

Исследование структуры и свойств

Structure and properties research

**Физические методы
исследования и контроля**

**Physical methods
of research and monitoring**

DOI: <https://doi.org/10.26896/1028-6861-2023-89-10-34-39>

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ФОРМЫ ПОСТОЯННЫХ МАГНИТОВ ЗАДАННОГО ОБЪЕМА, ПРИ КОТОРОЙ СИЛА ИХ МАГНИТНОГО СЦЕПЛЕНИЯ МАКСИМАЛЬНА

© Олег Петрович Поляков^{1,2*}, Петр Александрович Поляков¹

¹ МГУ имени М. В. Ломоносова, физический факультет, Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2;

*e-mail: o_polyakov@physics.msu.ru

² Институт проблем управления имени В. А. Трапезникова РАН, Россия, 117997, Москва, ул. Профсоюзная, д. 65.

*Статья поступила 22 января 2023 г. Поступила после доработки 4 мая 2023 г.
Принята к публикации 20 июня 2023 г.*

Пондеромоторная сила сцепления двух постоянных магнитов зависит от их формы. В работе представлены результаты определения оптимальной формы эллипсоидальных магнитов, при которой сила их магнитного сцепления максимальна. Анализировалось взаимодействие двух половинок магнита, представляющего собой эллипсоид вращения, и магнит в виде длинного стержня с эллиптическим поперечным сечением. Получены аналитические формулы для сил сцепления в этих случаях. Для фиксированной массы или объема магнитов решена задача оптимизации силы сцепления и найдена геометрическая форма, при которой сила сцепления будет максимальной. Показано, что в случае магнита в виде эллипсоида вращения максимальная сила сцепления его половинок (в пренебрежении магнитным натяжением на боковые поверхности) достигается при эксцентриситете 0,625958. Величина максимальной силы сцепления превышает силу сцепления половинок однородно намагниченного шарового магнита такого же объема на 1,7 %. При этом площадь сцепления эллипсоидального магнита будет меньше площади сцепления шарового магнита на 28 %. Найдена оптимальная форма стержневого магнита эллиптического сечения с максимальной силой сцепления его половинок при фиксированном объеме магнита. Получена формула для пондеромоторной магнитостатической силы взаимодействия половинок стержневого магнита с эллиптическим сечением и максимальной силой взаимодействия. Численные оценки для спеченного стержневого магнита NdFeB показали, что пондеромоторная сила взаимодействия при радиусе поперечного сечения 5 см может достигать 2 т на 1 м длины. Полученные результаты могут быть использованы при повышении эффективности устройств на постоянных магнитах.

Ключевые слова: постоянные магниты; магнитостатика; пондеромоторные магнитные силы; магнитная левитация.

DETERMINATION OF THE OPTIMAL SHAPE OF PERMANENT MAGNETS OF A GIVEN VOLUME PROVIDING MAXIMUM STRENGTH OF THEIR MAGNETIC COUPLING

© Oleg P. Polyakov^{1,2*} Petr A. Polyakov¹

¹ M. V. Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics, 1, str. 2, Leninskie gory, Moscow, 119991, Russia;

*e-mail: o_polyakov@physics.msu.ru

² V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, 65, Profsoyuznaya ul., Moscow, 117997, Russia.

Received January 22, 2023. Revised May 4, 2023. Accepted June 20, 2023.

The ponderomotive force of the adhesion of two permanent magnets depends on their shape. We present the results of determining the optimal shape of ellipsoidal magnets providing maximum magnetic adhe-

