

**Механика материалов:
прочность, ресурс, безопасность****Materials mechanics:
strength, durability, safety**DOI: <https://doi.org/10.26896/1028-6861-2023-89-12-60-73>**ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕОДНОРОДНОГО ПОЛЯ
ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ МЕТОДА СВЕРЛЕНИЯ
ОТВЕРСТИЙ И ОБРАБОТКИ ДАННЫХ ЦИФРОВОЙ
СПЕКЛ-ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ**© Александр Сергеевич Плотников*,
Элеонора Борисовна ЗавойчинскаяМосковский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1;
*e-mail: asp.model.gk@gmail.com*Статья поступила 2 февраля 2023 г. Поступила после доработки 6 апреля 2023 г.
Принята к публикации 28 апреля 2023 г.*

Представлен феноменологический подход к проблеме определения неоднородного остаточного напряженно-деформированного состояния элементов высокотехнологичных инженерных систем при их проектировании и эксплуатации. Он основан на физических и механических методах измерений поля перемещений в этих элементах. Известные современные физические модели описывают закономерности остаточных состояний, связанных с изменениями структуры тела, взаимодействием дефектов и дислокаций в поле микро- и мезонапряжений. При этом остаются вопросы перехода на макроуровень, построения многоуровневых моделей, применения этих моделей в инженерной практике. В рамках феноменологических подходов в общем случае требуется решение трехмерных обратных задач термоупругопластичности. В работе использованы известный механический метод определения однородного поля остаточных упругих напряжений, рекомендованный стандартом ASTM E837, а также предложенный ранее метод определения неоднородного (в плоскости) поля остаточных упругих напряжений. На основе экспериментального определения компонент вектора перемещения методом точечного пошагового сверления отверстий и обработки данных средствами цифровой спекл-интерферометрии и корреляции цифровых изображений разработан метод определения трехмерного неоднородного остаточного упругого напряженно-деформированного состояния. Определяющие соотношения для компонент вектора перемещений записаны в виде интегральных операторов Вольтерры. Ядра операторов — функции четырех переменных — координат цилиндрической системы (r, θ, z) , связанной с отверстием, и глубины отверстия h . Представлен метод верификации этих функций. Задача сводится к определению трех функций перемещений от трех переменных: радиуса r , глубины h отверстия и оси z . Проведено численное моделирование базовых функций. Полученные результаты согласуются с известными экспериментальными данными и расчетными значениями компонент тензора деформаций поверхности тела в зависимости от глубины отверстия по стандарту ASTM E837.

Ключевые слова: цифровая спекл-интерферометрия; метод сверления отверстий; неоднородное остаточное напряженно-деформированное состояние; оператор Вольтерры.

**ON THE FEATURES OF INHOMOGENEOUS RESIDUAL STRESS IDENTIFICATION
USING THE DIGITAL SPECKLE INTERFEROMETRY
AND THE HOLE-DRILLING METHOD**

© Alexander S. Plotnikov, Eleonora B. Zavoychinskaya*

Lomonosov Moscow State University, 1, Leninskiye Gory, Moscow, 119991 Russia;
*e-mail: eleonor.zavoychinskaya@math.msu.ru*Received February 2, 2023. Revised April 6, 2023. Accepted April 28, 2023.*

A phenomenological approach to the actual problem of determining the inhomogeneous residual stress-strain state in the components of high-tech engineering systems at the stages of their design and

operation is presented. The approach is based on physical and mechanical methods of measuring displacements. Current physical models describe the physical regularities of the residual states attributed to changes in the structure by the interaction of defects and dislocations in the field of micro- and meso-stresses. At the same time, there are the problems of the transition to the macrolevel, the construction of multilevel models, and the conversion of these models in engineering practice. In the framework of phenomenological approaches, in the general case, the solution of this problem requires the solution of three-dimensional inverse problems of thermoelasticity. A well-known mechanical method for determining a uniform field of residual elastic stresses recommended by ASTM E837 is described. The method proposed earlier by one of the authors for determining an inhomogeneous (in the plane) field of residual elastic stresses is discussed. A method of the three-dimensional inhomogeneous residual elastic stress-strain state determination based on the experimental determination of the displacement vector components by the method of step-by-step point hole-drilling and data of digital speckle interferometry and digital image correlation is developed. The constitutive relations for the components of the displacement vector are written in the form of Volterra integral operators. The basic operator functions are the functions of four variables, i.e., the coordinates of the cylindrical system (r ; θ , z) associated with the hole, and the hole depth h . A method for verification of the basic functions is presented. The problem is reduced to the determination of three displacement functions of three variables: hole radius r , h , and z . Numerical simulation of basic functions is carried out. The obtained results are consistent with the known experimental data and calculated values of the deformation on the surface depending on the depth of the hole according to the ASTM E837 Standard.

Keywords: speckle interferometry; hole-drilling method; inhomogeneous residual stress-strain state; Volterra operator.

Введение

Применение результатов измерений полей деформаций и перемещений при определении неоднородных полей остаточных напряжений — актуальная задача безопасной эксплуатации современных инженерных систем [1–5]. (Под остаточным напряженно-деформированным состоянием представительного объема твердого тела понимается его состояние при отсутствии внешних нагрузок и воздействий.) Неоднородные технологические остаточные напряженно-деформированные состояния (после обработки металлов давлением, воздействия температурных полей, применения различных способов упрочнения поверхностей) могут оказывать существенное влияние на допустимые режимы эксплуатационного нагружения и износостойкость, увеличивать скорость электрохимической коррозии и фреттинг-коррозии. Максимальные значения остаточных напряжений в ряде случаев достигают предела текучести. Вследствие температурных остаточных напряжений возможно развитие процессов термического коробления.

Объектами исследований могут быть элементы конструкций сосудов, трубопроводов, дисков, пластин, подвергающиеся сложному спектру термических и механических воздействий на стадиях производства. Рассматриваемая проблема особенно актуальна для сварных соединений, в которых реализуется дополнительное трехмерное остаточное напряженное состояние и может иметь место неоднородное неупругое деформирование. В последнее время встала задача определения поля остаточных напряжений, возникающих при 3D-печати элементов конструкций.

Растягивающие остаточные напряжения в условиях многоциклового усталости могут при-

водить к существенному уменьшению предела выносливости (до 50 %), при малоциклового усталости — к неупругому деформированию элементов. Например, обработка резанием (точение) поверхности детали вызывает появление максимальных растягивающих напряжений величиной до 70 МПа на глубине в среднем 0,05–0,2 мм. Поверхностные сжимающие остаточные напряжения улучшают значения пределов многоциклового усталости, например, при ковке деталей шасси из титановых сплавов. После фрезерной обработки литых образцов из серого чугуна предел выносливости при циклическом изгибе увеличивается на 30 %, а после пескоструйной очистки — до 75 %. Лазерная ударная обработка (ударной волной при давлении 1 ГПа, скорости деформирования $v_e > 10^{-6} \text{ c}^{-1}$ и продолжительности $\sim 10 \text{ нс}$) титанового сплава Ti–6Al–4V приводит к значительному остаточному сжатию поверхностного слоя — до 1,5 мм. Вместе с тем поверхностные сжимающие напряжения уравновешиваются растягивающими напряжениями в объеме тела, что может ухудшать в нем характеристики развивающейся гигацикловой усталости.

Определение тензора остаточных напряжений по известным значениям компонент деформаций или перемещений относится к проблемам обратных задач механики деформируемого твердого тела [6]. Анализ результатов теоретических и экспериментальных исследований приводит к необходимости моделирования трехмерного остаточного напряженно-деформированного состояния, в том числе численного моделирования с использованием современных высокопроизводительных программных комплексов. В общем случае определение неоднородного поля остаточных

напряжений требует решения трехмерных обратных задач термоупругопластичности.

Для определения полей остаточных напряжений необходима точность измерений компонент тензора деформаций и вектора перемещений. Обширная литература [7 – 14] посвящена вопросам экспериментального определения остаточного деформированного состояния различными методами: физическими — дифракционными, акустическими (ГОСТ Р 52731–2007) и электромагнитными (ГОСТ 30415–96); механическими, включающими удаление материала образца (метод химического травления, метод сверления отверстий), и регистрацию деформационного отклика при образовании новых поверхностей (методы сеток, интерферометрии, когерентно-оптические, тензорезистивный, прямого замера прогиба и др.).

Неоднородные поля остаточных напряжений меняют микроструктуру материала элемента и, соответственно, сценарии развития разрушения на разных масштабно-структурных уровнях. Например, при лазерной ударной обработке вследствие короткой передачи большой механической энергии возникает существенная неоднородность микроструктуры — образуются слои зерен с высокой плотностью дислокаций и бездислокационные зерна. Анализ экспериментально-теоретических результатов приводит к необходимости многоуровневого моделирования остаточного напряженно-деформированного состояния [15]. Следуя подходу Н. Н. Давиденкова, можно ввести следующую классификацию остаточных состояний кристаллических тел на разных уровнях: макромасштабном; мезомасштабном уровне структур размеров зерен; микромасштабном уровне внутри зерна; наномасштабном уровне размеров порядка периодов кристаллической решетки.

