

DOI: <https://doi.org/10.26896/1028-6861-2024-90-2-62-72>

## РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СЛОЕВ ОРТОГОНАЛЬНО-АРМИРОВАННОГО ПОЛИМЕРНОГО КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА НА ОСНОВЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ДИАГРАММЫ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПРИ ОДНООСНОМ РАСТЯЖЕНИИ

© Александр Олегович Половый\*, Наталья Геннадиевна Лисаченко

АО «ОНПП «Технология» им. А. Г. Ромашина», Россия, 249031, Обнинск, Киевское шоссе, д. 15; \*e-mail: polovy@mail.ru

*Статья поступила 27 марта 2023 г. Поступила после доработки 26 апреля 2023 г.  
Принята к публикации 30 мая 2023 г.*

Предложен метод расчета напряженно-деформированного состояния слоев ортогонально-армированного полимерного композиционного материала на основе экспериментальной диаграммы деформирования при одноосном растяжении. Суть метода заключается в решении системы двух уравнений, описывающих экспериментальные кривые  $\sigma_x = f(\epsilon_x)$  и  $\sigma_y = f(\epsilon_y)$ , которое позволяет определить два неизвестных параметра, связанных с секущими упругими характеристиками материала слоев. Закон изменения остальных неизвестных параметров задается путем принятия допущений о том, каким образом полимерный композиционный материал и его слои деформируются в процессе нагружения. Для проведения расчета необходимо задать начальные значения упругих характеристик однонаправленного материала слоев, которые должны хорошо согласовываться с определенными из эксперимента начальными величинами упругих характеристик исследуемой структуры. По разработанному алгоритму получены расчетные зависимости между средними напряжениями, деформациями и секущими упругими характеристиками слоев структуры (0°/90°/90°/0°) из стеклопластика E-Glass/MY750 с использованием экспериментальных данных, взятых из литературных источников. Расчеты, проведенные для трех наборов начальных значений упругих характеристик исследуемого материала, показали качественно одинаковые результаты. Поперечное растягивающее напряжение в слое 90° достигает максимума в первой половине диаграммы деформирования, а затем снижается до нуля. Аналогичное напряжение в слое 0° достигает максимума в точке разрушения исследуемой структуры. Выявлено, что максимальные расчетные значения поперечных напряжений, действующих в слоях 0° и 90°, заметно превышают указанный в публикации других авторов предел прочности материала при растяжении поперек волокон. Продольное растягивающее напряжение в слое 0° достигает максимума в точке разрушения и соответствует 95 % от предела прочности материала при растяжении вдоль волокон. Продольное сжимающее напряжение в слое 90° находится на низком уровне на протяжении всего процесса деформирования исследуемой структуры. Результаты работы могут быть использованы для разработки моделей поведения слоев с трещинами в матрице при нагружении полимерного композиционного материала.

**Ключевые слова:** полимерный композиционный материал; ортогонально-армированный ламинат; диаграмма деформирования; напряженно-деформированное состояние; расчетная модель; секущие упругие характеристики; предел прочности при растяжении.

## CALCULATION OF THE STRESS-STRAIN STATE OF LAYERS OF CROSS-PLY LAMINATE BASED ON AN EXPERIMENTAL STRESS-STRAIN CURVES UNDER UNIAXIAL TENSION

© Aleksandr O. Polovyi,\* Natalia G. Lisachenko

A. G. Romashin ORPE Tekhnologiya, 15, Kievskoye Shosse, 249031, Obninsk, Russia; \*e-mail: polovy@mail.ru

*Received March 27, 2023. Revised April 26, 2023. Accepted May 30, 2023.*

A method for calculating the stress-strain state of layers of cross-ply laminate based on an experimental deformation diagram under uniaxial tension is proposed. The essence of the method consists in solving a system of two equations describing the experimental curves  $\sigma_x = f(\epsilon_x)$  and  $\sigma_y = f(\epsilon_y)$ , which allows determination of two unknown parameters related to the secant elastic characteristics of the material layers. The

law of change in the remaining unknown parameters is set by assumptions regarding deformation of the polymer matrix composite and its layers during loading. To carry out the calculation, it is necessary to set the initial values of the elastic properties of the unidirectional material of the layers, which should be well consistent with the initial values of the elastic properties of the structure under study determined from the experiment. According to the developed algorithm, calculated dependences between average stresses, deformations and secant elastic properties of the layers of the structure are obtained ( $0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ$ ) made of fiberglass E-Glass/MY750 using experimental data from the literature. Calculations carried out for three sets of initial values of the elastic properties of the material under study showed qualitatively identical results. The transverse tensile stress in the  $90^\circ$  layer reaches a maximum in the first half of the stress-strain diagram, and then decreases to zero. A similar stress in the  $0^\circ$  layer reaches a maximum at the failure point of the structure under study. It is revealed that the maximum calculated values of transverse stresses acting in layers  $0^\circ$  and  $90^\circ$  noticeably exceed the transverse tensile strength of the material specified in the literature. The longitudinal tensile stress in the  $0^\circ$  layer reaches a maximum at the failure point and corresponds to 95% of the value of the longitudinal tensile strength of the material. The longitudinal compressive stress in the  $90^\circ$  layer is at a low level throughout the deformation process of the structure under study. The results of this study can be recommended for developing models of the behavior of layers with cracks in the matrix when loading a polymer matrix composite.

**Keywords:** polymer matrix composite; cross-ply laminate; stress-strain diagram; stress-strain state; calculation model; secant elastic properties; tensile strength.

## Введение

Современные модели расчета напряженно-деформированного состояния (НДС) многослойных полимерных композиционных материалов (ПКМ) учитывают изменение поведения их слоев при нагружении — после возникновения трещин в матрице. Как правило, это реализуется в виде модели дегградации свойств ПКМ, определяющей закон изменения текущих или касательных упругих характеристик слоев в зависимости от их текущего состояния, например, от уровня деформаций и напряжений или от наличия и плотности распределения трещин в матрице. Данному вопросу посвящено большое количество исследований, в том числе [1 – 22], что, с одной стороны, свидетельствует об актуальности и востребованности указанной темы, а с другой — об отсутствии общепризнанной универсальной модели, достаточно хорошо описывающей различные случаи нагружения разнообразных ПКМ.

Одной из проблем, возникающих при разработке модели поведения слоя с трещинами, является трудность прямого определения НДС каждого из слоев ПКМ в процессе эксперимента. Однако при наличии экспериментальной диаграммы деформирования ПКМ с относительно простой структурой рассчитать НДС его отдельных слоев возможно.

В данной работе рассматривается случай одноосного растяжения материала вдоль оси  $X$  (совпадает с направлением армирования  $0^\circ$  ПКМ), которое описывается двумя уравнениями в прямоугольной системе координат  $XY$ , устанавливающими связь между средними деформациями  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  и напряжением  $\sigma_x$  ПКМ через его текущие упругие характеристики (модуль упругости  $E_x$  и коэффициент Пуассона  $\nu_{xy}$ ):

$$\varepsilon_x = \sigma_x/E_x; \quad \varepsilon_y = -\nu_{xy}\sigma_x/E_x = -\nu_{xy}\varepsilon_x. \quad (1)$$

Предполагается, что в процессе деформирования ПКМ возникающие в его слоях повреждения распределяются равномерно по всему объему. В этом случае текущие упругие характеристики в каждой точке диаграммы деформирования показывают текущий средний уровень свойств материала, с помощью которых по соотношениям механики многослойных ПКМ рассчитываются средние напряжения и деформации в слоях (без учета краевых эффектов).

Система уравнений (1) позволяет в каждой точке диаграммы деформирования ПКМ вычислить два неизвестных параметра. Закон изменения остальных неизвестных параметров ПКМ необходимо задать путем принятия допущений о том, каким образом ПКМ и его слои деформируются в процессе нагружения.

В качестве экспериментальных данных использованы кривые  $\sigma_x = f(\varepsilon_x)$  и  $\sigma_x = f(\varepsilon_y)$  диаграммы деформирования при одноосном растяжении стеклопластика E-Glass/MY750 на основе стеклянных волокон Silenka E-glass и эпоксидного связующего MY750/HY917/DY063 со структурой ( $0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ$ ), представленные в рамках международного проекта “Third World-Wide Failure Exercise” (WWFE-III), посвященного сравнительной оценке различных моделей деформирования и разрушения ПКМ [2, стр. 85, табл. 14]. В указанной работе также приводятся экспериментальные значения физико-механических характеристик (ФМХ) использованных армирующих волокон [2, табл. 2, стр. 37], связующего [2, табл. 3, стр. 37] и выполненного из них однонаправленного материала [2, стр. 36, табл. 1].