sion between them. The interaction of two halves of a magnet, which is an ellipsoid of revolution, and a magnet in the form of a long rod with an elliptical cross section, is analyzed. Analytical formulas for the cohesion forces in these cases are obtained. For a fixed mass or volume of magnets, the problem of optimizing the adhesion force is solved and a geometric shape which provide the maximum adhesion force is determined. It is shown that in the case of a magnet in the form of an ellipsoid of revolution, the maximum adhesion force of its halves (ignoring the magnetic tension on the side surfaces) is achieved at an eccentricity of 0.625958. The magnitude of the maximum adhesion force exceeds the adhesion force of the halves of a uniformly magnetized spherical magnet of the same volume by 1.7%. In this case, the adhesion area of the ellipsoidal magnet will be less than the adhesion area of the spherical magnet by 28%. The optimal form of a bar magnet with an elliptical section with the maximum force of adhesion of its halves at a fixed volume of the magnet is determined. A formula is derived for the ponderomotive magnetostatic force of the interaction between the halves of a bar magnet with an elliptical section and the maximum force of interaction. Numerical estimates for a sintered NdFeB bar magnet showed that the ponderomotive force of interaction with a cross-sectional radius of 5 cm can reach 2 tons per 1 m of length. The results obtained can be used to improve the efficiency of devices based on permanent magnets.

Keywords: permanent magnets; magnetostatics; ponderomotive magnetic forces; magnetic levitation.

Введение

Постоянные магниты широко применяют в различных технических устройствах: в магнитных муфтах, в которых происходит сцепление вращающихся валов посредством пондеромоторных магнитных сил без непосредственного контакта поверхностей материала [1, 2], в магнитных подвесах, держателях и защелках [3–6], в качестве бестоковых статоров или роторов в экономичных и миниатюрных электродвигателях и генераторах [7–9], в магнитной левитационной системе в поездах на магнитной подушке (maglev) [10–14] и др.

Современные постоянные магниты на основе NdFeB и SmCo имеют высокие значения намагниченности насыщения, остаточной индукции, коэрцитивной силы [15, 16]. Так, соединения Nd₂Fe₁₄B характеризуются рекордными значениями энергетического произведения $(BH)_{\max} = 474 \text{ кДж/м}^3$ [15].

Помимо разработки новых магнитотвердых мультикомпонентных материалов с высокими значениями магнитных параметров [16–19], не менее важна задача нахождения оптимальной конфигурации постоянных магнитов для получения максимальной силы магнитного сцепления. Примером реализации такой задачи может служить так называемая сборка Халбаха [20, 21] и магнитное взаимодействие решеток постоянных магнитов [22, 23].

Цель работы — определение формы эллипсоидальных магнитов заданного объема, при которой сила их сцепления будет максимальной.

Постановка задачи

На рис. 1 представлена конфигурация взаимодействующих половинок постоянного эллипсоидального магнита. Две его одинаковые половинки однородно намагничены вдоль оси Z . Вектор намагниченности — $\mathbf{M}$. Полуоси эллипсоида вдоль главных осей координат X , Y , Z равны со-

ответственно a , b , c (ось X не обозначена). Верхний магнит изображен сплошной линией, нижний — пунктирной.

Для вычисления силы сцепления половинок раздвинем их на малую величину $2h$ вдоль оси Z . Тогда изменение энергии магнитостатического поля магнитов W (в пренебрежении магнитным натяжением на боковые поверхности) будет определяться величиной напряженности магнитного поля H в зазоре между магнитами толщиной $2h$:

$$W = \frac{H^2}{8\pi} S 2h, \quad (1)$$

где S — площадь соприкосновения половинок магнита.

Напряженность магнитного поля H в соответствии с конфигурацией магнитов определяется выражением

$$H = 4\pi M(1 - n^{(z)}), \quad (2)$$

где M — модуль вектора намагниченности; $n^{(z)}$ — размагничивающий коэффициент вдоль оси Z , определяемый выражением [24]