На микроуровне возникновение остаточных микронапряжений связывается с изменениями неоднородности кристаллического строения внутри зерна, фазовыми превращениями внутри зерен в процессе кристаллизации и отвердевания в зависимости от термической обработки, изменениями объема отдельных зерен, упругих свойств по кристаллографическим осям, плотности дислокаций и дефектов, особенно в поверхностных слоях элемента, где возможны другие структура, фазовый и химический состав, искажения (ротации) кристаллической решетки отдельных микрообластей неупругим микродеформированием [16]. При этом в теле накапливается неравномерно распределенная по объему упругая энергия и уменьшается энергия, необходимая для преодоления энергетического барьера разрыва атомных связей. Накопления микродефектов, особенно на границах зерен и в поверхностных слоях, порож-

дают неоднородные поля мезодеформаций и мезонапряжений [17], которые, в свою очередь, определяют поля остаточных макронапряжений.

Остаточные состояния на микро- и наномасштабном уровнях описываются структурными и континуальными дислокационными моделями, структурно-энергетическими, физическими стохастическими и другими моделями. В основе структурно-энергетических моделей лежат гипотезы оценки энергии искажения кристаллической решетки, принципы термодинамики, синергетики, структурно-скейлинговых переходов. Физические стохастические модели изучают распределения микронапряжений на основе марковских случайных процессов. На мезоуровне исследуются механизмы формирования остаточных мезонапряжений в зернах.

В целях измерения остаточного деформированного состояния на макроуровне применяются механические методы, например, метод прямого тензометрирования при разгрузке объемов тела, а также физические методы, в которых определяются зависимости компонент тензора деформаций и вектора перемещений от физических характеристик остаточных состояний и используются эллипсоид коэффициентов преломления Френеля, тензор магнитной проницаемости, данные о Брэгговской дифракции рентгеновских лучей на структуре кристаллической решетки, о дифракции тепловых нейтронов, о рассеянии элементарных частиц на кристаллической решетке. Разрабатываются различные феноменологические подходы к определению остаточных макронапряжений при упругом и неупругом деформировании [2, 8 – 10, 17 – 19].

В целом, известные модели описывают физические закономерности остаточных состояний, взаимодействия дефектов, дислокаций и элементов внутренней структуры в поле микронапряжений. При этом остаются вопросы нахождения остаточных микро- и мезонапряжений, проблемы перехода на следующие уровни, распределения деформаций и перемещений по всему объему при трехмерном напряженно-деформированном состоянии. Причиной возникающих сложностей является, в частности, слабое изменение упругих и теплофизических свойств напряженной среды — порядка десятых-сотых долей процента по сравнению с ненапряженным состоянием. Измерять такие изменения необходимо с очень высокой точностью. Возникают проблемы изучения диапазонов достоверных измерений компонент тензора деформаций и вектора перемещений [7, 14, 20 – 22].

В данной работе в рамках феноменологического подхода предлагается метод определения трехмерного неоднородного остаточного напряженно-деформированного состояния на основе

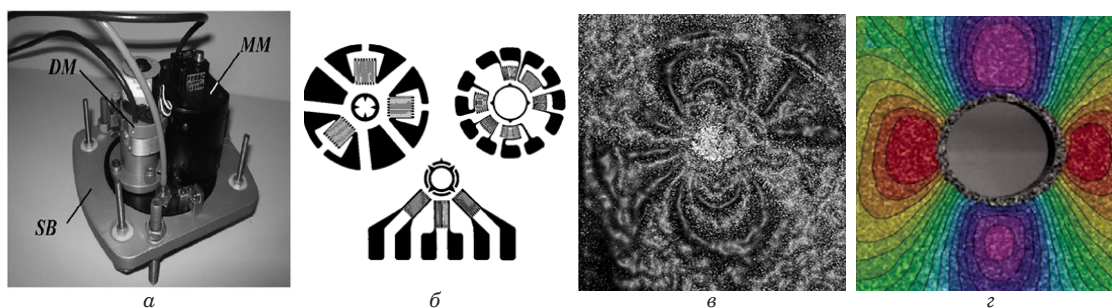


Рис. 1. Комбинированный прибор сверления и DSPI (*SB* — база, *DM* — модуль сверления, *MM* — модуль измерений) (*a*), стандартные тензометрические розетки (*b*), интерферограмма по методу DSPI (*в*), микроизображение по методу DIC (*г*)

Fig. 1. Hole-drilling and DSPI device (*SB* — base, *DM* — drilling module, *MM* — measurement module), (*a*), strain gauge rosettes (*b*), DSPI-Interferogramme (*c*), DIC image (*d*)

данных, полученных методом сверления отверстий, и их обработки оптическими методами. Предполагается линейно-упругое деформирование с применением численного моделирования и автоматизацией обработки данных и результатов [19 – 22]. (Предположение о линейно-упругом поведении материала на практике применяется при условии, что интенсивность остаточных напряжений в среднем не превышает 60 % предела текучести материала.) Метод применяется для изотропных материалов, сталей, алюминиевых и титановых сплавов, но может быть расширен на анизотропные и композиционные материалы с выбором определяющих соотношений анизотропной теории упругости. Предполагается развитие метода при неупругом деформировании.

В настоящее время метод сверления отверстий и тензометрирования (Mathar, 1933) регламентируется стандартом ASTM E837-13A и широко используется для определения поля остаточных деформаций металлических материалов, возникающего при разгрузке соответствующей области тела [2, 8 – 10, 29, 30] (рис. 1, *a*, *б*), по которому восстанавливается исходное распределение компонент тензора остаточных напряжений. Применяется также к ортотропным пластикам [31]. Метод предполагает высверливание в образце отверстия (глухого для массивных образцов и сквозного для тонкостенных) и тензометрирование. Рекомендуется высокоскоростное сверление на малых подачах в целях минимизации остаточных напряжений, вносимых процессами резания металла.

Описанный в стандарте ASTM метод определения компонент тензора напряжений по измеренным компонентам тензора деформаций приводит к нестабильным численным результатам. Авторам [19, 20, 23 – 28] представляется наиболее целесообразной (особенно, в полевых условиях) совместная реализация метода точечного пошагового сверления отверстий и измерения компонент вектора перемещений оптическими мето-

дами — методами цифровой спекл-интерферометрии (DSPI) или корреляции цифровых изображений (DIC) (рис. 1, *в*, *г*) с автоматизацией сбора и обработки данных.

Определение однородного поля остаточных упругих напряжений

Согласно методике, описанной в стандарте ASTM E837, компоненты тензора напряжений σ_x , σ_y , τ_{xy} определяются по результатам измерения деформаций ε^I , ε^{II} , ε^{III} на тензомерах (в лабораторной системе координат x , y , z , ось z направлена вглубь материала, как показано на рис. 2, *a*) согласно следующим соотношениям:

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{E(\varepsilon^{III} - \varepsilon^I)}{2b} - \frac{E(\varepsilon^{III} + \varepsilon^I)}{2a(1 + \nu)}, \\ \sigma_y = -\frac{E(\varepsilon^{III} - \varepsilon^I)}{2b} - \frac{E(\varepsilon^{III} + \varepsilon^I)}{2a(1 + \nu)}, \\ \tau_{xy} = -\frac{E(\varepsilon^{III} + \varepsilon^I - 2\varepsilon^{II})}{2b}, \end{cases} \quad (1)$$

где a и b — базовые константы, которые находят путем конечноэлементного расчета для упругого полупространства с отверстием в условиях одноосного растяжения на бесконечности (или на контуре отверстия); E — модуль Юнга; ν — коэффициент Пуассона.