Выбранные для исследования структура и вид нагружения ПКМ позволяют исключить из рассмотрения сдвиговые компоненты напряжений и деформаций, что упрощает задачу опреде-

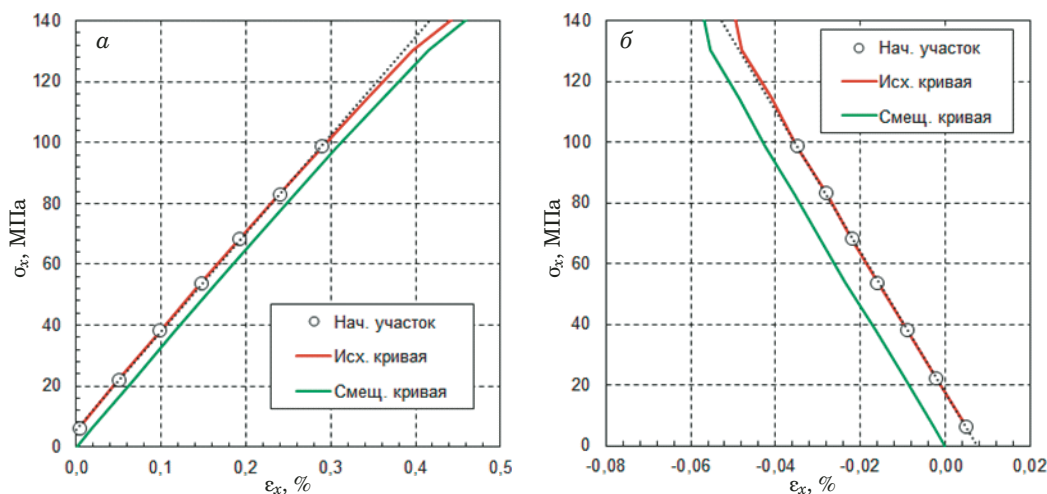


Рис. 1. Исходные и скорректированные диаграммы деформирования

Fig. 1. Correction of the initial stress-strain curve

ления НДС слоев и сокращает общее количество неизвестных параметров.

### Корректировка исходной диаграммы деформирования

Анализ исходной диаграммы деформирования показал, что начальные участки кривых, являющиеся практически линейными при значениях напряжения до 100 МПа, не проходят через начало координат (рис. 1). В связи с этим была проведена корректировка диаграммы путем изменения значений деформаций на величину смещения исходной кривой относительно нулевой координаты — на 0,018 % вправо для  $\varepsilon_x$  (см. рис. 1, а) и на 0,007 % влево для  $\varepsilon_y$  (см. рис. 1, б), наклон кривых не изменялся. Дальнейшие исследования проводились по откорректированной диаграмме деформирования.

### Задание начальных упругих характеристик материала

Наклоны начальных участков кривых экспериментальной диаграммы деформирования соответствуют следующим значениям упругих характеристик исследуемого ПКМ (верхний индекс 0 обозначает начальное значение величины):

$$E_x^0 = 32,3 \text{ ГПа}; \nu_{xy}^0 = 0,139. \quad (2)$$

В работе [2, стр. 36, табл. 1] представлены экспериментальные значения модулей упругости вдоль ( $E_1^0$ ) и поперек ( $E_2^0$ ) волокон, а также коэффициента Пуассона  $\nu_{12}^0$  однонаправленного материала E-Glass/MY750:

$$E_1^0 = 45,6 \text{ ГПа}; E_2^0 = 16,2 \text{ ГПа}; \nu_{12}^0 = 0,278. \quad (3)$$

Расчет по соотношениям механики многослойных ПКМ [1] с использованием (3) дает следующие значения:

$$E_x^0 = 31,1 \text{ ГПа}; \nu_{xy}^0 = 0,146. \quad (4)$$

Отличие между значениями характеристик (2) и (4) составляет не более 5 %, однако использование в расчетах исходных величин (3) приводит к тому, что в слоях  $0^\circ$  и  $90^\circ$  исследуемой структуры получаются существенно разные начальные значения модуля  $E_2^0$ : для первого слоя — 7,9 ГПа, а для второго — 19,1 ГПа. Такую разницу нельзя объяснить для целых слоев, выполненных из одинакового материала. В связи с этим начальные характеристики однонаправленного материала (3) требуют уточнения. Для этого использовали связь между техническими постоянными упругости и компонентами матрицы жесткости ПКМ:

$$E_x^0 = g_{xx}^0 - \frac{(g_{xy}^0)^2}{g_{yy}^0} = g_{xx}^0 - \nu_{xy}^0 g_{xy}^0; \quad \nu_{xy}^0 = \frac{g_{xy}^0}{g_{yy}^0}. \quad (5)$$

В общем случае для ортогонально-армированного ПКМ, состоящего из слоя  $0^\circ$  (верхний индекс «1») и слоя  $90^\circ$  (верхний индекс «2») с относительными толщинами  $\bar{h}^{(1)}$  и  $\bar{h}^{(2)} = 1 - \bar{h}^{(1)}$  соответственно, компоненты матрицы жесткости ПКМ выражаются через компоненты матрицы жесткости слоя [1]:

$$g_{xx}^0 = g_{11}^0 \bar{h}^{(1)} + g_{22}^0 (1 - \bar{h}^{(1)});$$

$$g_{xy}^0 = g_{12}^0 \bar{h}^{(1)} + g_{12}^0 (1 - \bar{h}^{(1)}) = g_{12}^0;$$

$$g_{yy}^0 = g_{22}^0 \bar{h}^{(1)} + g_{11}^0 (1 - \bar{h}^{(1)}). \quad (6)$$

Компоненты матрицы жесткости слоя связаны с его упругими характеристиками:

$$g_{11}^0 = \frac{E_1^0}{1 - v_{12}^0 v_{21}^0}; \quad g_{12}^0 = \frac{E_1^0 v_{21}^0}{1 - v_{12}^0 v_{21}^0} = g_{11}^0 v_{21}^0;$$

$$g_{22}^0 = \frac{E_2^0}{1 - v_{12}^0 v_{21}^0} = g_{11}^0 \frac{E_2^0}{E_1^0} = g_{11}^0 \frac{v_{21}^0}{v_{12}^0}. \quad (7)$$

Подставляя (6) и (7) в (5) и проведя преобразования, получим:

$$E_1^0 = \frac{E_x^0 (v_{12}^0 (1 - v_{12}^0 v_{xy}^0 (1 - \bar{h}^{(1)}) - v_{xy}^0 \bar{h}^{(1)})}{v_{12}^0 \bar{h}^{(1)} + v_{xy}^0 (1 - v_{12}^0 v_{xy}^0 (1 - \bar{h}^{(1)}) - 2\bar{h}^{(1)})};$$

$$E_2^0 = \frac{E_1^0 v_{xy}^0 (1 - \bar{h}^{(1)})}{v_{12}^0 - v_{xy}^0 \bar{h}^{(1)}}. \quad (8)$$

Выражения (5) – (8) справедливы при следующих допущениях о деформировании ПКМ и его слоев на начальном участке нагружения:

все слои ПКМ деформируются совместно и имеют одинаковые начальные упругие характеристики  $E_1^0; E_2^0; v_{12}^0$ ;

однонаправленный материал каждого слоя растягивается и сжимается вдоль и поперек волокон с одинаковыми модулями упругости:  $E_1^+ = E_1^- = E_1^0, E_2^+ = E_2^- = E_2^0$ ;

для каждого слоя выполняется условие симметрии матрицы жесткости однонаправленного материала:  $E_1^0 v_{21}^0 = E_2^0 v_{12}^0$ .

Таким образом, имеются два уравнения (8) и три неизвестных. В этом случае можно подобрать бесконечное множество наборов  $E_1^0, E_2^0, v_{12}^0$ , которые будут удовлетворять значениям (2). Такой подбор проводят путем задания одной из характеристик, например  $v_{12}^0$ , и вычисления остальных.