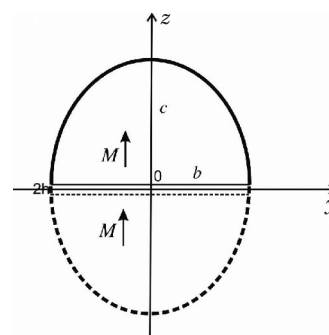


Рис. 1. Конфигурация взаимодействующих половинок эллипсоидального магнита

Fig. 1. Configuration of the interacting halves of an ellipsoidal magnet

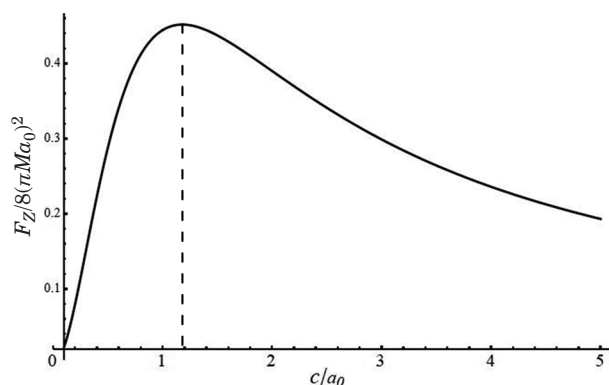


Рис. 2. Зависимость силы сцепления F_Z половинок эллипсоидального магнита от величины полуоси эллипсоида c/a_0 при его фиксированном объеме

Fig. 2. Dependence of the coupling force F_Z of the halves of an ellipsoidal magnet on the magnitude of the semi-axis of the ellipsoid c/a_0 at a fixed ellipsoid volume

$$n^{(z)} = \frac{abc}{2} \int_0^\infty \frac{ds}{(s+c^2)\sqrt{(s+a^2)(s+b^2)(s+c^2)}}. \quad (3)$$

Из (1) для пондеромоторной силы сцепления половинок магнитов вдоль оси Z получим

$$F_Z = \frac{W}{2h} = \frac{H^2}{8\pi} S. \quad (4)$$

Отметим, что в частном случае эллипсоида вращения, когда полуоси $a = b$, размагничивающий коэффициент выражается через элементарные функции.

В случае вытянутого эллипсоида вдоль оси Z имеем [24]

$$n^{(z)} = \frac{1-e^2}{e^3} (\operatorname{ar} \operatorname{th} e - e), \quad (5)$$

где

$$e = \sqrt{1 - \frac{a^2}{c^2}} \quad (6)$$

эксцентриситет эллипсоида.

Тогда для силы сцепления половинок магнита получим

$$F_Z = \frac{W}{2h} = (4\pi M)^2 \frac{(1-n^{(z)})^2 a^2}{2}. \quad (7)$$

Обсуждение результатов

Определим форму эллипсоида, при которой сила сцепления половинок эллипсоидального

магнита будет максимальной при заданном объеме эллипсоида, т.е.

$$V = \frac{4}{3} \pi a^2 c = \text{const}. \quad (8)$$

Используя условие (8) для эксцентриситета эллипсоида, получим

$$e = \sqrt{1 - \frac{3V}{4\pi c^3}}. \quad (9)$$

С помощью выражений (8) и (9) можно выразить полуось a в (7) через эксцентриситет e и постоянный объем V . Далее, дифференцируя (7) по переменной e , найдем трансцендентное уравнение для эксцентриситета эллипсоида, при котором сила сцепления (7) будет максимальной при заданном объеме:

$$3 \frac{1-e^2}{e} \frac{dn^{(z)}}{de} + 1 - n^{(z)} = 0. \quad (10)$$

Численное решение уравнения (10) дает следующее значение эксцентриситета, при котором сила F_Z будет максимальной: $e = 0,626958$. В этом случае отношение полуосей эллипсоида $a/c = 0,78$, а форма эллипсоида будет приблизительно иметь вид, представленный на рис. 1. При любых других значениях отношений полуосей a/c сила сцепления будет меньше при заданном объеме.