Если компоненты вектора перемещений $\mathbf{u}_i = (u_i, v_i)$ измеряют при помощи оптических методов в точках среды (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, I$, то главные компоненты тензора напряжений σ_1 , σ_2 вычисляют на основании известных выражений

$$\begin{cases} u_i = \sigma_1 f(x_i, y_i) + \sigma_2 g(y_i, x_i) + u_0, \\ v_i = \sigma_1 g(x_i, y_i) + \sigma_2 f(y_i, x_i) + v_0, \end{cases} \quad (2)$$

где базовые функции $f = f(x, y)$ и $g = g(x, y)$ определяют с помощью метода конечных элементов для упругого полупространства с отверстием в условиях одноосного растяжения на бесконечно-

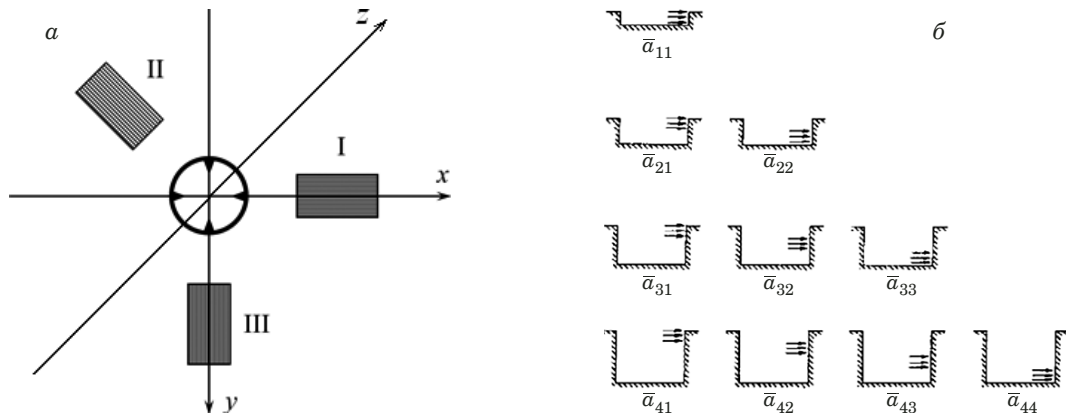


Рис. 2. Схема расположения тензодатчиков (а) и компоненты матрицы базовых коэффициентов a_{jk} [9] (б)

Fig. 2. Scheme of the strain gauge location (a) and the components of the matrix of basic coefficients a_{jk} [9] (b)

сти (или на контуре отверстия) [14]; величины u_0, v_0 — компоненты вектора перемещений тела как жесткого целого; компоненты σ_1, σ_2 находят методом наименьших квадратов, поскольку уравнения вида (2), $i = 1, \dots, I$, составляют переопределенную систему уравнений.

Определение неоднородных в плоскости остаточных упругих напряжений

В работах [14, 23] проведено обобщение рассмотренного выше метода на случай неоднородных в плоскости напряжений. Предложено уравнения (2) дополнить членами с производными от главных компонент тензора напряжений σ_1, σ_2 таким образом:

$$\begin{cases} u_i = \sigma_1 f(x_i, y_i) + \frac{\partial \sigma_1}{\partial x} p(x_i, y_i) + \\ + \frac{\partial \sigma_1}{\partial y} s(x_i, y_i) + \sigma_2 g(y_i, x_i) + \\ + \frac{\partial \sigma_2}{\partial x} t(y_i, x_i) + \frac{\partial \sigma_2}{\partial y} q(y_i, x_i) + u_0, \\ v_i = \sigma_1 g(x_i, y_i) + \frac{\partial \sigma_1}{\partial x} q(x_i, y_i) + \\ + \frac{\partial \sigma_1}{\partial y} t(x_i, y_i) + \sigma_2 f(y_i, x_i) + \\ + \frac{\partial \sigma_2}{\partial x} s(y_i, x_i) + \frac{\partial \sigma_2}{\partial y} p(y_i, x_i) + v_0, \end{cases} \quad (3)$$

где $p = p(x, y)$, $q = q(x, y)$, $t = t(x, y)$ и $s = s(x, y)$ — дополнительные базовые функции, которые находят по аналогии с вышеописанным методом. Проводят конечноэлементный расчет нескольких упругих задач с граничными условиями (растяжения по оси x с градиентом по x и растяжения по оси x с градиентом по y), из которых определяют независимо базовые функции $p = p(x, y)$, $q = q(x, y)$, $t = t(x, y)$ и $s = s(x, y)$. Число экспериментальных точек I выбирают таким образом, чтобы система уравнений (3) являлась переопре-

деленной. Решение этой системы ищут методом наименьших квадратов, что позволяет снизить влияние экспериментальных погрешностей. По этому методу обработан ряд интерферограмм [5, 14, 23].

Отмечено [14], что путем численных экспериментов может быть проведена статистическая оценка минимальных уровней компонент градиентов остаточных напряжений, при которых их необходимо учитывать в выражениях (3).

Определение неоднородных по глубине остаточных упругих напряжений

Для определения неоднородных по глубине напряжений рассматривали ступенчатое увеличение глубины отверстия h по оси z с шагом по глубине $j = 1, \dots, J$ и регистрировали деформированное состояние на каждом шаге заглабления.

Согласно стандарту ASTM E837, основанному на экспериментально определяемых (стандартными тензометрическими розетками) компонентах деформаций, для неоднородных по глубине компонент тензора напряжений $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$, предложена следующая система уравнений:

$$\begin{cases} \mathbf{AP} = \frac{E}{1+\nu} \mathbf{p}, \\ \mathbf{BQ} = E\mathbf{q}, \\ \mathbf{BT} = E\mathbf{t}, \end{cases} \quad (4)$$

где элементы векторов $\mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{t}, \mathbf{P}, \mathbf{Q}$ и \mathbf{T} вычисляют как

$$p_j = \frac{\varepsilon_j^{\text{III}} + \varepsilon_j^{\text{I}}}{2}, \quad q_j = \frac{\varepsilon_j^{\text{III}} - \varepsilon_j^{\text{I}}}{2}, \quad t_j = \frac{\varepsilon_j^{\text{III}} + \varepsilon_j^{\text{I}} - 2\varepsilon_j^{\text{II}}}{2},$$

$$P_j = \frac{\sigma_{y,j} + \sigma_{x,j}}{2}, \quad Q_j = \frac{\sigma_{y,j} - \sigma_{x,j}}{2},$$

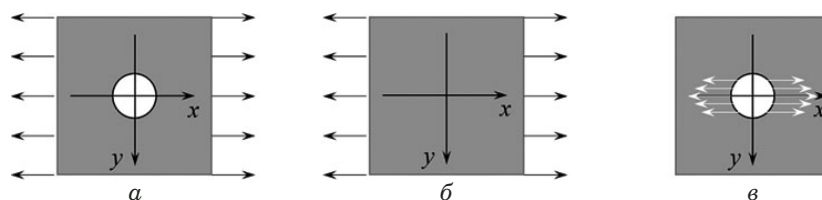


Рис. 3. Вспомогательные задачи для определения базовых функций

Fig. 3. Auxiliary problems for the determination of basic functions

$$T_j = \tau_{xy}, j, j = 1, \dots, J.$$

Система уравнений (4) представляет собой расширенную на случай неоднородных по глубине напряжений и ступенчатого увеличения глубины отверстия систему (1). Полагали, что в пределах каждого шага по глубине j компоненты напряжений постоянны: $\sigma_{x,j} = \text{const}$, $\sigma_{y,j} = \text{const}$, $\tau_{xy,j} = \text{const}$, $j = 1, \dots, J$. Элементы a_{jk} и b_{jk} , $k, j = 1, \dots, J$, матриц базовых коэффициентов **A** и **B** соответственно определяют конечноэлементным расчетом для упругого полупространства с отверстием в условиях одноосного растяжения на бесконечности (или на контуре отверстия). Компоненты матриц базовых коэффициентов представлены на рис. 2, б. Например, коэффициент a_{jk} , $k, j = 1, \dots, J$, определяет деформацию при снятии остаточных напряжений в слое k в теле с отверстием глубиной j слоев.

Матрицы базовых коэффициентов **A** и **B** в системе (4) плохо обусловлены, поэтому в стандарте ASTM E837 рекомендовано применять метод регуляризации для сглаживания решения систем.

На наш взгляд, целесообразно разработать методы вычисления неоднородного поля остаточных напряжений по результатам оптических измерений (например, методами DSPI, DIC) компонент вектора перемещений. В этом случае определяющие соотношения записываются в точках среды (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, I$, в которых определены перемещения. Формируется переопределенная система уравнений, которая решается методом наименьших квадратов.

Существующие подходы к определению неоднородных остаточных напряжений по результатам измерения компонент вектора перемещений основаны на минимизации невязки между экспериментальными данными и результатами решения прямой задачи [34] или на вычислении компонент тензора деформаций, после чего задача сводится к решению системы (4) [35].

Для решения трехмерной линейной задачи достаточно рассмотреть одноосное неоднородное напряженное состояние $\sigma_x = \sigma_x(z)$, $\sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$. Тогда при непрерывном увеличе-

нии глубины отверстия h компоненты вектора перемещений $\mathbf{u} = (u, v)$ можно записать в виде

$$\begin{cases} u(r, \theta, h) = \int_0^h C(r, \theta, h, z) \sigma_x(z) dz, \\ v(r, \theta, h) = \int_0^h S(r, \theta, h, z) \sigma_x(z) dz. \end{cases} \quad (5)$$

Уравнения (5) представляют собой интегральные уравнения Вольтерры 1-го рода. Базовые функции — ядра интегральных операторов $C = C(r, \theta, h, z)$ и $S = S(r, \theta, h, z)$ — определяют перемещения на поверхности тела ($z = 0$) с отверстием глубиной h при приложении на слой, залегающий на глубине z , единичных растягивающих напряжений. Находят их аппроксимацией решений, полученных в результате МКЭ-расчетов.