В целях оценки влияния начальных значений упругих характеристик на расчетное НДС слоев принимали во внимание, что для исследуемой структуры (0°/90°/90°/0°) относительная толщина

слоев 0° и 90° в ПКМ одинаковая ( $\bar{h}^{(1)} = \bar{h}^{(2)} = 0,5$ ), и выбирали три набора — (а), (б), (в) — начальных значений упругих характеристик (см. таблицу), удовлетворяющих значениям (2). Данные наборы в достаточно широком диапазоне варьируют начальные значения упругих характеристик материала E-Glass/MY750. Для каждого набора проведен расчет НДС слоев и ПКМ, а также выполнен сравнительный анализ полученных результатов.

### Уравнения для расчета НДС слоев ПКМ

Для ортогонально-армированного ПКМ средние деформации в системе координат слоев 0° и 90° определяются через средние деформации ПКМ:

$$\varepsilon_1^{(1)} = \varepsilon_2^{(2)} = \varepsilon_x;$$

$$\varepsilon_2^{(1)} = \varepsilon_1^{(2)} = \varepsilon_y. \quad (9)$$

Средние напряжения, действующие в  $i$ -м слое в его системе координат, составляют:

$$\sigma_1^{(i)} = g_{11}^{(i)} \varepsilon_1^{(i)} + g_{12}^{(i)} \varepsilon_2^{(i)};$$

$$\sigma_2^{(i)} = g_{12}^{(i)} \varepsilon_1^{(i)} + g_{22}^{(i)} \varepsilon_2^{(i)};$$

$$(i = 1; 2). \quad (10)$$

Использованные в (10) компоненты матрицы жесткости  $i$ -го слоя выражаются через его упругие характеристики согласно (7), при которых верхний индекс «0» заменяется индексами (1) и (2) соответственно для слоев 0° и 90°.

Средние напряжения, действующие в ПКМ, можно представить через напряжения, действующие в слоях:

$$\sigma_x = \sigma_1^{(1)} \bar{h}^{(1)} + \sigma_2^{(2)} (1 - \bar{h}^{(1)});$$

$$\sigma_y = \sigma_2^{(1)} \bar{h}^{(1)} + \sigma_1^{(2)} (1 - \bar{h}^{(1)}) = 0. \quad (11)$$

Для вычисления средних напряжений в слоях (11) необходимо в каждой точке экспериментальной диаграммы деформирования определить текущие упругие характеристики слоев через аналогичные характеристики ПКМ. Используем со-

Наборы (а), (б), (в) начальных упругих характеристик материала E-Glass/MY750

Sets (a), (b), (c) of the initial elastic properties of the material (E-Glass/MY750)

Обозначение набора	$E_1^0$ , ГПа [процент от значения (3)]	$E_2^0$ , ГПа [процент от значения (3)]	$v_{12}^0$ [процент от значения (3)]
(а)	45,6 [100 %]	18,7 [115 %]	0,239 [86 %]
(б)	47,9 [105 %]	16,2 [100 %]	0,275 [99 %]
(в)	49,7 [109 %]	14,3 [89 %]	0,310 [112 %]

отношения между техническими постоянными упругости и коэффициентами матрицы жесткости ортотропного материала:

$$E_x = g_{xx} - \frac{(g_{xy})^2}{g_{yy}} = g_{xx} - \nu_{xy}g_{xy}; \quad E_y = g_{yy} - \frac{(g_{xy})^2}{g_{xx}} = g_{yy} - \nu_{yx}g_{xy};$$

$$\nu_{xy} = g_{xy}/g_{yy}; \quad \nu_{yx} = g_{xy}/g_{xx}; \quad E_x\nu_{yx} = E_y\nu_{xy}. \quad (12)$$

Выразим компоненты матрицы жесткости ПКМ через соответствующие компоненты матрицы жесткости слоев  $0^\circ$  и  $90^\circ$ :

$$g_{xx} = g_{11}^{(1)}\bar{h}^{(1)} + g_{22}^{(2)}(1 - \bar{h}^{(1)}); \quad g_{xy} = g_{12}^{(1)}\bar{h}^{(1)} + g_{12}^{(2)}(1 - \bar{h}^{(1)}); \quad g_{yy} = g_{22}^{(1)}\bar{h}^{(1)} + g_{11}^{(2)}(1 - \bar{h}^{(1)}). \quad (13)$$

После подстановки (13) в (12) и преобразований получим систему уравнений:

$$g_{11}^{(1)}(1 - \nu_{xy}\nu_{21}^{(1)})\bar{h}^{(1)} + g_{11}^{(2)}\frac{\nu_{21}^{(2)}}{\nu_{12}^{(2)}}(1 - \nu_{xy}\nu_{12}^{(2)})(1 - \bar{h}^{(1)}) = E_x;$$

$$g_{11}^{(1)}\frac{\nu_{21}^{(1)}}{\nu_{12}^{(1)}}(\nu_{12}^{(1)} - \nu_{xy})\bar{h}^{(1)} + g_{11}^{(2)}(\nu_{21}^{(2)} - \nu_{xy})(1 - \bar{h}^{(1)}) = 0. \quad (14)$$

Используем параметры эффективной жесткости  $i$ -го слоя ПКМ по аналогии с работой [1]:

$$\psi_1^{(i)} = \frac{E_1^{(i)}}{E_1^0} = \frac{\nu_{12}^{(i)}}{\nu_{12}^0}; \quad \psi_1^{(i)} = f(\varepsilon_1^{(i)'}); \quad \varepsilon_1^{(i)'} = \varepsilon_1^{(i)} + \nu_{21}^{(i)}\varepsilon_1^{(i)};$$

$$\psi_2^{(i)} = \frac{E_2^{(i)}}{E_2^0} = \frac{\nu_{21}^{(i)}}{\nu_{21}^0}; \quad \psi_2^{(i)} = f(\varepsilon_2^{(i)'}); \quad \varepsilon_2^{(i)'} = \varepsilon_2^{(i)} + \nu_{12}^{(i)}\varepsilon_1^{(i)} \quad (i = 1; 2). \quad (15)$$

Параметры  $\psi_1^{(i)}$  и  $\psi_2^{(i)}$  показывают текущий уровень секущих упругих характеристик  $i$ -го слоя соответственно вдоль и поперек волокон. Значение параметра, равное 1, соответствует начальному значению упругой характеристики, а значение 0 — состоянию слоя, при котором он не способен воспринимать нагрузку в рассматриваемом направлении. Равенство параметров эффективной жесткости для секущих модулей упругости и коэффициентов Пуассона соответствующих направлений следует из выполнения условия симметрии матрицы жесткости однонаправленного материала:  $E_1^{(i)}\nu_{21}^{(i)} = E_2^{(i)}\nu_{12}^{(i)}$ . Параметры  $\psi_1^{(i)}$  и  $\psi_2^{(i)}$  соотносятся друг с другом следующим образом:

$$g_{11}^{(i)} = \frac{E_1^0\psi_1^{(i)}}{1 - \nu_{12}^0\psi_1^{(i)}\nu_{21}^0\psi_2^{(i)}} \Rightarrow \psi_2^{(i)} = \frac{g_{11}^{(i)} - E_1^0\psi_1^{(i)}}{\nu_{12}^0\nu_{21}^0g_{11}^{(i)}\psi_1^{(i)}} \quad (i = 1; 2). \quad (16)$$

Из (14) – (16) получим выражения для расчета  $\psi_2^{(i)}$ :

$$\psi_2^{(1)} = \frac{\nu_{12}^0\psi_1^{(2)}(E_1^0(\nu_{xy}(1 - \bar{h}^{(1)}) + \nu_{12}^0\psi_1^{(1)}\bar{h}^{(1)}) - E_x\nu_{12}^0)}{\nu_{21}^0(E_1^0(\nu_{12}^0\psi_1^{(1)}(\nu_{xy}\nu_{12}^0\psi_1^{(2)} + \bar{h}^{(1)}) - \nu_{xy}\bar{h}^{(1)}) - E_x(\nu_{12}^0)^3\psi_1^{(1)}\psi_1^{(2)})};$$

$$\psi_2^{(2)} = \frac{\nu_{12}^0(E_x - E_1^0\psi_1^{(1)}(\nu_{xy}\nu_{12}^0\psi_1^{(2)}(1 - \bar{h}^{(1)}) + \bar{h}^{(1)}))}{\nu_{21}^0(E_1^0(1 - \nu_{12}^0\psi_1^{(2)}(\nu_{xy}(1 - \bar{h}^{(1)}) + \nu_{12}^0\psi_1^{(1)}) - \bar{h}^{(1)}) + E_x(\nu_{12}^0)^2\psi_1^{(2)}}. \quad (17)$$