Пусть a_0 радиус шара, объем которого совпадает с объемом эллипсоида V . Тогда эксцентриситет

$$e = \sqrt{1 - \frac{a_0^3}{c^3}}. \quad (11)$$

Учитывая соотношения (5), (6) и (11), получим зависимость силы F_Z от полуоси c и параметра a_0 :

$$F_Z = \frac{W}{2h} = 8(\pi M a_0)^2 (1-n^{(z)})^2 (1-e^2) \frac{c^2}{a_0^2}. \quad (12)$$

На рис. 2 представлен график этой зависимости в относительных величинах. Видно, что сила имеет максимум при $c/a_0 = 1/(1-e^2)^{1/3} = 1,18029$. Относительное значение максимальной силы сцепления составляет

$$\frac{F_Z}{8(\pi M a_0)^2} = (1-n^{(z)})^2 (1-e^2) \frac{c^2}{a_0^2} = 0,451808.$$

Сравним полученное значение максимальной силы сцепления с силой сцепления шарового

магнита того же объема. Согласно (7) относительная сила сцепления шарового магнита

$$\frac{F_{Z\text{шара}}}{8(\pi M a_0)^2} = (1 - n^{(z)})^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 0,444444,$$

так как для шара размагничивающий коэффициент $n^{(z)} = 1/3$. Соответственно, отношение сил

$$F_Z/F_{Z\text{шара}} = 1,016569.$$

Таким образом, максимальная сила сцепления эллипсоидального магнита оптимальной формы только на 1,7 % превышает силу сцепления шарового магнита того же объема. Однако площадь соприкосновения эллипсоидального магнита с ферромагнетиком будет существенно меньше площади сферического магнита:

$$\frac{\pi a^2}{\pi a_0^2} = 0,71785.$$

Заметим, что результаты получены в пренебрежении магнитной силы натяжения на боковую поверхность эллипсоида. Учет этой силы дает поправку к полученным данным около 10 %. В частности, значение эксцентриситета эллипсоида, при котором магнитное сцепление будет максимальным, составит $e = 0,771264$.

Исследуем силу сцепления F_Z в случае сильно вытянутого вдоль оси X эллипсоида (полуось a много больше полуосей b и c). Обозначим длину эллипсоида вдоль большей стороны $L = 2a$. В рассматриваемом приближении магнит — стержень длиной L с эллипсоидальным сечением (см. рис. 1).

В пределе $a \rightarrow \infty$ выражение для размагничивающего коэффициента $n^{(z)}$ упрощается:

$$n^{(z)} = \frac{b}{c + b}. \quad (13)$$

Тогда выражение для магнитной силы сцепления половинок стержневого магнита эллиптического сечения в пренебрежении магнитным натяжением на боковые поверхности примет вид

$$F_Z = \frac{(4\pi M)^2}{8\pi} \left(1 - \frac{b}{c + b}\right)^2 2bL. \quad (14)$$

Пусть объем (масса) стержневого магнита

$$V = \pi b c L = \pi a_0^2 L = \text{const}. \quad (15)$$

Из (14) несложно определить, что сила сцепления для стержневого магнита эллиптической формы будет максимальной при

$$c = 3b = \sqrt{3}a_0 = \sqrt{3}\sqrt{\frac{V}{\pi L}}. \quad (16)$$

В результате максимальная сила сцепления половинок стержневого магнита

$$F_{Z\text{max}} = \frac{(4\pi M)^2}{16\pi} \frac{3\sqrt{3}}{4} a_0 L. \quad (17)$$

Таким образом, сила сцепления в случае магнита в виде эллипсоида вращения заданного объема в основном определяется натяжением магнитного поля Максвелла [25] в области соприкосновения его половинок. Найдено соотношение полуосей эллипсоида, при которых взаимодействие будет максимальным при заданном объеме. Так, для магнита NdFeB с $4\pi M = 1,3 \cdot 10^4$ Э и $a_0 = 5$ см получаем следующую численную оценку для магнитной пондеромоторной силы, приходящейся на единицу длины стержня:

$$F_{Z\text{max}} = 2,2 \cdot 10^4 \text{ Н/м}.$$

Иными словами, сила сцепления половинок стержневого магнита из NdFeB оптимальной формы с радиусом 5 см и длиной 1 м составляет около 2 т.