Определение базовых функций

Для определения базовых функций $C = C(r, \theta, h, z)$ и $S = S(r, \theta, h, z)$ рассматривается упругое полупространство (граница полупространства $z = 0$) с цилиндрическим глухим отверстием с плоским дном радиусом r_0 и глубиной h , нагруженное на бесконечности растягивающими напряжениями $\sigma = \sigma_x$ вдоль оси x , $\sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ (рис. 3, а). Перемещения точек тела на поверхности полупространства $\mathbf{u}^a = (u_r^a, u_\theta^a)$ (в полярной системе координат) можно записать в виде

$$\begin{cases} u_r^a = \frac{\sigma}{4\mu} \left(\frac{1-\nu}{1+\nu} r + U_p(r, h) + \right. \\ \quad \left. + r \cos 2\theta + U_q(r, h) \cos 2\theta \right), \\ u_\theta^a = -\frac{\sigma}{4\mu} (r + V_q(r, h)) \sin 2\theta. \end{cases} \quad (6)$$

Эти компоненты перемещения можно представить в виде суммы компонент перемещения

$\mathbf{u}^b = (u_r^b, u_\theta^b)$ в задаче о полупространстве без отверстия (рис. 3, б)

$$\begin{cases} u_r^b = \frac{\sigma}{4\mu} \left(\frac{1-\nu}{1+\nu} r + r \cos 2\theta \right), \\ u_\theta^b = -\frac{\sigma}{4\mu} r \sin 2\theta \end{cases} \quad (7)$$

и компонент перемещений $\mathbf{u}^c = (u_r^c, u_\theta^c)$ в задаче о полупространстве, содержащем глухое отверстие, нагруженное на контуре отверстия напряжениями $\sigma = \sigma_x$ (рис. 3, в),

$$\begin{cases} u_r^c = \frac{\sigma}{4\mu} (U_p(r, h) + U_q(r, h) \cos 2\theta), \\ u_\theta^c = -\frac{\sigma}{4\mu} V_q(r, h) \sin 2\theta. \end{cases} \quad (8)$$

В выражениях (6) – (8) величины размерности длины нормированы на радиус отверстия r_0 .

Выражения (8) в приращениях вектора перемещений $d\mathbf{u}^c = (du_r^c, du_\theta^c)$ представляются таким образом:

$$\begin{cases} du_r^c = \frac{\sigma}{4\mu} (u_p(r, h, z) + u_q(r, h, z) \cos 2\theta) dz, \\ du_\theta^c = -\frac{\sigma}{4\mu} v_q(r, h, z) \sin 2\theta dz, \end{cases}$$

$$\int_0^h u_p(r, h, z) dz = U_p(r, h), \quad \int_0^h u_q(r, h, z) dz = U_q(r, h),$$

$$\int_0^h v_q(r, h, z) dz = V_q(r, h). \quad (9)$$

Для определения функций $u_p = u_p(r, h, z)$, $u_q = u_q(r, h, z)$ и $v_q = v_q(r, h, z)$ при помощи численного моделирования рассматривается серия из M задач о теле с удаленными границами с отверстиями глубиной h_j , $j = 1, \dots, J$, $h_1 < \dots < h_J$, нагруженном на каждом слое толщиной dz , расположенном на глубине z ($z \leq h_j$). Если принять шаг приращения глубины отверстия, минимальную глубину отверстия h_1 и толщину слоя одинаковыми и равными dz , легко подсчитать что требуется решить число задач

$$M = \frac{1}{2} \left(\frac{h_j - dz}{dz} + 1 \right) \left(\frac{h_j - dz}{dz} + 2 \right).$$

Поскольку число задач велико, требуется оптимизировать вычислительную сложность отдельной задачи (не понижая при этом точность) и автоматизировать процесс вычислений. Автоматизация вычислений достигается внедрением в вычислительный алгоритм программных вставок,

обеспечивающих циклическое повторение вычислений после модификации геометрии и граничных условий модели. Вычислительная сложность оптимизируется применением специальных осегармонических элементов [33], используемых в задачах для тел, имеющих осевую симметрию и находящихся под действием неосесимметричных нагрузок. В этом случае действующая нагрузка $F = F(\theta)$ раскладывается в тригонометрический ряд следующего вида:

$$F(\theta) = A_0 + \sum_N (A_n \cos(n\theta) + B_n \sin(n\theta)).$$

Компоненты нагрузки A_n , $n = 0, \dots, N$, называются модами. Вклад каждой моды вычисляется независимо в отдельном расчете. В случае одноосного растяжения (см. формулы (6) – (9)) нагрузка раскладывается на две моды: осесимметричную $F = A_0$, называемую p -модой, и гармоническую моду второго порядка $F(\theta) = A_2 \cos 2\theta + B_2 \sin 2\theta$, называемую q -модой. Из решения задачи для осесимметричной моды устанавливается функция $u_p = u_p(r, h, z)$, а из решения задачи для гармонической — функции $u_q = u_q(r, h, z)$ и $v_q = v_q(r, h, z)$.

Далее задача сводится к определению радиальных перемещений на поверхности упругого полупространства на радиусах, направленных под углами $\theta = 0$ и $\pi/4$ к действующей нагрузке, и тангенциальных перемещений на радиусе, направленном под углом $\pi/4$ к действующей нагрузке.

После выполнения расчета функции $U_p = U_p(r, h)$, $U_q = U_q(r, h)$ и $V_q = V_q(r, h)$ могут быть получены из функций $u_p = u_p(r, h, z)$, $u_q = u_q(r, h, z)$ и $v_q = v_q(r, h, z)$ путем их численного интегрирования по переменной z .

Проводится численное исследование функций двух переменных — $U_p = U_p(r, h)$, $U_q = U_q(r, h)$ и $V_q = V_q(r, h)$. В результате автоматизированного расчета решено 3240 задач на модели упругого полупространства с границами, удаленными от отверстия на величину $75r_0$ при варьировании глубины отверстия от $0,1r_0$ до $8r_0$ с шагом $0,1r_0$. На рис. 4 представлены результаты анализа. Отклик на поверхности перестает нарастать при достижении глубины отверстия величин $\sim 3r_0$, что согласуется с известными экспериментальными данными [32]. Так, компоненты перемещения при углублении на величину, большую $3r_0$, перестают изменяться. Установлено, что при достижении глубины отверстия $3r_0$ происходит выполаживание профиля поверхности. При $h = 3r_0$ поверхности приобретают практически нулевую производную по h .

После определения функций $u_p = u_p(r, h, z)$, $u_q = u_q(r, h, z)$ и $v_q = v_q(r, h, z)$, описывающих за-

висимость перемещений от r , h и z , функции $C = C(r, \theta, h, z)$ и $S = S(r, \theta, h, z)$ получают из следующих соотношений:

$$\begin{cases} C(r, \theta, h, z) = \frac{1}{\sigma} \frac{du_r^c}{dz} \cos \theta - \frac{1}{\sigma} \frac{du_\theta^c}{dz} \sin \theta, \\ S(r, \theta, h, z) = \frac{1}{\sigma} \frac{du_r^c}{dz} \sin \theta + \frac{1}{\sigma} \frac{du_\theta^c}{dz} \cos \theta. \end{cases} \quad (10)$$

Подставив в (10) выражения из соотношений (9), получим

$$\begin{cases} C(r, \theta, h, z) = \frac{r_0}{4\mu} (u_p(r, h, z) \cos \theta + u_q(r, h, z) \cos 2\theta \cos \theta + v_q(r, h, z) \sin 2\theta \sin \theta), \\ S(r, \theta, h, z) = \frac{r_0}{4\mu} (u_p(r, h, z) \sin \theta + u_q(r, h, z) \cos 2\theta \sin \theta - v_q(r, h, z) \sin 2\theta \cos \theta). \end{cases}$$

После тригонометрических преобразований этих выражений можно записать:

$$\begin{cases} C(r, \theta, h, z) = \frac{r_0 \cos \theta}{4\mu} (u_p(r, h, z) - u_q(r, h, z) + 2v_q(r, h, z) + \cos^2 \theta (2u_q(r, h, z) - 2v_q(r, h, z))), \\ S(r, \theta, h, z) = \frac{r_0 \sin \theta}{4\mu} (u_p(r, h, z) + u_q(r, h, z) - 2v_q(r, h, z) + \sin^2 \theta (2v_q(r, h, z) - 2u_r(r, h, z))). \end{cases} \quad (11)$$

Таким образом, зная компоненты перемещений $u_p = u_p(r, h, z)$, $u_q = u_q(r, h, z)$ и $v_q = v_q(r, h, z)$ в зависимости от радиуса отверстия r и его глубины h по соотношениям (11) находят базовые функции $C = C(r, \theta, h, z)$ и $S = S(r, \theta, h, z)$.

На рис. 5 приведены результаты численных расчетов компонент перемещений $u_p = u_p(r, h, z)$, $u_q = u_q(r, h, z)$ и $v_q = v_q(r, h, z)$ в зависимости от радиуса r и глубины z нагруженного слоя для четырех случаев глубины отверстия — h/r_0 , равного 0,2, 0,5, 1,5, 3,0. Определены численные значения базовых функций $C = C(r, \theta, h, z)$ и $S = S(r, \theta, h, z)$. Из анализа следует, что эти функции, так же как $U_p = U_p(r, h)$, $U_q = U_q(r, h)$ и $V_q = V_q(r, h)$, содержат члены, убывающие от r и z , а именно — наблюдается сильно убывающая зависимость этих функций от r и более слабая от z .