Для определения  $\psi_1^{(i)}$  следует задать дополнительные условия. Наблюдения испытаний и теоретический анализ НДС при растяжении ортогонально-армированного ПКМ свидетельствуют о следующем:

слои  $0^\circ$  и  $90^\circ$  находятся в двухосном НДС: в слое  $0^\circ$  действуют растягивающие напряжения вдоль и поперек волокон, а в слое  $90^\circ$  — сжимающие вдоль волокон и растягивающие поперек волокон напряжения, при этом их суммарный уровень в слое  $0^\circ$  значительно выше, чем в слое  $90^\circ$ ;

слои  $0^\circ$  и  $90^\circ$  совместно воспринимают внешнюю растягивающую нагрузку, перераспределяя ее между собой пропорционально своей жесткости в направлении нагружения;

в случае снижения поперечных упругих характеристик слоя  $90^\circ$  до нуля внешнюю нагрузку воспринимает только слой  $0^\circ$ ;

в направлении поперек приложения нагрузки напряжения, действующие в слоях  $0^\circ$  и  $90^\circ$ , уравниваются друг друга (значения пропорциональны жесткости слоев в рассматриваемом направлении и противоположны по знаку);

на протяжении всего процесса нагружения исследуемой структуры уровень сжимающих напряжений вдоль волокон в слое  $90^\circ$  остается низким (не более 10 % от предела прочности).

Исходя из вышеуказанного, были заданы следующие условия:

продольные упругие характеристики слоя  $90^\circ$  на протяжении всего процесса деформирования ПКМ сохраняют свои начальные значения ( $\psi_1^{(2)} = 1$ );

продольные упругие характеристики слоя  $0^\circ$  сохраняют свои начальные значения ( $\psi_1^{(1)} = 1$ ) до тех пор, пока поперечные упругие характеристики слоя  $90^\circ$  не станут принимать отрицательные значения ( $\psi_2^{(2)} < 0$ ), в последнем случае принимается  $\psi_2^{(2)} = 0$ , а параметр  $\psi_1^{(1)}$  становится переменным.

Указанные условия отчасти могут быть некорректными в ситуации, когда процессы трещинообразования в слоях  $90^\circ$  и  $0^\circ$  оказывают существенное влияние на снижение продольных упругих характеристик смежных слоев, в том числе до наступления условия  $\psi_2^{(2)} < 0$ . Так, например, в [23] показано, что при циклическом нагружении ортогонально-армированных ПКМ в местах расположения поперечных трещин в слоях  $90^\circ$  обнаружены локальные разрывы волокон смежных слоев  $0^\circ$ , которые снижали продольные прочностные и упругие характеристики последних. Кроме того, при больших циклах нагружения возникшие в слоях  $0^\circ$  и  $90^\circ$  продольные и поперечные трещины в местах своего пересечения приводили к образованию локальных межслоевых расслоений, в этом случае допущение о совместности деформирования слоев ПКМ в этих местах не выполняется. Это значит, что результаты расчета НДС слоев в конечных точках диаграммы деформирования могут быть менее достоверными, чем в начальных. Как отмечалось ранее, в рамках данной работы рассматривается осредненная картина НДС слоев, в которых локальные дефекты равномерно распределены по всему объему ПКМ. Для анализа влияния снижения продольных упругих характеристик слоя  $0^\circ$  на результаты расчета можно задать  $\psi_1^{(1)} < 1$  до наступления условия  $\psi_2^{(2)} < 0$ .

В соответствии с вышеизложенным при расчете НДС исследуемой структуры в каждой точке диаграммы деформирования на первом этапе задаются  $\psi_1^{(i)} = 1$ , а  $\psi_2^{(i)}$  рассчитываются по (17). Если получается  $\psi_2^{(2)} \geq 0$ , то вычисления в данной точке считаются корректными. Если  $\psi_2^{(2)} < 0$ , то принимается  $\psi_2^{(2)} = 0$ , а  $\psi_1^{(1)}$  и  $\psi_2^{(1)}$  пересчитываются по следующим формулам:

$$\psi_1^{(1)} = \frac{E_x}{E_1^0 (v_{xy} v_{12}^0 \psi_1^{(2)} (1 - \bar{h}^{(1)} + \bar{h}^{(1)}))};$$

$$\psi_2^{(1)} = \frac{E_x - E_1^0 \psi_1^{(1)} \bar{h}^{(1)}}{\psi_1^{(1)} v_{21}^0 (E_x v_{12}^0 - E_1^0 v_{xy} \bar{h}^{(1)})}. \quad (18)$$

Для оценки уровня текущих упругих характеристик ПКМ в процессе его нагружения по аналогии со слоями вводятся параметры эффективной жесткости ПКМ:

$$\Psi_{E_x} = \frac{E_x}{E_x^0}; \Psi_{E_y} = \frac{E_y}{E_y^0}; \Psi_{v_{xy}} = \frac{v_{xy}}{v_{xy}^0}; \Psi_{v_{yx}} = \frac{v_{yx}}{v_{yx}^0}. \quad (19)$$

### Алгоритм расчета НДС слоев ПКМ

НДС слоев ПКМ рассчитывается согласно приведенному ниже алгоритму.

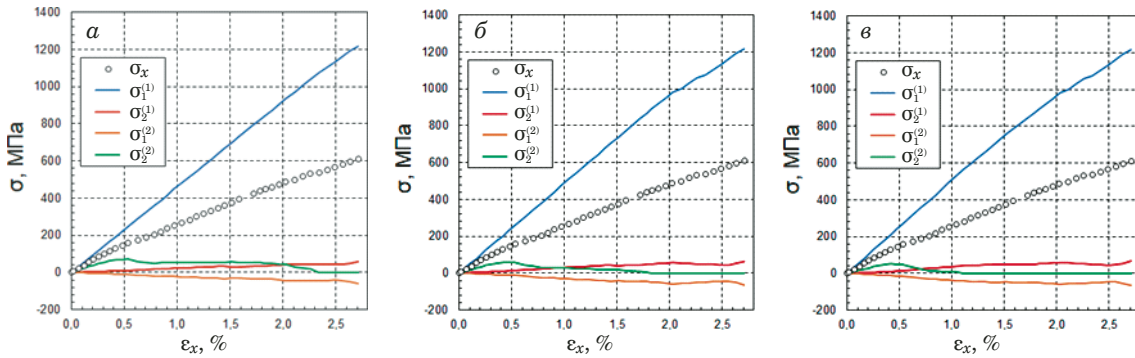
1. На экспериментальных кривых диаграммы деформирования исследуемого ПКМ (при необходимости откорректированных с учетом особенностей проведения испытаний и ошибок измерения [24]) с относительно небольшим шагом выбираются точки со значениями деформаций  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_y$  и напряжения  $\sigma_x$ . В рассматриваемом примере шаг соответствует табличным значениям, приведенным в [2, стр. 85, табл. 14].

2. Экспериментально определяются начальные значения упругих характеристик  $E_1^0, E_2^0, v_{12}^0$  однонаправленного материала, из которого выполнены слои ПКМ. По наклону начальных участков экспериментальных кривых деформирования  $\sigma_x = f(\varepsilon_x)$  и  $\sigma_y = f(\varepsilon_y)$  определяются значения начальных упругих характеристик ПКМ —  $E_x^0$  и  $v_{xy}^0$ . Если в результате расчета НДС слоев на начальном участке получаются существенно разные значения упругих характеристик слоев  $0^\circ$  и  $90^\circ$ , то по (8) задаются несколько наборов начальных значений  $E_1^0, E_2^0, v_{12}^0$  для оценки их влияния на расчетное НДС слоев и ПКМ.