Заключение

Оптимальную форму постоянных магнитов с фиксированным объемом, при которой их магнитная сила сцепления максимальна, находили для двух типов эллипсоидальных магнитов. Теоретически рассчитаны геометрические размеры магнитов для случая эллипсоида вращения и стержневого магнита с эллиптическим сечением. Отметим, что полученные результаты для максимальных сил притяжения рассмотренных магнитов, когда обе половинки намагничены в одном направлении, будут справедливы и для сил отталкивания в случае намагничивания половинок магнитов в противоположных направлениях. Это обстоятельство необходимо учитывать при решении задач магнитной левитации. В частности, в случае устройств на магнитной подушке использование магнитных рельсов с оптимальным эллипсоидальным профилем приводит к увеличению магнитной силы в 1,3 раза по сравнению с круговым профилем той же площади сечения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Biao Xiang, Zhikai Liu, Hongzhang Feng, Tong Wen. Force analysis and measurement of permanent magnet biased AMB and PMB in hybrid magnetically suspended flywheel / Measurement. 2023. Vol. 206. N 112336. P 1 – 13. DOI: 10.1016/j.measurement.2022.112336
2. Suvorov V. A., Mohammad R. B., Sorokin P. A., et al. Mathematical model and experimental study of a magnet coupling with a stop / SN Applied Sciences. 2022. Vol. 4. Art. 286. DOI: 10.1007/s42452-022-05175-w