Компоненты тензора деформаций, найденные по приведенным расчетам, на поверхности тела в зависимости от глубины отверстия согласуются с данными стандарта ASTM E837 и находятся в соответствии с известными экспериментальными результатами [32].

Вычисление компонент тензора напряжений

Используя уравнения (5), для произвольной точки на поверхности тела вблизи высверливаемого отверстия можно записать следующие соотношения:

$$\begin{cases} u_i(h) = \int_0^h C(r_i, \theta_i, h, z) \sigma_x(z) dz + \int_0^h S\left(r_i, \theta_i - \frac{\pi}{2}, h, z\right) \sigma_y(z) dz - \frac{\sqrt{2}}{2} \int_0^h T_1(r_i, \theta_i, h, z) \tau_{xy}(z) dz + u_0; \\ v_i(h) = \int_0^h S(r_i, \theta_i, h, z) \sigma_x(z) dz + \int_0^h C\left(r_i, \theta_i - \frac{\pi}{2}, h, z\right) \sigma_y(z) dz + \frac{\sqrt{2}}{2} \int_0^h T_2(r_i, \theta_i, h, z) \tau_{xy}(z) dz = v_0, \end{cases} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} T_1(r, \theta, h, z) &\equiv C\left(r, \theta - \frac{\pi}{4}, h, z\right) + C\left(r, \theta - \frac{3\pi}{4}, h, z\right) - S\left(r, \theta - \frac{\pi}{4}, h, z\right) + S\left(r, \theta - \frac{3\pi}{4}, h, z\right); \\ T_2(r, \theta, h, z) &\equiv C\left(r, \theta - \frac{\pi}{4}, h, z\right) - C\left(r, \theta - \frac{3\pi}{4}, h, z\right) + S\left(r, \theta - \frac{\pi}{4}, h, z\right) + S\left(r, \theta - \frac{3\pi}{4}, h, z\right). \end{aligned}$$

Считая неизвестные компоненты тензора напряжений постоянными на каждом шаге приращения глубины отверстия — $\sigma_x(z) = \text{const}$, $\sigma_y(z) = \text{const}$, $\tau_{xy}(z) = \text{const}$, $z_{j-1} \leq z \leq z_j$, $j = 1, \dots, J$, и записав урав-

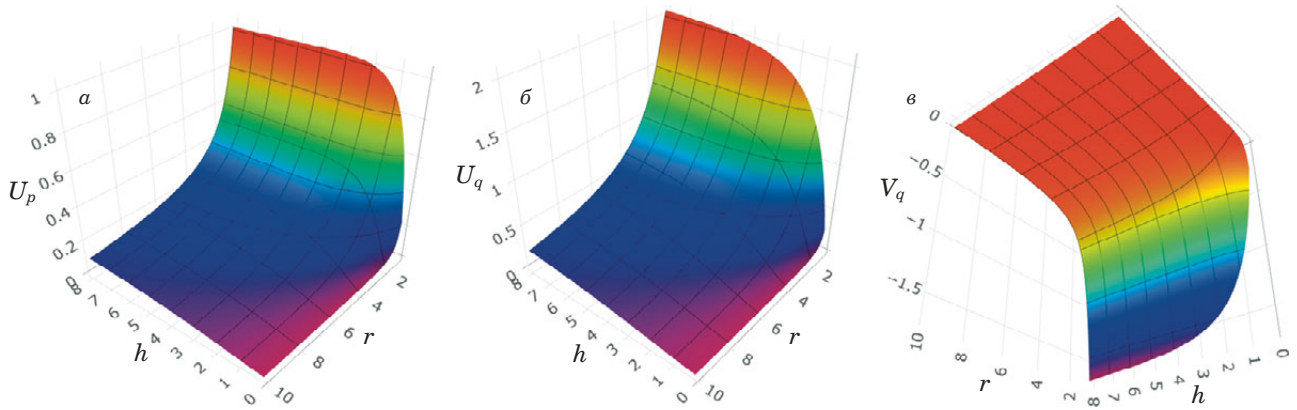


Рис. 4. Графики функций двух переменных: а — $U_p = U_p(r, h)$; б — $U_q = U_q(r, h)$; в — $V_q = V_q(r, h)$

Fig. 4. Graphs of the functions of two variables $U_p = U_p(r, h)$ (a); $U_q = U_q(r, h)$ (b), and $V_q = V_q(r, h)$ (c)

нения (12) для каждого экспериментального измерения, получим систему линейных алгебраических уравнений вида

$$\begin{pmatrix} u_1^1 \\ v_1^1 \\ u_2^1 \\ \vdots \\ u_1^2 \\ \vdots \\ v_I^J \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} c_1^1(z_1) & \bar{s}_1^1(z_1) & t_1^1(z_1) & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\ s_1^1(z_1) & \bar{c}_1^1(z_1) & \bar{t}_1^1(z_1) & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ c_2^1(z_1) & \bar{s}_2^1(z_1) & t_2^1(z_1) & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_1^1(z_1) & \bar{s}_1^1(z_1) & t_1^1(z_1) & c_1^1(z_2) & \dots & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ s_I^J(z_1) & \bar{c}_I^J(z_1) & \bar{t}_I^J(z_1) & s_I^J(z_2) & \dots & \bar{t}_I^J(z_J) & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x^1 \\ \sigma_y^1 \\ \tau_{xy}^1 \\ \sigma_x^2 \\ \sigma_y^2 \\ \vdots \\ \tau_{xy}^J \\ u_0 \\ v_0 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

коэффициенты которой определяются выражениями:

$$c_i^n(z_j) = \int_{z_{j-1}}^{z_j} C(r_i, \theta_i, z_n, z) dz; \quad \bar{c}_i^n(z_j) = \int_{z_{j-1}}^{z_j} C(r_i, \theta_i - \frac{\pi}{2}, z_n, z) dz;$$

$$s_i^n(z_j) = \int_{z_{j-1}}^{z_j} S(r_i, \theta_i, z_n, z) dz; \quad \bar{s}_i^n(z_j) = - \int_{z_{j-1}}^{z_j} S(r_i, \theta_i - \frac{\pi}{2}, z_n, z) dz;$$

$$t_i^n(z_j) = \int_{z_{j-1}}^{z_j} \frac{\sqrt{2}}{2} T_1(r_i, \theta_i, z_n, z) dz; \quad \bar{t}_i^n(z_j) = \int_{z_{j-1}}^{z_j} \frac{\sqrt{2}}{2} T_2(r_i, \theta_i, z_n, z) dz.$$

Данная система является переопределенной за счет избыточного числа измерений ($I > J$), что при решении частично компенсирует экспериментальные ошибки измерения компонент вектора перемещений.

Проверка чувствительности метода к объему и точности экспериментальных данных

Проверку чувствительности метода проводили на численном эксперименте. В качестве объекта исследования рассматривали брус размерами $100 \times 50 \times 20$ мм из идеально упругопластического материала с модулем Юнга 200 ГПа и пределом текучести 500 МПа. На первом этапе в брусе формировали остаточные напряжения, для чего нагружали его чистым изгибом путем поворота торцов до возникновения пластических деформаций. На втором этапе брус разгружали от внешних нагрузок — от верхней поверхности наращивали отверстие радиусом 1 мм шагами 0,2 мм по глубине. На каждом шаге записывали приращения компонент тангенциальных перемещений на поверхности в зоне радиусом 7,5 мм от