3. Для каждого набора начальных значений упругих характеристик однонаправленного материала во всех точках диаграммы деформирования рассчитываются следующие параметры:

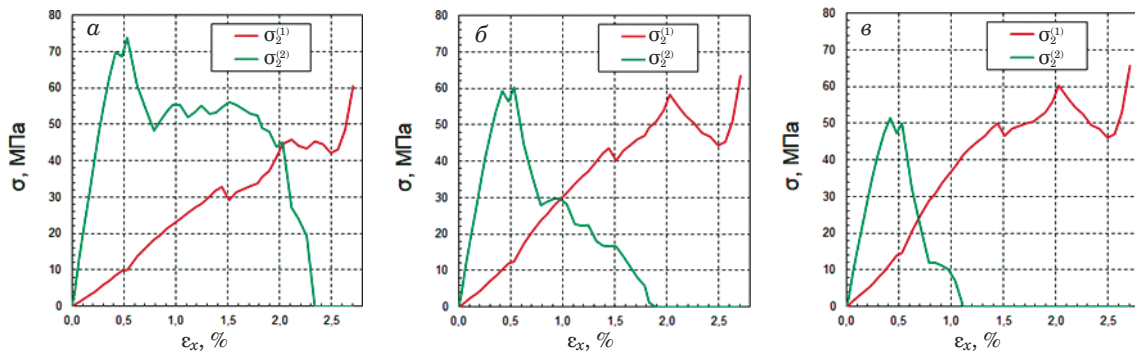
средние деформации слоев  $\varepsilon_1^{(i)}, \varepsilon_2^{(i)}$  — по (9),  $\varepsilon_1^{(i)'}, \varepsilon_2^{(i)'}$  — по (15);

текущие упругие характеристики ПКМ  $E_x, v_{xy}$  из (1);



**Рис. 2.** Зависимости напряжений  $\sigma_x, \sigma_1^{(i)}, \sigma_2^{(i)}$  от деформации  $\epsilon_x$ : а – в — для наборов (а), (б), (в) соответственно

**Fig. 2.** Dependences of stresses  $\sigma_x, \sigma_1^{(i)}, \sigma_2^{(i)}$  on the deformation  $\epsilon_x$  for sets (a), (b), (c)



**Рис. 3.** Зависимости напряжений  $\sigma_2^{(i)}$  от деформации  $\epsilon_x$ : а – в — для наборов (а), (б), (в) соответственно

**Fig. 3.** Dependences of stresses  $\sigma_2^{(i)}$  on the deformation  $\epsilon_x$  for sets (a), (b), (c)

$\psi_2^{(i)}$  — по (17) при  $\psi_1^{(i)} = 1$ ; если  $\psi_2^{(2)} < 0$ , то принимается  $\psi_2^{(2)} = 0$  и проводится пересчет  $\psi_1^{(1)}$  и  $\psi_2^{(1)}$  по (18);

секущие упругие характеристики слоев  $E_1^{(i)}, E_2^{(i)}, \nu_{12}^{(i)}, \nu_{21}^{(i)}$  — по (15), при этом должно соблюдаться соотношение  $E_1^{(i)} \nu_{21}^{(i)} = E_2^{(i)} \nu_{12}^{(i)}$ ;

действующие в слоях средние напряжения  $\sigma_1^{(i)}, \sigma_2^{(i)}$  — по (10);

действующие в ПКМ средние напряжения  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  — по (11), при этом  $\sigma_x$  должно совпасть с экспериментальными значениями, а  $\sigma_y = 0$ ;

секущие упругие характеристики ПКМ  $E_x, E_y, \nu_{xy}, \nu_{yx}$  — по (12), при этом  $E_x, \nu_{xy}$  должны совпасть с (1), а также необходимо выполнение соотношения  $E_x \nu_{yx} = E_y \nu_{xy}$ ;

параметры эффективной жесткости ПКМ  $\Psi_{E_x}, \Psi_{E_y}, \Psi_{\nu_{xy}}, \Psi_{\nu_{yx}}$  — по (19).

Предложенный алгоритм может использоваться для ортогонально-армированного ПКМ с любым соотношением относительных толщин слоев  $0^\circ$  и  $90^\circ$ .

## Результаты расчета НДС слоев ПКМ

На рис. 2 – 9 представлены расчетные зависимости НДС слоев и ПКМ со структурой  $(0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ)$  при одноосном растяжении для на-

боров (а), (б), (в) начальных значений упругих характеристик материала E-Glass/MY750 (см. таблицу):

напряжений  $\sigma_x, \sigma_1^{(i)}, \sigma_2^{(i)}$  от деформаций  $\epsilon_x$  (см. рис. 2, 3) и  $\epsilon_1^{(i)'}, \epsilon_2^{(i)'}$  (см. рис. 4 – 6);

параметров  $\Psi_{E_x}, \Psi_{E_y}, \Psi_{\nu_{xy}}, \Psi_{\nu_{yx}}$  от деформации  $\epsilon_x$  (см. рис. 7);

параметров  $\psi_1^{(i)}, \psi_2^{(i)}$  от деформаций  $\epsilon_x$  (см. рис. 8) и  $\epsilon_1^{(i)'}, \epsilon_2^{(i)'}$  (см. рис. 9).

## Анализ полученных результатов

Для выбранных наборов (а), (б), (в) начальных значений упругих характеристик материала E Glass/MY750 получены качественно одинаковые картины НДС слоев и ПКМ.

**НДС слоя  $90^\circ$ .** Растягивающее поперечное напряжение  $\sigma_2^{(2)}$  действует в направлении нагрузки и на начальном участке диаграммы возрастает до максимального значения 50 – 70 МПа, затем слабо изменяется на небольшом «плато», после чего снижается до нуля на среднем участке и далее остается равным нулю до конца нагружения (см. рис. 2, 3, 5, 6).

Начальный участок для всех наборов близок к линейному и имеет одинаковую длину  $\epsilon_x \in [0\%; 0,4\%]$ , «плато» находится в интервале деформации  $\epsilon_x \in (0,4\%; 0,5\%)$ .

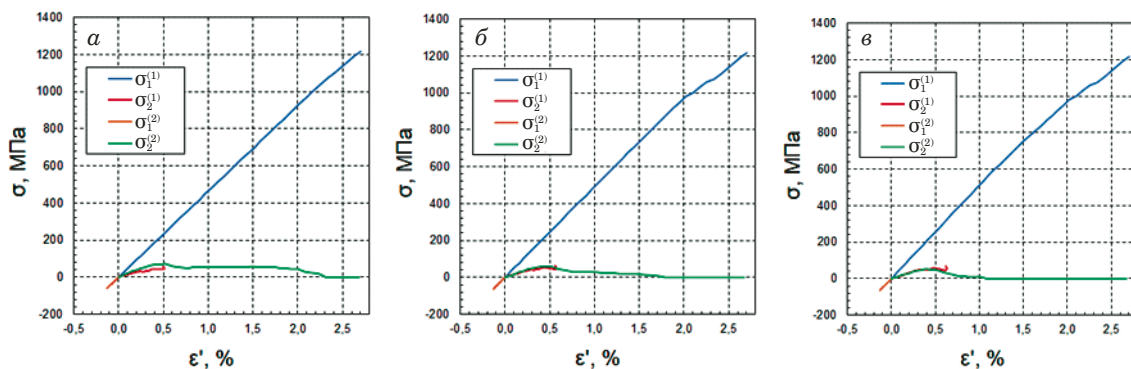


Рис. 4. Зависимости напряжений  $\sigma_1^{(i)}, \sigma_2^{(i)}$  от деформаций  $\epsilon_1^{(i)}, \epsilon_2^{(i)}$ : а – в — для наборов (а), (б), (в) соответственно

Fig. 4. Dependences of stresses  $\sigma_1^{(i)}, \sigma_2^{(i)}$  on deformations  $\epsilon_1^{(i)}, \epsilon_2^{(i)}$  for sets (a), (b), (c)