3. **Berezney J. P., Valentine M. T.** A compact rotary magnetic tweezers device for dynamic material analysis / *Rev. Sci. Instrum.* 2022. Vol. 93. N 093701. DOI: 10.1063/5.0090199
4. **Yanxing Cheng, Jun Zheng, Huan Huang, Zigang Deng.** A reconstructed three-dimensional HTS bulk electromagnetic model considering Jc spatial inhomogeneity and its implementation in a bulks' combination system / *Supercond. Sci. Technol.* 2021. Vol. 34. N 125017. P 1 – 15. DOI: 10.1088/1361-6668/ac336b
5. **Макаричев Ю. А., Иванников Ю. Н., Ратцев Я. А., Полянский Е. А.** Комбинированный магнитный подвес / *Вестник СГТУ*. 2020. Т. 28. № 4. С. 142 – 154.
6. **Воронков В. С., Малкин С. А.** Экономичный простейший магнитный подвес / *Журнал технической физики*. 2011. Т. 81. Вып. 11. С. 135 – 139. DOI: 10.1134/S1063784211110284
7. **Park Y.-S.** Comparative Performance Evaluation of Wound Rotor Synchronous Motor and Interior Permanent Magnet Synchronous Motor with Experimental Verification / *Adv. Electr. Computer Eng.* 2022. Vol. 22. N 2. P. 37 – 44. DOI: 10.4316/AECE.2022.02005
8. **Gandzha S. A., Sogrin A. I., Kiessh I. E.** The Comparative Analysis of Permanent Magnet Electric Machines with Integer and Fractional Number of Slots per Pole and Phase / *Procedia Eng.* 2015. Vol. 129. P. 408 – 414. DOI: 10.1016/j.proeng.2015.12.137
9. **Naoya Soda, Naoki Hayashi, Masato Enokizono.** Analytical Study on Core Loss Reduction of Segmented Stator Core Motor in Consideration of Rolling Direction of Nonoriented Electrical Steel Sheet / *IEEE Trans. Industry Appl.* 2021. Vol. 57. N 5. P. 4745 – 4753. DOI: 10.1109/TIA.2021.3091947
10. **Feng Y., Zheng J., Deng Z., et al.** Double-layer quasi-Halbach guideway with NdFeB and ferrite materials for HTS Maglev / *J. Alloys Compounds*. 2022. Vol. 929. N 167342. P 1 – 11. DOI: 10.1016/j.jallcom.2022.167342
11. **Kumar D., Sisodiya M., Mandal D., Bajpai V.** Maglev micro-EDM: Feasibility and performance on Inconel 625 / *CIRP J. Manufact. Sci. Technol.* 2023. Vol. 40. P. 155 – 166. DOI: 10.1016/j.cirpj.2022.11.012
12. **Zheng J., Bao Y., Lei W., et al.** Compound effect of adjacent HTS bulks' anisotropy and inhomogeneity on maglev performances in an applied magnetic field / *Mater. Today Comm.* 2023. Vol. 34. N 105122. P 1 – 7. DOI: 10.1016/j.mtcomm.2022.105122
13. **Xu Y., Zhao Z., Yin S., et al.** Real-Time Performance Optimization of Electromagnetic Levitation Systems and the Experimental Validation. / *IEEE Trans. Industry Electr.* 2023. Vol. 70. N 3. P. 3035 – 3044. DOI: 10.1109/TIE.2022.3167154
14. **Андреев Е. Н., Арсланова Д. Н., Ахметзянова Е. В. и др.** Комбинированные электромагнитные подвесы с пониженным энергопотреблением для левитационного транспорта / *Журнал технической физики*. 2019. Т. 89. Вып. 7. С. 1123 – 1129. DOI: 10.21883/JTF.2019.07.47811.419-18
15. **Андреева Н. В., Филимонов А. В., Рудской А. И. и др.** Исследование наноструктурированных магнитотвердых материалов системы Nd – Ho – Fe – Co — В методами атомно-силовой и магнитно-силовой микроскопии / *Физика твердого тела*. 2016. Т. 58. Вып. 9. С. 1798 – 1805. DOI: 10.1134/S1063783416090079
16. **Костишин В. Г., Шакирзянов Р. И., Исаев И. М., Салогуб Д. В.** Исследование радиопоглощающих характеристик полимерных композитов с ферритовыми наполнителями / *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*. 2022. Т. 88. № 6. С. 31 – 45. DOI: 10.26896/1028-6861-2022-88-6-31-45
17. **Костишин В. Г., Вергазов Р. М., Меньшова С. Б. и др.** Влияние легирующих добавок на магнитную и диэлектрическую проницаемости ферритов-шпинелей / *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*. 2021. Т. 87. № 1. С. 31 – 45. DOI: 10.26896/1028-6861-2021-87-1-30-34
18. **Сандомирский С. Г.** Исследование параметров частных петель магнитного гистерезиса сталей. / *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*. 2019. Т. 85. № 1. С. 35 – 43. DOI: 10.26896/1028-6861-2019-85-1-35-44
19. **Поляков О. П., Поляков П. А.** Постоянный магнит шаровой формы с неоднородным намагничиванием / *Известия РАН*. 2017. Т. 81. № 8. С. 1101 – 1103. DOI: 10.7868/S0367676517080166
20. **Wu C., Li G., Wang D., Xu J.** An efficient analytical model and experiments of 3D electromagnetic force of permanent magnet electrodynamic suspension system / *J. Appl. Phys.* 2022. Vol. 132. N 175001. P 1 – 10. DOI: 10.1063/5.0123786
21. **Zhou D., Zhu L., Liu J., et al.** Vertical Magnetic Field Distribution Characteristics of Triple-Peak Halbach Array PMG and Its Engineering Application in HTS Maglev Train / *IEEE Trans. Appl. Superconduct.* 2022. Vol. 32. N 9. P. 3602908. DOI: 10.1109/TASC.2022.3213995
22. **Пятаков М. А., Акимов М. Л., Поляков П. А.** Взаимодействие неоднородного постоянного магнита, состоящего из решетки магнито жестких полосок, с массивной ферромагнитной средой / *Известия РАН. Серия физическая*. 2021. Т. 85. № 11. С. 1568 – 1572. DOI: 10.31857/s0367676521110314
23. **Пятаков М. А., Поляков П. А., Русакова Н. Е.** Изучение взаимодействия ферромагнетиков и расчет меры этого взаимодействия. / *Известия РАН. Серия физическая*. 2020. Т. 84. № 5. С. 719 – 722. DOI: 10.31857/S0367676520050282
24. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Теоретическая физика. Т. 8. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука. 1982. — 620 с.
25. **Тамм И. Е.** Основы теории электричества. — М.: Физматлит, 2003. — 616 с.