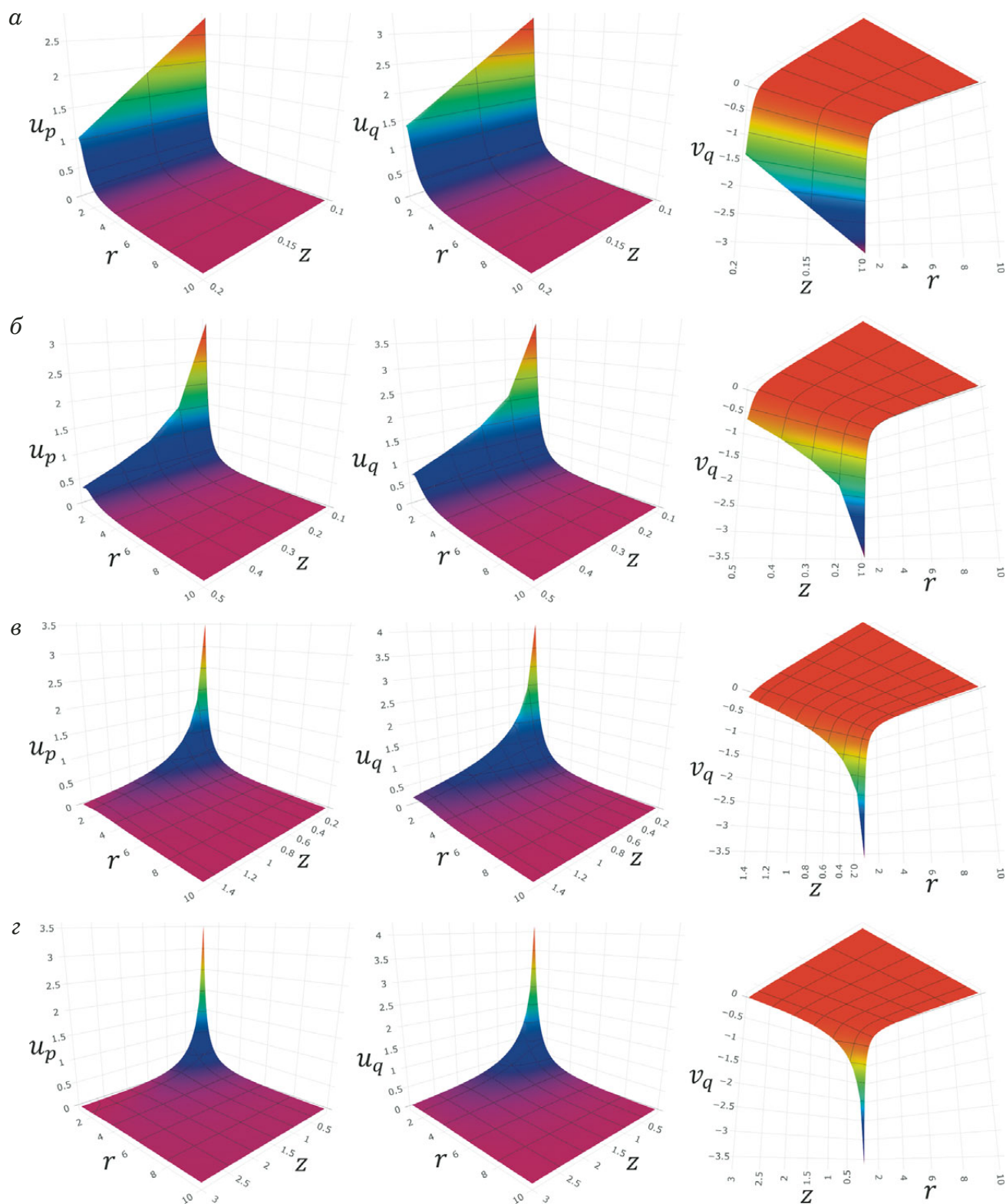


Рис. 5. Зависимости компонент $u_p = u_p(r, h, z)$ (1), $u_q = u_q(r, h, z)$ (2) и $v_q = v_q(r, h, z)$ (3) при глубине отверстия h/r_0 , равной 0,2 (а); 0,5 (б); 1,5 (в); 3,0 (г)

Fig. 5. Dependences of the components on r, h, z : $u_p = u_p(r, h, z)$ (1), $u_q = u_q(r, h, z)$ (2), and $v_q = v_q(r, h, z)$ (3) at a hole depth $h/r_0 = 0.2$ (a), 0.5 (b), 1.5 (c), 3.0 (d)

края отверстия. Для оценки чувствительности метода к точности измерений к значениям компонент вектора перемещений $u_i^j, v_i^j, i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J$, добавляли численный шум, представ-

ляющий собой случайную величину перемещений с нулевым средним и варьируемым стандартным отклонением s , которое принимало абсолютные значения 0,001, 0,005, 0,01 и 0,05 мкм.

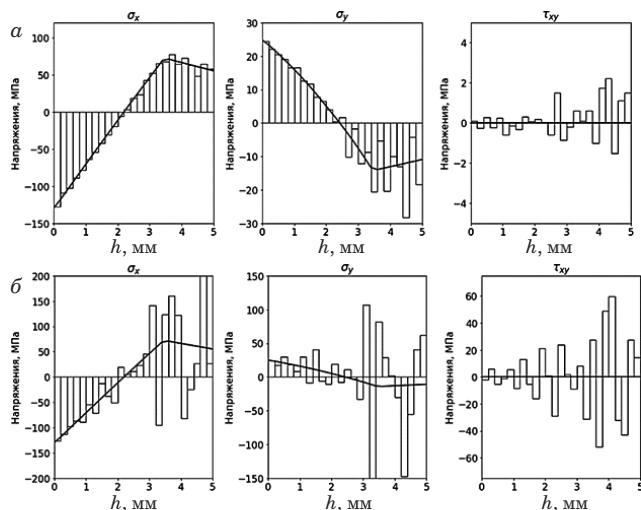


Рис. 6. Результаты вычисления напряжений при $s = 0,001$ мкм и 2066 измерениях на шаг (а), а также при $s = 0,01$ мкм и 340 измерениях на шаг (б)

Fig. 6. The results of stress calculation at $s = 0.001$ μm and 2066 measurements per step (а), $s = 0.01$ μm and 340 measurements per step (б)

Затем из этого массива компонент перемещений с шумом случайным образом формировали выборку заданного размера и подавали на вход разработанного на языке программирования Python алгоритма, осуществляющего формирование и решение системы (13) методом наименьших квадратов.

На рис. 6 показаны примеры результатов проведенных вычислений напряжений по описанному методу при различных параметрах выборки. Сплошной линией показаны истинные значения напряжений, а столбчатой диаграммой — результаты численного решения системы (13) по предложенному алгоритму. Величина $s = 0,01$ мкм (см. рис. 6, б) характерна для определения тангенциальных компонент перемещений методом спекл-интерферометрии.

В результате анализа большого количества численных экспериментов сделан вывод, что и значение s , и число измерений на шаг существенно влияют на точность определения компонент тензора напряжений, при этом не отмечена чувствительность к расположению точек проведения измерений. Для определения предельной глубины, до которой возможна достоверная оценка компонент тензора остаточных напряжений, процедуру их вычисления повторяли многократно (250 раз) для каждого сочетания величины s и числа измерений на шаг. После этого по результатам вычислений находили стандартное отклонение величины интенсивности напряжений в зависимости от глубины расположения соответствующего слоя. Такая зависимость носит возрастающий характер (точность определения

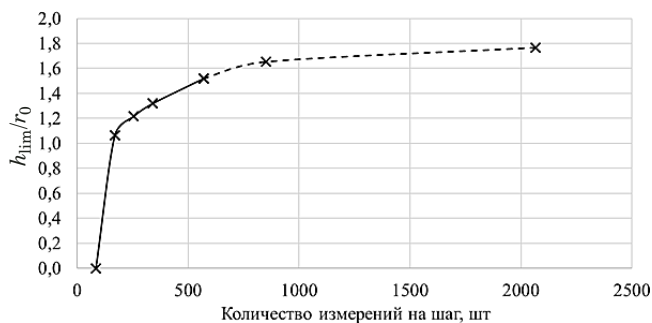


Рис. 7. Зависимость предельной глубины определения напряжений от числа измерений на шаг при $s = 0,01$ мкм

Fig. 7. Dependence of the maximum depth of the stress determination h_{lim}/r_0 , при которой стандартное отклонение величины интенсивности напряжений достигает порога, равного 10 МПа

падает с глубиной) и позволяет определить глубину, при которой стандартное отклонение достигает заданного порога. На рис. 7 приведена зависимость предельной глубины определения напряжений h_{lim}/r_0 , при которой стандартное отклонение величины интенсивности напряжений достигает порога, равного 10 МПа.

Видно, что при числе измерений на шаг от 500 и более используемый метод совместно с определением тангенциальных компонент вектора перемещений методом спекл-интерферометрии позволяет находить остаточные напряжения до глубины $1,5r_0$. Дальнейший рост предельной глубины определения напряжений на практике, вероятно, недостижим.

Заключение

Экспериментальные методы цифровой спекл-интерферометрии и корреляции цифровых изображений применяются для определения компонент вектора перемещений при использовании метода точечного пошагового сверления отверстий. В работе предложены определяющие соотношения для этих компонент. Соотношения записываются в виде интегральных операторов Вольтерры. По ним предлагается определять неоднородное по глубине поле остаточных напряжений. Объем и точность измерений современными оптическими методами достаточны для применения указанного метода.

Предложенные численно-аналитические методы в сочетании с экспериментальным определением компонент вектора перемещения методами цифровой спекл-интерферометрии или корреляции цифровых изображений при пошаговом сверлении отверстий позволяют находить неоднородные (по глубине и в плоскости) остаточные упругие напряжения. Базовые функции четырех переменных координат (r, θ, z, h) могут быть

определены численно с применением предложенных алгоритмов.

Установлено, что метод цифровой спекл-интерферометрии обеспечивает объем и точность входных данных, достаточные для определения неоднородных по глубине остаточных напряжений до глубины полутора радиусов отверстия. Современное состояние метода корреляции цифровых изображений не позволяет определять неоднородные поля остаточных напряжений с применением метода сверления отверстий в металлах. Однако метод можно использовать для определения таких полей в низко модульных материалах. Возможность применения данного метода к металлам может появиться при дальнейшем его развитии и совершенствовании.