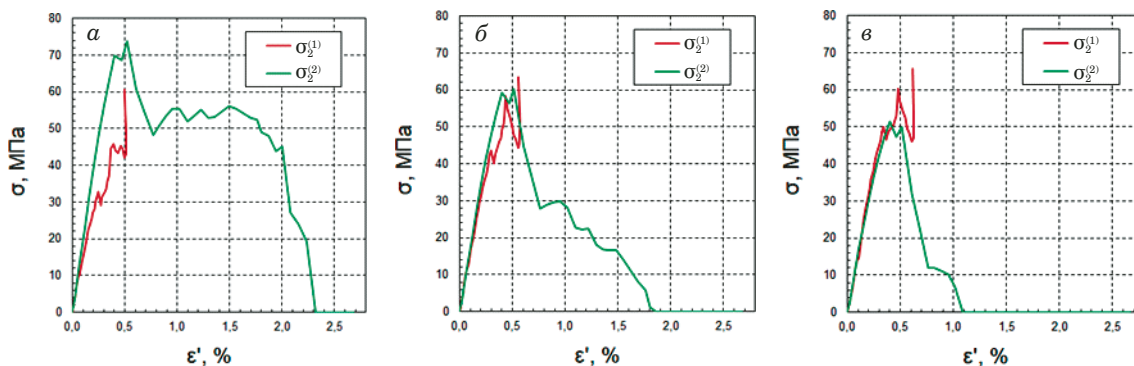


Рис. 5. Зависимости напряжений  $\sigma_2^{(i)}$  от деформаций  $\epsilon_2^{(i)}$ : а – в — для наборов (а), (б), (в) соответственно

Fig. 5. Dependences of stresses  $\sigma_2^{(i)}$  on deformations  $\epsilon_2^{(i)}$  for sets (a), (b), (c)

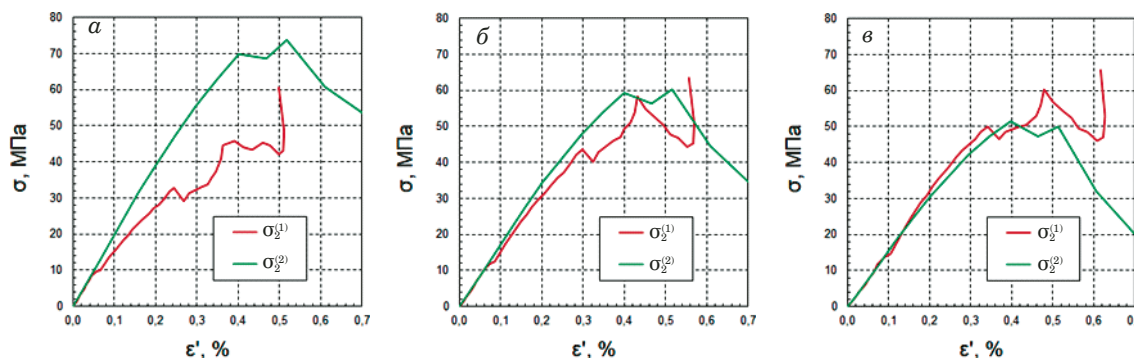


Рис. 6. Начальные участки зависимостей напряжений  $\sigma_2^{(i)}$  от деформаций  $\epsilon_2^{(i)}$ : а – в — для наборов (а), (б), (в) соответственно

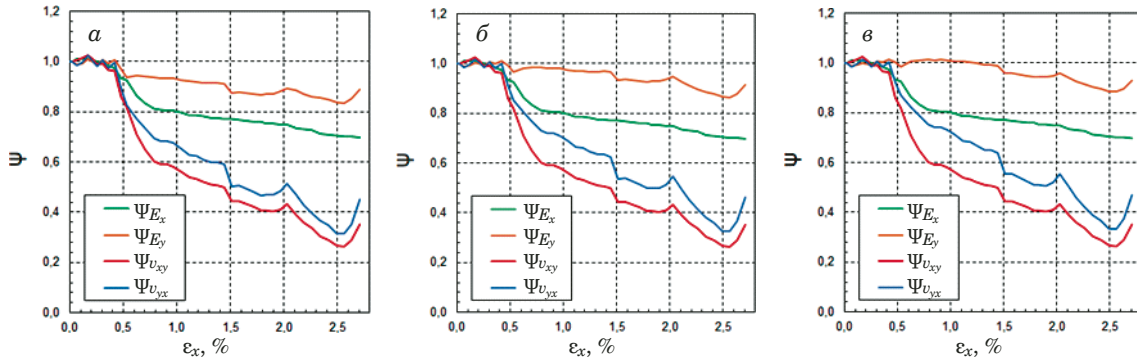
Fig. 6. Initial section of the dependence of stresses  $\sigma_2^{(i)}$  on deformations  $\epsilon_2^{(i)}$  for sets (a), (b), (c)

Участок снижения напряжения  $\sigma_2^{(2)}$  имеет ступенчатый характер, его длина зависит от набора: наибольшая для (а) —  $\epsilon_x \in (0,5\%; 2,3\%]$ , средняя для (б) —  $\epsilon_x \in (0,5\%; 1,9\%]$ , наименьшая для (в) —  $\epsilon_x \in (0,5\%; 1,1\%]$ . Окончание диаграммы нагружения соответствует максимальной деформации  $\epsilon_x = 2,7\%$ .

Поперечные упругие характеристики слоя  $\psi_2^{(2)}$  слабо изменяются на начальном участке, на среднем участке наблюдается ярко выраженное

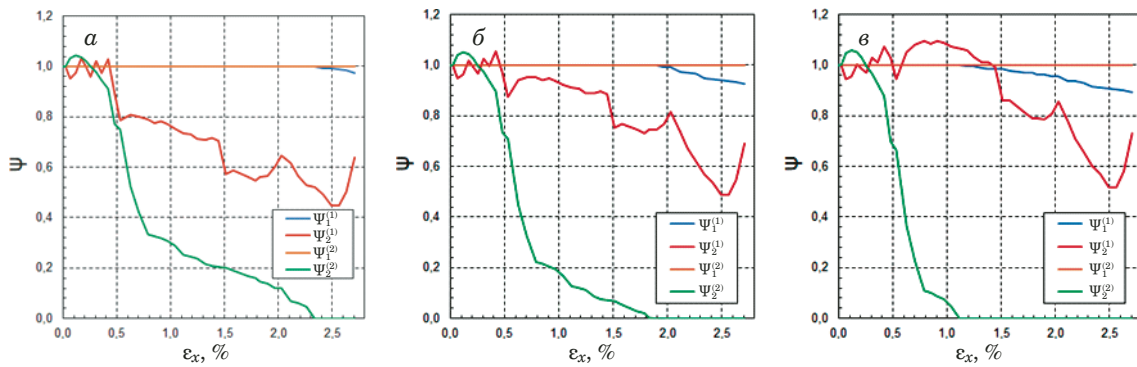
двухэтапное снижение характеристик: сначала резкое — до 10–30 % при деформации  $\epsilon_x = 0,8\%$ , а затем более плавное — до нуля (см. рис. 8, 9).

Сжимающее продольное напряжение  $\sigma_1^{(2)}$  действует поперек направления нагрузки и изменяется зеркально (равно по значению и противоположно по знаку) растягивающему поперечному напряжению  $\sigma_2^{(1)}$  слоя  $0^\circ$  (см. ниже). Максимальное значение напряжения 60–65 МПа достига-



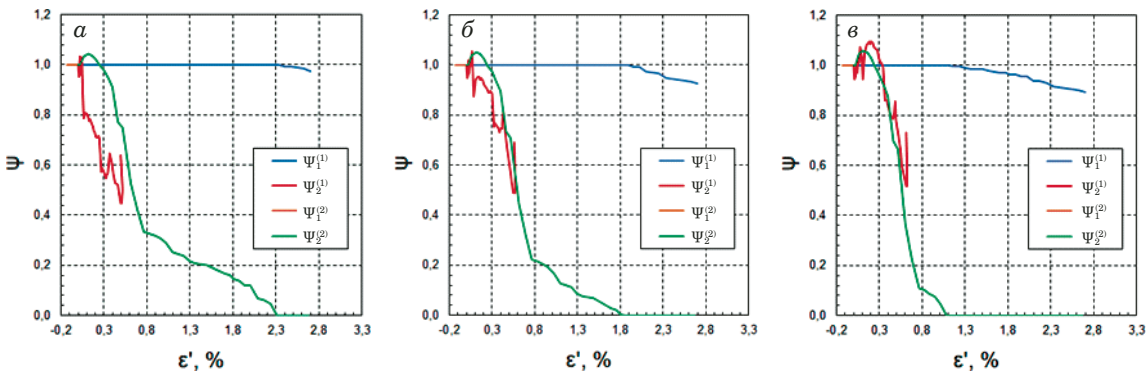
**Рис. 7.** Зависимости параметров  $\Psi_{E_x}, \Psi_{E_y}, \Psi_{v_{xy}}, \Psi_{v_{yx}}$  от деформации  $\varepsilon_x$ : а – в — для наборов (а), (б), (в) соответственно

