета неоднородности использовали процедуру скрининга для выборок объемом 24 образца. Величина смещения средних $\bar{T}_0$ в сторону положительных значений для основного металла и металла шва составила 22 °C. Значение T_0 , соответствующее нижней огибающей мастер-кривой (для вероятности разрушения $P = 5\%$),

для основного металла составило –92 °C, для металла шва — –30 °C.

4. При использовании для учета неоднородности бимодального представления данных по вязкости разрушения (на выборках объемом 24 образца) референсная температура T_0 , соответствующая нижней огибающей мастер-кривой (для вероятности разрушения $P = 5\%$), для основного металла оказалась равной –86 °C, для металла шва — –30 °C, т.е. близкой к результатам, полученным при использовании скрининга.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Pisarski H. G., Wallin K.** The SINTAP fracture estimation procedure / *Eng. Fract. Mech.* 2000. Vol. 67. P. 613 – 624.
2. **Wallin K., Laukkanen P., Planman T.** Master Curve analysis of inhomogeneous ferritic steels / *Eng. Fract. Mech.* 2004. Vol. 71. P. 2329 – 2346.
3. **Wallin K.** Inhomogeneity screening criterion for the ASTM E1921 T_0 estimate based on SINTAP lower-tail methodology / *J. Test. Eval.* 2012. Vol. 40. P. 867 – 874.
4. **Viehrig H. W., Scibetta M., Wallin K.** Application of advanced master curve approaches on WWER-440 reactor pressure vessel steels / *Int. J. Pressure Vess. Piping.* 2006. Vol. 83. P. 584 – 592.
5. **Zhu X. K., Joyce J. A.** Review of fracture toughness (G, K, J, CTOD, CTOA) testing and standardization / *Eng. Fract. Mech.* 2012. Vol. 85. P. 1 – 45.
DOI: 10.1016/j.engfractmech.2012.02.001
6. **Gao X., Dodds R. H.** Constraint effects on the ductile-to-brittle transition temperature of ferritic steels: a Weibull stress model / *Int. J. Fract.* 2000. Vol. 102. P. 43 – 69.
7. **Анискович Е. В., Лепихин А. М., Москвичев В. В.** Оценка статической трещиностойкости тонкостенных сосудов, работающих под давлением / *Заводская лаборатория. Диагностика материалов.* 2018. Т. 84. № 9. С. 55 – 63.
DOI: 10.26896/1028-6861-2018-84-9-55-63
8. **Орлов А. И.** Ошибки при использовании коэффициентов корреляции и детерминации / *Заводская лаборатория. Диагностика материалов.* 2018. Т. 84. № 3. С. 68 – 72.
DOI: 10.26896/1028-6861-2018-84-3-68-72
9. **Wasiluk B., Petti J., Dodds R. H.** Temperature dependence of Weibull stress parameters: studies using the Euro-material / *Eng. Fract. Mech.* 2006. Vol. 73. P. 1046 – 1069.
10. **Joyce J. A., Tregoning R.** Evaluation of a method to characterize material inhomogeneity in ferritic steels within the ductile-to-brittle transition regime / *Eng. Fract. Mech.* 2011. Vol. 78. P. 2870 – 2884.
11. **Ipifia J. P., Berejny C.** Analysis of specimen size conversion in ductile to brittle region of ferritic steels / *Draft. 21st European Conference on Fracture, ECF21, Catania, Italy.* 2016. P. 769 – 776.
12. **Seal C. K., Sherry A. N.** Weibull distribution of brittle failure in the transition region / *Draft. 21st European Conference on Fracture, ECF21, Catania, Italy.* 2016. P. 1668 – 1675.
13. **Казанцев А. Г., Силаев А. А., Королев С. Ю.** О связи критической температуры хрупкости и референсной температуры, определяемой по стандарту ASTM E1921 / *Тяжелое машиностроение.* 2021. № 11 – 12. С. 2 – 8.
14. **Казанцев А. Г., Маркочев В. М., Сугирбеков Б. А.** Статистическая оценка определения критической температуры хрупкости металла корпуса реактора ВВЭР-1000 по данным испытаний на ударный изгиб / *Заводская лаборатория. Диагностика материалов.* 2017. Т. 83. № 3. С. 47 – 54.
15. **Шевандин Е. И., Разов И. А.** Хладноломкость и предельная пластичность металлов в судостроении. — Л.: Судостроение, 1965. — 365 с.