Предлагаемый метод используется для изотропных материалов, но при выборе соответствующих определяющих соотношений его возможности могут быть распространены на анизотропные и композиционные материалы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Fairfax E. J., Steinzig M. A.** Summary of Failures Caused by Residual Stresses / Conf. Proc. of the Soc. for Exp. Mech. Series. — Springer, 2015. P. 209 – 214.
2. **Popov A. L., Kozintsev V. M., Chelyubeev D. A., Levitin A. L.** Hole-Drilling Method in Residual Stress Diagnostics / Mechanics of Solids. 2021. N 56. P. 1320 – 1339. DOI: 10.3103/S0025654421070190
3. Проблемы прочности, техногенной безопасности и конструкционного материаловедения / Под ред. Н. А. Махутова, Ю. Г. Матвиенко, А. Н. Романова. — М.: Ленанд, 2018. — 720 с.
4. **Монахов А. Д., Яковлев Н. О., Автаев В. В., Котова Е. А.** Разрушающие методы определения остаточных напряжений / Труды ВИАМ. 2021. № 9(103). С. 95 – 104. DOI: 10.18577/2307-6046-2021-0-9-95-104
5. **Махутов Н. А., Гаденин М. М., Одинцев И. Н., Разумовский И. А.** Развитие методов расчетного и экспериментального определения локальных остаточных напряжений при сложных спектрах нагружения / Проблемы машиностроения и надежности машин. 2015. № 6. С. 53 – 62.
6. **Ватульян А. О., Дударев В. В., Недин Р. Д.** Предварительные напряжения: моделирование и идентификация. — Ростов-на-Дону: Изд-во Южного фед. университета, 2014. — 206 с.
7. **Одинцев И. Н., Плуатарь Т. П., Плотников А. С.** Практические аспекты применения разрушающих методов определения остаточных напряжений в сочетании с электронной спекл-интерферометрией / XII Всерос. съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Сборник трудов в 4-х томах. — Уфа, 2019. С. 731 – 733. DOI: 10.22226/2410-3535-2019-congress-v3
8. **Schajer G. S.** Universal Calibration Constants for Strain Gauge Hole Drilling Residual Stress Measurements / Experimental Mechanics. 2022. N 62. P. 351 – 358. DOI: 10.1007/s11340-021-00771-0
9. **Schajer G. S.** Optical Hole Drilling Residual Stress Calculations Using Strain Gauge Formalism / Experimental Mechanics. 2021. N 61. P. 1369 – 1380. DOI: 10.1007/s11340-021-00740-7
10. **Harrington J., Schajer G. S.** Measurement of Structural Stresses by Hole-Drilling and DIC / Experimental and Applied Mechanics. 2017. N 4. DOI: 10.1007/978-3-319-42028-8_11
11. **Cohen R., Noyan I. C.** Residual stress — measurement by diffraction and interpretation / Springer Ser. On Mater. Res. and Eng. — Springer-Verlag, 1987. P. 215 – 226.
12. **Guo J., Fu H., Pan B., Kang R.** Recent progress of residual stress measurement methods: A review / Chinese Journal of Aeronautics. 2021. N 34. P. 54 – 78. DOI: 10.1016/j.cja.2019.10.010
13. Неразрушающий контроль / Под ред. В. В. Клюева в 8 т. 2005, 2006 гг.
14. **Каракозов Е. В., Одинцев И. Н., Плотников А. С., Плуатарь Т. П.** Оценка высокоградиентных компонент остаточных напряжений по данным метода сверления зондирующих отверстий / Сб. Трудов XXXI Межд. Инновац. Конф. МИКМУС — 2019. — Москва: ФГБУ науки Институт машиноведения им. А. А. Благонравова РАН, 2020. С. 90 – 93.
15. **Zavoychinskaya E. B.** On the Theory of Scale Structural Fatigue of Metals at the Proportional Loading / Journal of Physics. 2020. N 1431. P. 012024-012032. DOI: 10.1088/1742-6596/1431/1/012024
16. **Mironov S., Ozerov M., Kalinenko A., et al.** On the relationship between microstructure and residual stress in laser-shock-peened Ti-6Al-4V / Journal of Alloys and Compounds. 2022. N 163383. DOI: 10.1016/j.jallcom.2021.163383
17. **Овчинников Е. И., Волегов П. С.** Изучение вида напряженно-деформированного состояния кристаллитов в рамках определения остаточных мезонапряжений в модели неупругого деформирования поликристалла / Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. 2016. Т. 21. № 3. С. 1199 – 1201. DOI: 10.20310/1810-0198-2016-21-3-1199-1202
18. **Seifi R., Salimi-Majd D.** Effects of Plasticity on Residual Stresses Measurement by Hole Drilling Method / Mechanics of Materials. 2012. Vol. 53. P. 72 – 79. DOI: 10.1016/j.mechmat.2012.05.009
19. **Анпилов А. В., Кисилев А. С., Ларкин А. И. и др.** Определение остаточных сварочных напряжений на основе совместного использования методов голографической интерферометрии и конечных элементов. — М.: МИФИ, 2007. — 124 с.
20. **Apal'kov A. A., Odintsev I. N., Plotnikov A. S.** Estimation of Range of Reliable Measurements of Residual Stresses by Hole Drilling Method / Inorganic Materials. 2017. Vol. 53. N 15. P. 1496 – 1501. DOI: 10.1134/S0020168517150031
21. **Плотников А. С.** Метод сверления отверстия для определения остаточных напряжений: актуальное состояние и перспективы развития / Научн. труды VII Междун. научной конф. «Фундаментальные исследования и инновационные технологии в машиностроении». — М.: ИМАШ РАН, 2021. С. 197 – 199.
22. **Апальков А. А., Одинцев И. Н., Плотников А. С.** Оценка диапазона достоверных измерений остаточных напряжений методом сверления отверстий / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2016. Т. 82. № 2. С. 47 – 52.
23. **Plugatar T. P., Odintsev I. N., Plotnikov A. S.** A Study of Residual Stress Distributions in Case-Hardened Material Layers / AIP Conference Proceedings 2315. 2020. 040028. DOI: 10.1063/5.0037301
24. **Peng Y., Zhao J., Chen L., Dong J.** A residual stress measurement combining blind-hole drilling and digital image correlation approach / Journal of Constructional Steel Research. 2021. N 176. 10634. DOI: 10.1016/j.jcsr.2020.106346
25. **Hagara M., Trebun F., Pástor M., et al.** Analysis of the aspects of residual stresses quantification performed by 3D DIC combined with standardized hole-drilling method / Measurement. 2019. N 137. P. 238 – 256. DOI: 10.1016/j.measurement.2019.01.028
26. **Olson M. D., DeWald A. T., Hill M. R.** Precision of Hole-Drilling Residual Stress Depth Profile Measurements and an Updated Uncertainty Estimator / Exper. Mech. 2021. N 61. P. 549 – 564. DOI: 10.1007/s11340-020-00679-1
27. **Pineda O. J. O.** Investigation of the measurement of through-thickness residual stress by combining digital speckle pattern interferometry and the slitting method. — Florianópolis, 2020. — 89 p.