**Fig. 7.** Dependences of parameters  $\Psi_{E_x}, \Psi_{E_y}, \Psi_{v_{xy}}, \Psi_{v_{yx}}$  on the deformation  $\varepsilon_x$  for sets (a), (b), (c)



**Рис. 8.** Зависимости параметров  $\psi_1^{(i)}, \psi_2^{(i)}$  от деформаций  $\varepsilon_x$ : а – в — для наборов (а), (б), (в) соответственно

**Fig. 8.** Dependences of parameters  $\sigma_1^{(i)}, \sigma_2^{(i)}$  on the deformations  $\varepsilon_x$  for sets (a), (b), (c)



**Рис. 9.** Зависимости параметров  $\psi_1^{(i)}, \psi_2^{(i)}$  от деформаций  $\varepsilon_1^{(i)'}, \varepsilon_2^{(i)'}$ : а – в — для наборов (а), (б), (в) соответственно

**Fig. 9.** Dependences of parameters  $\sigma_1^{(i)}, \sigma_2^{(i)}$  on deformations  $\varepsilon_1^{(i)'}, \varepsilon_2^{(i)'}$  for sets (a), (b), (c)

ется в конце нагружения, что существенно ниже предела прочности материала при сжатии вдоль волокон, равного 800 МПа [2, стр. 36, табл. 1].

Продольные упругие характеристики слоя  $\psi_1^{(2)}$  сохраняют начальные значения на протяжении всего процесса нагружения исследуемой структуры (см. рис. 8, 9).

НДС слоя  $0^\circ$ . Растягивающее поперечное напряжение  $\sigma_2^{(1)}$  действует поперек направления нагрузки и возрастает до значения 45 – 60 МПа

в интервале деформации  $\varepsilon_x \in [0\%; 2,0\%]$  с локальным сдвигом при деформации  $\varepsilon_x = 0,5\%$  (согласуется с максимумом напряжения  $\sigma_2^{(2)}$ ) и локальным спадом при деформации  $\varepsilon_x = 1,5\%$  (связь с напряжением  $\sigma_2^{(2)}$  не прослеживается), затем слабо снижается в интервале деформации  $\varepsilon_x \in (2,0\%; 2,5\%]$  и далее резко возрастает до значения 60 – 65 МПа при максимальной деформации  $\varepsilon_x = 2,7\%$  (см. рис. 2, 3, 5, 6).

Наклоны кривых деформирования  $\sigma_2^{(1)} = f(\varepsilon_2^{(1)'})$  и  $\sigma_2^{(2)} = f(\varepsilon_2^{(2)'})$ , а также их максимумы для разных наборов соотносятся следующим образом (см. рис. 5, 6): для (а) наклон  $\sigma_2^{(2)}$  более крутой, чем наклон  $\sigma_2^{(1)}$ ,  $\sigma_2^{(2)} > \sigma_2^{(1)}$ ; для (б) наклон  $\sigma_2^{(2)}$  примерно равен наклону  $\sigma_2^{(1)}$ ,  $\sigma_2^{(2)} \approx \sigma_2^{(1)}$ ; для (в) наклон  $\sigma_2^{(2)}$  менее крутой, чем наклон  $\sigma_2^{(1)}$ ,  $\sigma_2^{(2)} < \sigma_2^{(1)}$ .

Учитывая, что максимальное напряжение  $\sigma_2^{(2)}$  в слое  $90^\circ$  достигается в первой части диаграммы, а аналогичное  $\sigma_2^{(1)}$  в слое  $0^\circ$  — во второй ее части (в это время в слое  $90^\circ$  происходит интенсивный процесс трещинообразования), более достоверными следует полагать кривые для наборов (а) и (б), в то время как наклоны кривых для набора (в) требуют объяснения (поперечные упругие характеристики слоя  $0^\circ$  выше, чем слоя  $90^\circ$ ).

Также следует отметить, что для всех наборов максимальные значения поперечных напряжений  $\sigma_2^{(i)}$  заметно выше предела прочности материала при растяжении поперек волокон, равного 40 МПа [2, стр. 36, табл. 1], из чего следует полагать, что реальный предел прочности исследуемого материала находился на уровне 60 – 70 МПа.

Поперечные упругие характеристики слоя  $\psi_2^{(1)}$  слабо изменяются на начальном участке, далее наблюдается их скачкообразное снижение до 45 – 50 % при деформации  $\varepsilon_x = 2,5\%$ , а в конце диаграммы — резкий рост до 60 – 70 % (см. рис. 8, 9).

Растягивающее продольное напряжение  $\sigma_1^{(1)}$  действует в направлении нагрузки и возрастает сначала по линейному закону, а затем по нелинейному — до максимального значения 1218 МПа в точке разрушения, что составляет 95 % от предела прочности материала при растяжении вдоль волокон, равного 1280 МПа [2, стр. 36, табл. 1]. Линейный участок имеет разную длину в зависимости от набора: наибольшую для (а) —  $\varepsilon_x \in [0\%; 2,3\%]$ , среднюю для (б) —  $\varepsilon_x \in [0\%; 1,9\%]$  и наименьшую для (в) —  $\varepsilon_x \in [0\%; 1,1\%]$ , что согласуется с точкой диаграммы, в которой наступает условие  $\sigma_2^{(2)} = 0$ .

Продольные упругие характеристики слоя  $\psi_1^{(1)}$  сохраняют начальные значения на линейном участке и затем слабо снижаются до 89 – 97 % (см. рис. 8, 9).

**НДС ПКМ.** Расчетная кривая продольного напряжения  $\sigma_x$  от деформации  $\varepsilon_x$ , а также расчетные значения текущих упругих характеристик ПКМ  $E_x$  и  $\nu_{xy}$  соответствуют экспериментальной диаграмме деформирования исследуемого ПКМ.

Модуль упругости  $E_x$  (параметр  $\psi_{E_x}$ ) на начальном участке  $\varepsilon_x \in [0\%; 0,4\%]$  сохраняет начальное значение, далее наблюдается ярко выраженное двухэтапное снижение характеристики:

сначала резкое до 80 % при деформации  $\varepsilon_x = 0,7\%$ , а затем более плавное до 70 % при максимальной деформации (см. рис. 7).

Модуль упругости  $E_y$  (параметр  $\psi_{E_y}$ ) также на первом этапе сохраняет начальное значение, далее снижается постепенно (с локальными скачками значений) до 80 – 85 % при деформации  $\varepsilon_x = 2,5\%$ , а в конце диаграммы резко возрастает до 90 – 95 % (см. рис. 7).

Коэффициенты Пуассона  $\nu_{xy}$  и  $\nu_{yx}$  (параметры  $\psi_{\nu_{xy}}$  и  $\psi_{\nu_{yx}}$ ) качественно изменяются по близким законам ( $\psi_{\nu_{xy}}$  снижается сильнее, чем  $\psi_{\nu_{yx}}$ ): на участке  $\varepsilon_x \in [0\%; 0,4\%]$  сохраняют начальные значения, далее скачкообразно снижаются до 25 – 35 % при деформации  $\varepsilon_x = 2,5\%$ , а в конце диаграммы резко возрастают до 35 – 45 % (см. рис. 7).

## Заключение

Предложенный метод позволяет провести расчет НДС слоев ортогонально-армированного ПКМ на основе экспериментальной диаграммы деформирования при одноосном растяжении. Суть метода заключается в решении системы двух уравнений, описывающих экспериментальные кривые  $\sigma_x = f(\varepsilon_x)$  и  $\sigma_x = f(\varepsilon_y)$ . Предполагается, что в процессе деформирования ПКМ возникающие в его слоях повреждения распределяются равномерно по всему объему. В этом случае текущие упругие характеристики ПКМ и его слоев в каждой точке диаграммы деформирования показывают текущий средний уровень свойств материала, с помощью которых по соотношениям механики многослойных ПКМ рассчитываются средние напряжения и деформации в слоях (без учета краевых эффектов). Для проведения расчета необходимо задать начальные значения упругих характеристик однонаправленного материала слоев. Предложенный алгоритм может использоваться для ортогонально-армированного ПКМ с любым соотношением относительных толщин слоев  $0^\circ$  и  $90^\circ$ .