REFERENCES

1. **Pisarski H. G., Wallin K.** The SINTAP fracture estimation procedure / *Eng. Fract. Mech.* 2000. Vol. 67. P. 613 – 624.
2. **Wallin K., Laukkanen P., Planman T.** Master Curve analysis of inhomogeneous ferritic steels / *Eng. Fract. Mech.* 2004. Vol. 71. P. 2329 – 2346.
3. **Wallin K.** Inhomogeneity screening criterion for the ASTM E1921 T_0 estimate based on SINTAP lower-tail methodology / *J. Test. Eval.* 2012. Vol. 40. P. 867 – 874.
4. **Viehrig H. W., Scibetta M., Wallin K.** Application of advanced master curve approaches on WWER-440 reactor pressure vessel steels / *Int. J. Pressure Vess. Piping.* 2006. Vol. 83. P. 584 – 592.
5. **Zhu X. K., Joyce J. A.** Review of fracture toughness (G, K, J, CTOD, CTOA) testing and standardization / *Eng. Fract. Mech.* 2012. Vol. 85. P. 1 – 45.
DOI: 10.1016/j.engfracmech.2012.02.001
6. **Gao X., Dodds R. H.** Constraint effects on the ductile-to-brittle transition temperature of ferritic steels: a Weibull stress model / *Int. J. Fract.* 2000. Vol. 102. P. 43 – 69.
7. **Aniskovich E. V., Lepihin A. M., Moskvichev V. V.** Evaluation of the static cracking resistance of thin-walled pressure vessels / *Zavod. Lab. Diagn. Mater.* 2018. Vol. 84. N 9. P. 55 – 63 [in Russian]. DOI: 10.26896/1028-6861-2018-84-9-55-63
8. **Orlov A. I.** Errors in the use of correlation and determination coefficients / *Zavod. Lab. Diagn. Mater.* 2018. Vol. 84. N 3. P. 68 – 72 [in Russian].
DOI: 10.26896/1028-6861-2018-84-3-68-72
9. **Wasiluk B., Petti J., Dodds R. H.** Temperature dependence of Weibull stress parameters: studies using the Euro-material / *Eng. Fract. Mech.* 2006. Vol. 73. P. 1046 – 1069.
10. **Joyce J. A., Tregoning R.** Evaluation of a method to characterize material inhomogeneity in ferritic steels within the ductile-to-brittle transition regime / *Eng. Fract. Mech.* 2011. Vol. 78. P. 2870 – 2884.
11. **Ipifia J. P., Berejnyy C.** Analysis of specimen size conversion in ductile to brittle region of ferritic steels / *Draft. 21st European Conference on Fracture, ECF21, Catania, Italy.* 2016. P. 769 – 776.
12. **Seal C. K., Sherry A. N.** Weibull distribution of brittle failure in the transition region / *Draft. 21st European Conference on Fracture, ECF21, Catania, Italy.* 2016. P. 1668 – 1675.
13. **Kazantsev A. G., Silaev A. A., Korolev S. Yu.** On the relationship between the critical temperature of brittleness and the reference temperature determined according to the ASTM E1921 standard / *Tyazh. Mashinostr.* 2021. N 11 – 12. P. 2 – 8 [in Russian].
14. **Kazantsev A. G., Markochev V. M., Sugirbekov B. A.** Statistical Simulation in Determination of the Critical Temperature of Metal Brittleness of the VVER-1000 Reactor Shell from Data of Bending Impact Test / *Zavod Lab. Diagn. Mater.* 2017. Vol. 83. N. 3. P. 47 – 54 [in Russian].
15. **Shevandin E. I., Rozov I. A.** Cold fracture and ultimate plasticity of metals in shipbuilding. — Leningrad: Sudostroenie, 1965. — 365 p. [in Russian].