REFERENCES

1. **Biao Xiang, Zhikai Liu, Hongzhang Feng, Tong Wen.** Force analysis and measurement of permanent magnet biased AMB and PMB in hybrid magnetically suspended flywheel / *Measurement*. 2023. Vol. 206. N 112336. P 1 – 13. DOI: 10.1016/j.measurement.2022.112336
2. **Suvorov V. A., Mohammad R. B., Sorokin P. A., et al.** Mathematical model and experimental study of a magnet coupling with a stop / *SN Applied Sciences*. 2022. Vol. 4. Art. 286. DOI: 10.1007/s42452-022-05175-w
3. **Berezney J. P., Valentine M. T.** A compact rotary magnetic tweezers device for dynamic material analysis / *Rev. Sci. Instrum.* 2022. Vol. 93. N 093701. DOI: 10.1063/5.0090199
4. **Yanxing Cheng, Jun Zheng, Huan Huang, Zigang Deng.** A reconstructed three-dimensional HTS bulk electromagnetic model considering Jc spatial inhomogeneity and its implementation in a bulks' combination system / *Supercond. Sci. Technol.* 2021. Vol. 34. N 125017. P 1 – 15. DOI: 10.1088/1361-6668/ac336b
5. **Makarichev Yu. A., Ivannikov Yu. N., Rattsev Ya. A., Polyansky E. A.** Combined magnetic suspension / *Vestn. SGTU*. 2020. Vol. 28. N 4. P. 142 – 154 [in Russian].
6. **Voronkov V. S., Malkin S. A.** Simple cost-efficient magnetic suspension / *J. Tech. Phys.* 2011. Vol. 56. P. 1675 – 1678. DOI: 10.1134/S1063784211110284
7. **Park Y.-S.** Comparative Performance Evaluation of Wound Rotor Synchronous Motor and Interior Permanent Magnet Synchronous Motor with Experimental Verification / *Adv. Electr. Computer Eng.* 2022. Vol. 22. N 2. P. 37 – 44. DOI: 10.4316/AECE.2022.02005
8. **Gandzha S. A., Sogrin A. I., Kiessh I. E.** The Comparative Analysis of Permanent Magnet Electric Machines with Integer and Fractional Number of Slots per Pole and Phase / *Procedia Eng.* 2015. Vol. 129. P. 408 – 414. DOI: 10.1016/j.proeng.2015.12.137
9. **Naoya Soda, Naoki Hayashi, Masato Enokizono.** Analytical Study on Core Loss Reduction of Segmented Stator Core Motor in Consideration of Rolling Direction of Nonoriented Electrical Steel Sheet / *IEEE Trans. Industry Appl.* 2021. Vol. 57. N 5. P. 4745 – 4753. DOI: 10.1109/TIA.2021.3091947
10. **Feng Y., Zheng J., Deng Z., et al.** Double-layer quasi-Halbach guideway with NdFeB and ferrite materials for HTS