В работе получено расчетное НДС слоев структуры  $(0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ)$  из стеклопластика E-Glass/MY750 с использованием экспериментальных данных из [2]. Расчеты, выполненные для трех наборов начальных значений упругих характеристик исследуемого материала, показали качественно одинаковые результаты.

Поперечное растягивающее напряжение в слое  $90^\circ$  достигает максимума в первой половине диаграммы деформирования, а затем снижается до нуля. Аналогичное напряжение в слое  $0^\circ$  достигает максимума в точке разрушения исследуемой структуры. Выявлено, что максимальные расчетные значения поперечных напряжений, действующих в слоях  $0^\circ$  и  $90^\circ$ , заметно превыша-

ют указанный в [2] предел прочности материала при растяжении поперек волокон.

Продольное растягивающее напряжение в слое  $0^\circ$  достигает максимума в точке разрушения и соответствует 95 % от значения предела прочности материала при растяжении вдоль волокон. Продольное сжимающее напряжение в слое  $90^\circ$  находится на низком уровне на протяжении всего процесса деформирования исследуемой структуры.

Результаты работы рекомендуется использовать для разработки моделей поведения слоев с трещинами в матрице при нагружении ПКМ.

### Финансирование работы

Дополнительных источников финансирования, в частности грантов, на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

### Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### ЛИТЕРАТУРА (REFERENCES)

1. **Alfutov N. A., Zinoviev P. A., Popov B. G.** Calculation of multilayer plates and shells of composite materials. — Moscow: Mashinostroenie, 1984. — 264 p. [in Russian].
2. **Hinton M. J., Kaddour A. S., Soden P. D.** Failure criteria in fibre reinforced polymer composites: The World-Wide Failure Exercise. — Elsevier Ltd., 2004. — 1268 p. DOI: 10.1016/B978-0-080-44475-8.X5000-8
3. **Garnich M. R., Akula V. M. K.** Review of degradation models for progressive failure analysis of fiber reinforced polymer composites / *Applied Mechanics Reviews*. 2009. Vol. 62. N 1. P. 010801.1 – 010801.33. DOI: 10.1115/1.3013822
4. **Fedulov B. N., Fedorenko A. N., Kantor M. M., et al.** Failure analysis of laminated composites based on degradation parameters / *Meccanica*. 2017. Vol. 53. P. 359 – 372. DOI: 10.1007/s11012-017-0735-9
5. **Ruslantsev A. N., Dumansky A. M.** Model of nonlinear deformation and damage accumulation in polymer composites / *Nauka Obraz. MGTU im. N. E. Bauman*. 2014. N 2. P. 324 – 331 [in Russian]. DOI: 10.7463/0214.0687567
6. **Malakhov A. V., Polilov A. N., Tian X.** Progressive failure analysis of variable stiffness composite structures / *AIP Conference Proceedings*. 2018. P. 030038-1 – 030038-4. DOI: 10.1063/1.5084399
7. **Zhao L., Qin T., Zhang J., Chen Y.** 3D gradual material degradation model for progressive damage analyses of unidirectional composite materials / *Mathematical Problems in Engineering*. 2015. Vol. 2015. P. 1 – 11. DOI: 10.1155/2015/145629
8. **Qin T., Zhao L., Xu J., Liu F., Zhang J.** Model of CEL for 3D Elements in PDMs of Unidirectional Composite Structures / *Computer Modeling in Engineering & Sciences*. 2019. Vol. 118. N 1. P. 157 – 176. DOI: 10.31614/cmescs.2019.04379
9. **Mohammadi M., Sadeghi A.** Initial and progressive failure analysis of a composite pyramidal lattice cylinder under axial loading: A comparison with experimental results / *Journal of Composite Materials*. 2020. Vol. 54. P. 4947 – 4957. DOI: 10.1177/0021998320942949
10. **De Luca A., Caputo F.** A review on analytical failure criteria for composite materials / *AIMS Materials Science*. 2017. Vol. 4. Issue 5. P. 1165 – 1185. DOI: 10.3934/mat.2017.5.1165
11. **Meon M. S., Rao M., Schröder K.** Numerical Prediction of Bearing Strength on Composite Bolted Joint Using Three Dimensional Puck Failure Criteria / *World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Materials and Metallurgical Engineering*. 2016. Vol. 10. P. 1281 – 1286.
12. **Doan C. L., Lure S. A., Dudchenko A. A.** Modeling of the properties degradation due to cracking and delamination for the static and cyclic loadings / *Mekh. Kompozits. Mater. Konstr.* 2008. Vol. 14. N 4. P. 623 – 637 [in Russian].
13. **Liu P. F., Yang Y. H., Gu Z. P., et al.** Finite Element Analysis of Progressive Failure and Strain Localization of Carbon Fiber Epoxy Composite Laminates by ABAQUS / *Appl. Compos. Mater.* 2015. Vol. 22. P. 711 – 731. DOI: 10.1007/s10443-014-9432-1
14. **Yoon D. H., Kim S., Kim J., Doh Y.** Development and Evaluation of Crack Band Model Implemented Progressive Failure Analysis Method for Notched Composite Laminate / *Applied Sciences*. 2019. Vol. 9. 5572. DOI: 10.3390/app9245572
15. **Kaleel I., Petrolo M., Carrera E.** Elastoplastic and progressive failure analysis of fiber-reinforced composites via an efficient nonlinear microscale model / *Aerotecnica Missili & Spazio*. 2018. Vol. 97. N 2. P. 103 – 110. DOI: 10.1007/BF03405805
16. **Kathavate V. S., Dhanashri N. Pawar, Bagal N. S., Adkine A. S.** Progressive Failure Analysis of Fiber Reinforced Polymer Matrix Composites / *Materials Today: Proceedings*. 2020. Vol. 22. P. 1524 – 1534. DOI: 10.1016/j.matpr.2020.02.070
17. **Rozylo P., Ferdynus M., Debski H., Samborski S.** Progressive Failure Analysis of Thin-Walled Composite Structures Verified Experimentally / *Materials MDPI*. 2020. Vol. 13. N 5. 1138. DOI: 10.3390/ma13051138
18. **Wan L., Ismail Y., Sheng Y. H., et al.** Progressive failure analysis of CFRP composite laminates under uniaxial tension using a discrete element method / *J. Composite Mater.* 2020. Vol. 55. P. 1091 – 1108. DOI: 10.1177/0021998320961460
19. **Yi T.** The Progressive Failure Analysis of Uni-Directional Fibre Reinforced Composite Laminates / *Journal of Mechanics*. 2020. Vol. 36. N 2. P. 159 – 166. DOI: 10.1017/jmech.2019.55
20. **Makhutov N. A., Moskvichev V. V., Morozov E. V., Goldstein R. V.** Unification of computation and experimental methods of testing for crack resistance: development of the fracture mechanics and new goals / *Industr. Lab. Mater. Diagn.* 2017. Vol. 83. N 10. P. 55 – 64 [in Russian]. DOI: 10.26896/1028-6861-2017-83-55-64
21. **Kashtalyan M., Soutis C.** Predicting residual stiffness of cracked composite laminates subjected to multi-axial inplane loading / *J. Composite Mater.* 2013. Vol. 47. P. 2513 – 2524. DOI: 10.1177/0021998313488809
22. **Vasiliev V. V., Dudchenko A. A., Elpatievskii A. N.** Analysis of the tensile deformation of glass-reinforced plastics / *Polymer Mechanics*. 1970. N 1. P. 144 – 146 [in Russian].
23. *Applied Mechanics of Composites: Collection of articles / Tarnopolskii Yu. M.* — Moscow: Mir, 1989. — 358 p. [in Russian].
24. **Amelina E. V., Golushko S. K., Erasov V. S., et al.** About nonlinear deformation of carbon fiber composites: experiment, model, calculation / *Computing technologies*. 2015. N 5. P. 27 – 52 [in Russian].