28. **Pástor M., Hagara M., Virgala I., et al.** Design of a Unique Device for Residual Stresses Quantification by the Drilling Method Combining the PhotoStress and Digital Image Correlation / *Materials*. 2021. Vol. 14. N 314. DOI: 10.3390/ma14020314
29. **Rahimi S., Violatos I.** Comparison Between Surface and Near-Surface Residual Stress Measurement Techniques Using a Standard Four-Point-Bend Specimen / *Exp. Mech.* 2022. N 62. P. 223 – 236. DOI: 10.1007/s11340-021-00779-6
30. **Razumovskii I. A., Usov S. M.** Development of the Hole-Drilling Method as Applied to the Study of Inhomogeneous Residual Stress Fields / *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2021. Vol. 50. N 8. P. 727 – 734. DOI: 10.3103/S1052618821080100
31. **Kohri A., Mikami T., Suzuki Y.** Residual Stress Measurement of the Engineering Plastics by the Hole-Drilling Strain-Gage Method / *ECRS-10 Materials Research Forum LLC Materials Research Proceedings*. 2018. N 6. P. 101 – 106. DOI: 10.21741/9781945291890-17
32. **Wern H.** Finite-element solutions for mechanical drilling methods: A new integral formalism / *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 1995. N 63. P. 365 – 372.
33. Release 2021R1 Documentation for ANSYS [электронный документ], ANSYS Inc. Электрон. дан. и прогр. (204997 файлов: 45076721176 байт).
34. **Разумовский И. А., Чернятин А. С.** Определение нагруженности и дефектности элементов конструкций на основе минимизации расхождения между экспериментальными и расчетными данными / *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*. 2012. Т. 78. № 1. С. 71 – 78.
35. **Schajer G. S.** Advances in Hole-Drilling Residual Stress Measurement / *Experimental Mechanics*. 2010. Vol. 50. P. 159 – 168. DOI: 10.1007/s11340-009-9228-7
9. **Schajer G. S.** Optical Hole Drilling Residual Stress Calculations Using Strain Gauge Formalism / *Experimental Mechanics*. 2021. N 61. P. 1369 – 1380. DOI: 10.1007/s11340-021-00740-7
10. **Harrington J., Schajer G. S.** Measurement of Structural Stresses by Hole-Drilling and DIC / *Experimental and Applied Mechanics*. 2017. N 4. DOI: 10.1007/978-3-319-42028-8_11
11. **Cohen R., Noyan I. C.** Residual stress — measurement by diffraction and interpretation / *Springer Ser. On Mater. Res. And Eng.* — Springer-Verlag, 1987. P. 215 – 226.
12. **Guo J., Fu H., Pan B., Kang R.** Recent progress of residual stress measurement methods: A review / *Chinese Journal of Aeronautics*. 2021. N 34. P. 54 – 78. DOI: 10.1016/j.cja.2019.10.010
13. *Non-destructive testing* / Ed. V. V. Klyuev in 8 volumes. — 2005, 2006 [in Russian].
14. **Karakozov E., Odintsev I., Plotnikov A., Plugatar T.** Determination of High-Gradient Components of Residual Stress by Data of Test Hole Drilling Method / *IOP Conf. Series: Mat. Sci. and Eng. Int. Conf. MIKMUS-2019*. 2020. P. 90 – 93 [in Russian].
15. **Zavoychinskaya E. B.** On the Theory of Scale Structural Fatigue of Metals at the Proportional Loading / *Journal of Physics*. 2020. N 1431. P. 012024-012032. DOI: 10.1088/1742-6596/1431/1/012024
16. **Mironov S., Ozerov M., Kalinenko A., et al.** On the relationship between microstructure and residual stress in laser-shock-peened Ti-6Al-4V / *Journal of Alloys and Compounds*. 2022. N 163383. DOI: 10.1016/j.jallcom.2021.163383
17. **Ovchinnikov E. I., Volegov P. S.** Study of the stress-strain state of crystallites in the framework of residual mesostress determination in the model of inelastic deformation of a polycrystal / *Vestn. Tambov. Univ. Ser. Estestv. Tekhn. Nauki*. 2016. Vol. 21. N 3. P. 1199 – 1201 [in Russian]. DOI: 10.20310/1810-0198-2016-21-3-1199-1202
18. **Seifi R., Salimi-Majd D.** Effects of Plasticity on Residual Stresses Measurement by Hole Drilling Method / *Mechanics of Materials*. 2012. Vol. 53. P. 72 – 79. DOI: 10.1016/j.mechmat.2012.05.009
19. **Anpilov A. V., Kisilev A. S., Larkin A. I., et al.,** Determination of residual welding stresses based on the combined holographic interferometry and finite element methods. — Moscow: MIFI, 2007. — 124 p.
20. **Apal'kov A. A., Odintsev I. N., Plotnikov A. S.** Estimation of Range of Reliable Measurements of Residual Stresses by Hole Drilling Method / *Inorganic Materials*. 2017. Vol. 53. N 15. P. 1496 – 1501. DOI: 10.1134/S0020168517150031
21. **Plotnikov A. S.** Hole-drilling method for residual stress determining: current state and perspective / *Sci. Proc. of the VII Int. Sci. Conf. "Fundamental Research and Innovative Technologies in Mech. Eng."* — Moscow: IMASh RAN, 2021. P. 197 – 199 [in Russian].
22. **Apalkov A. A., Odintsev I. N., Plotnikov A. S.** Evaluation of the reliable measurement range of residual stresses by drilling holes / *Industr. Lab. Mater. Diagn.* 2016. Vol. 82. N 2. P. 47 – 52 [in Russian].
23. **Plugatar T. P., Odintsev I. N., Plotnikov A. S.** A Study of Residual Stress Distributions in Case-Hardened Material Layers / *AIP Conference Proceedings* 2315. 2020. 040028. DOI: 10.1063/5.0037301
24. **Peng Y., Zhao J., Chen L., Dong J.** A residual stress measurement combining blind-hole drilling and digital image correlation approach / *Journal of Constructional Steel Research*. 2021. N 176. 10634. DOI: 10.1016/j.jcsr.2020.106346
25. **Hagara M., Trebun F., Pástor M., et al.** Analysis of the aspects of residual stresses quantification performed by 3D DIC combined with standardized hole-drilling method / *Measurement*. 2019. N 137. P. 238 – 256. DOI: 10.1016/j.measurement.2019.01.028
26. **Olson M. D., DeWald A. T., Hill M. R.** Precision of Hole-Drilling Residual Stress Depth Profile Measurements and an Updated Uncertainty Estimator / *Exper. Mech.* 2021. N 61. P. 549 – 564. DOI: 10.1007/s11340-020-00679-1

REFERENCES

1. **Fairfax E. J., Steinzig M. A.** Summary of Failures Caused by Residual Stresses / *Conf. Proc. of the Soc. for Exp. Mech. Series.* — Springer, 2015. P. 209 – 214.
2. **Popov A. L., Kozintsev V. M., Chelyubeev D. A., Levitin A. L.** Hole-Drilling Method in Residual Stress Diagnostics / *Mechanics of Solids*. 2021. N 56. P. 1320 – 1339. DOI: 10.3103/S0025654421070190
3. *Problems of Strength, Technogenic Safety and Structural Materials Science* / Ed. N. A. Makhutov, Yu. G. Matvienko, A. N. Romanov. — Moscow: Lenand, 2018. — 720 p. [in Russian].
4. **Monakhov A. D., Yakovlev N. O., Avtaev V. V., Kotoeva E. A.** Destructive methods of residual stress determination / *Tr. VIAM*. 2021. N 9(103). P. 95 – 104 [in Russian]. DOI: 10.18577/2307-6046-2021-0-9-95-104
5. **Makhutov N. A., Gadenin M. M., Odintsev I. N., Razumovsky I. A.** Elaboration of the methods for calculation and experimental determination of local residual stresses at complex loading spectra / *Probl. Mashinostr. Nadezhn. Mashin.* 2015. N 6. P. 53 – 62 [in Russian].
6. **Vatulyan A. O., Dudarev V. V., Nedin R. D.** Prestressing: Modeling and Identification. — Rostov-on-Don: Izd. Yuzh. Fed. Univ., 2014. — 206 p. [in Russian].
7. **Odintsev I. N., Plugatar T. P., Plotnikov A. S.** Practical aspects of the application of destructive methods for determining of residual stresses in combination with electronic speckle interferometry / *XII All-Russian Congress on fundamental problems of theoretical and applied mechanics in 4 volumes: Ufa, 2019*. P. 731 – 733 [in Russian]. DOI: 10.22226/2410-3535-2019-congress-v3
8. **Schajer G. S.** Universal Calibration Constants for Strain Gauge Hole Drilling Residual Stress Measurements / *Experimental Mechanics*. 2022. N 62. P. 351 – 358. DOI: 10.1007/s11340-021-00771-0

27. **Pineda O. J. O.** Investigation of the measurement of through-thickness residual stress by combining digital speckle pattern interferometry and the slitting method. — Florianópolis, 2020. — 89 p.
28. **Pástor M., Hagara M., Virgala I., et al.** Design of a Unique Device for Residual Stresses Quantification by the Drilling Method Combining the PhotoStress and Digital Image Correlation / *Materials*. 2021. Vol. 14. N 314. DOI: 10.3390/ma14020314
29. **Rahimi S., Violatos I.** Comparison Between Surface and Near-Surface Residual Stress Measurement Techniques Using a Standard Four-Point-Bend Specimen / *Exp. Mech.* 2022. N 62. P 223 – 236. DOI: 10.1007/s11340-021-00779-6
30. **Razumovskii I. A., Usov S. M.** Development of the Hole-Drilling Method as Applied to the Study of Inhomogeneous Residual Stress Fields / *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2021. Vol. 50. N 8. P 727 – 734. DOI: 10.3103/S1052618821080100
31. **Kohri A., Mikami T., Suzuki Y.** Residual Stress Measurement of the Engineering Plastics by the Hole-Drilling Strain-Gage Method / *ECRS-10 Materials Research Forum LLC Materials Research Proceedings*. 2018. N 6. P. 101 – 106. DOI: 10.21741/9781945291890-17
32. **Wern H.** Finite-element solutions for mechanical drilling methods: A new integral formalism / *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 1995. N 63. P. 365 – 372.
33. Release 2021R1 Documentation for ANSYS, ANSYS Inc..
34. **Razumovskii I. A., Chernyatin A. S.** Determination of workload and defectiveness of structural elements based on minimization of displacements between experimental and calculated data / *Industr. Lab. Mater. Diagn.* 2012. Vol. 78. N 1. P. 71 – 78 [in Russian].
35. **Schajer G. S.** Advances in Hole-Drilling Residual Stress Measurement / *Experimental Mechanics*. 2010. Vol. 50. P. 159 – 168. DOI: 10.1007/s11340-009-9228-7