- Maglev / J. Alloys Compounds. 2022. Vol. 929. N 167342. P 1 – 11. DOI: 10.1016/j.jallcom.2022.167342
11. **Kumar D., Sisodiya M., Mandal D., Bajpai V.** Maglev micro-EDM: Feasibility and performance on Inconel 625 / CIRP J. Manufact. Sci. Technol. 2023. Vol. 40. P 155 – 166. DOI: 10.1016/j.cirpj.2022.11.012
 12. **Zheng J., Bao Y., Lei W., et al.** Compound effect of adjacent HTS bulks' anisotropy and inhomogeneity on maglev performances in an applied magnetic field / Mater. Today Comm. 2023. Vol. 34. N 105122. P 1 – 7. DOI: 10.1016/j.mtcomm.2022.105122
 13. **Xu Y., Zhao Z., Yin S., et al.** Real-Time Performance Optimization of Electromagnetic Levitation Systems and the Experimental Validation. / IEEE Trans. Industry Electr. 2023. Vol. 70. N 3. P 3035 – 3044. DOI: 10.1109/TIE.2022.3167154
 14. **Andreev E. N., Arslanova D. N., Akhmetzyanova E. V., et al.** Combined Electromagnetic Suspensions with Reduced Energy Consumption for Levitation Vehicles / J. Tech. Phys. 2019. Vol. 64. P 1060 – 1065. DOI: 10.1134/S1063784219070041
 15. **Andreeva N. V., Filimonov A. V., Rudskoy A. I., et al.** A study of nanostructure magnetosolid Nd – Ho – Fe – Co – B materials via atomic force microscopy and magnetic force microscopy / Phys. Solid State. 2016. Vol. 58. P 1862 – 1869. DOI: 10.1134/S1063783416090079
 16. **Kostishin V. G., Shakirzyanov R. I., Isaev I. M., Salogub D. V.** Study of radar absorbing characteristics of polymer composites with ferrite fillers / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 2022. Vol. 88. N 6. P 31 – 45 [in Russian]. DOI: 10.26896/1028-6861-2022-88-6-31-45
 17. **Kostishin V. G., Vergazov R. M., Menshova S. B., et al.** The effect of alloying additives on the magnetic permeability and permittivity of ferrite spinel / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 2021. Vol. 87. N 1. P 30 – 34 [in Russian]. DOI: 10.26896/1028-6861-2021-87-1-30-34
 18. **Sandomirsky S. G.** Physical methods of research and monitoring / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 2019. Vol. 85. N 1(I). P 35 – 44 [in Russian]. DOI: 10.26896/1028-6861-2019-85-1-I-35-44
 19. **Polyakov O. P., Polyakov P. A.** A permanent spherical magnet with inhomogeneous magnetization / Izv. RAN. 2017. Vol. 81. P 993 – 995 [in Russian]. DOI: 10.3103/S1062873817080238
 20. **Wu C., Li G., Wang D., Xu J.** An efficient analytical model and experiments of 3D electromagnetic force of permanent magnet electrodynamic suspension system / J. Appl. Phys. 2022. Vol. 132. N 175001. P 1 – 10. DOI: 10.1063/5.0123786
 21. **Zhou D., Zhu L., Liu J., et al.** Vertical Magnetic Field Distribution Characteristics of Triple-Peak Halbach Array PMG and Its Engineering Application in HTS Maglev Train / IEEE Trans. Appl. Superconduct. 2022. Vol. 32. N 9. P 3602908. DOI: 10.1109/TASC.2022.3213995
 22. **Pyatakov M. A., Akimov M. L., Polyakov P. A.** Interaction between an Inhomogeneous Permanent Magnet Consisting of a Lattice of Hard Magnetic Strips and a Massive Ferromagnetic Medium / Izv. RAN. 2021. Vol. 85. P 1230 – 1234 [in Russian]. DOI: 10.3103/S1062873821110319
 23. **Pyatakov M. A., Polyakov P. A., Rusakova N. E.** Study on Interaction between Ferromagnetics and Calculating the Degree of Interaction / Izv. RAN. 2020. Vol. 84. P 593 – 595 [in Russian]. DOI: 10.3103/S106287382005024X
 24. **Landau L. D., Lifshits E. M.** Theoretical physics. — Moscow: Nauka, 1982. — 620 p. [in Russian].
 25. **Tamm I. E.** Fundamentals of the Theory of Electricity. — Moscow: Mir, 1979. — 684 p. [in Russian].