

УДК 620.191.32

КОЭФФИЦИЕНТЫ ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ ДЛЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ОБРАЗЦА С КОЛЬЦЕВОЙ ТРЕЩИНОЙ

© Д. С. Добровольский¹

Статья поступила 22 июня 2015 г.

Долговечность элемента конструкции до образования трещины зависит, в частности, от местных напряжений в области надреза, а последующая его живучесть до окончательного разрушения определяется коэффициентом интенсивности напряжений (КИН). Местные напряжения в надрезе и КИН целесообразно получать, используя единые аналитические решения. В связи с этим на основе классических решений Г. Нейбера для мелких и глубоких надрезов предложены соотношения для КИН в условиях мелких и глубоких кольцевых трещин как предельно острых надрезов при растяжении, изгибе или кручении стержня. Проведена размерная классификация мелких и глубоких кольцевых трещин. Выполнена оценка погрешностей и получено хорошее согласие предложенных соотношений и соответствующих конечно-элементных результатов.

Ключевые слова: образец; мелкая и глубокая кольцевые трещины; КИН; оценка погрешностей.

Кольцевые трещины возникают в выточках, резьбах, переходах диаметров при переменном растяжении штоков, изгибе с вращением и кручении валов, других деталей и являются причиной разрушения. При силовой трактовке трещиностойкость элементов конструкций оценивают, сопоставляя рабочие K и критические K_c значения КИН [1]. Вместе с тем аналитических решений для КИН в широком диапазоне размеров кольцевых трещин известно недостаточно. В данной работе предложены соотношения для определения КИН при растяжении, изгибе или кручении цилиндрических образцов с мелкими или глубокими кольцевыми трещинами.

При растяжении (изгибе) или кручении образцов с мелкими кольцевыми выточками коэффициенты концентрации нормальных α_σ или касательных α_τ напряжений составляют [2, с. 71]:

$$\alpha_\sigma = 1 + 2\sqrt{l/\rho}, \quad \alpha_\tau = 1 + \sqrt{l/\rho}, \quad (1)$$

где l — глубина надреза; ρ — радиус кривизны в его вершине. С учетом этого аналогично [3, с. 118] можно представить КИН нормального отрыва $K_{1м}$ и несимметричного сдвига $K_{3м}$ при растяжении (изгибе) или кручении образца с предельно мелкой ($\lambda \rightarrow 0$) кольцевой трещиной как предельно острым надрезом ($l/\rho \rightarrow \infty$):

$$K_{1м} = \lim_{\rho \rightarrow 0} 0,5\sigma_n \alpha_\sigma \sqrt{\pi\rho} = \sigma_n \sqrt{\pi l},$$

$$K_{3м} = \lim_{\rho \rightarrow 0} \tau_n \sqrt{\pi\rho} = \tau_n \alpha_\tau \sqrt{\pi l}, \quad (2)$$

где l и $\lambda = 2l/D$ — абсолютная и относительная глубина трещины; $D = 2(l+a)$ — диаметр образца; a — радиус нетто-сечения; $\sigma_n = \sigma/(1-\lambda)^2$, $\sigma_n = \sigma/(1-\lambda)^3$; $\tau_n =$

$= \tau/(1-\lambda)^3$; σ , τ — номинальные нетто- и брутто-напряжения, определяемые по формулам сопротивления материалов при растяжении, изгибе и кручении. Для условно мелкой трещины ($\lambda > 0$) значения КИН при растяжении, изгибе и кручении существенно зависят от λ :

$$K_{1мр} = \frac{Y_{1мр}}{(1-\lambda)^2} \sigma \sqrt{\pi l}, \quad K_{1ми} = \frac{Y_{1ми}}{(1-\lambda)^3} \sigma \sqrt{\pi l},$$

$$K_{3м} = \frac{Y_{3м}}{(1-\lambda)^3} \tau \sqrt{\pi l}, \quad (3)$$

где $Y_{1мр}$, $Y_{1ми}$, $Y_{3м}$ — функции, учитывающие некоторое отличие КИН мелкой трещины ($\lambda > 0$) от предельно мелкой ($\lambda \rightarrow 0$) и определяемые далее при K -тарировке.

Используя решения [2, с. 104, 107, 117] для коэффициентов концентрации напряжений цилиндрических образцов с глубокими кольцевыми выточками, для глубоких трещин получим: при растяжении —

$$\alpha_\sigma = \frac{1}{N} \left[\frac{a}{\rho} \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} + (0,5 + \mu) \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} + (1 + \mu) \left(\sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} + 1 \right) \right],$$

$$N = \frac{a}{\rho} + 2\mu \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} + 2; \quad (4)$$

при изгибе —

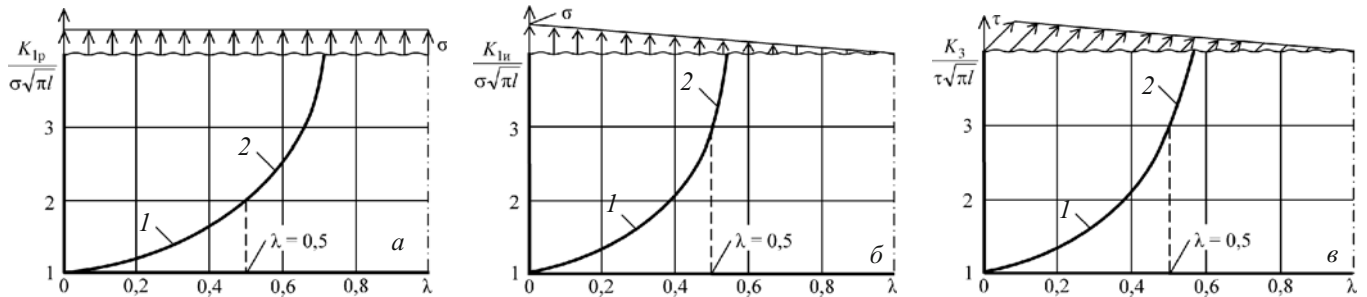
$$\alpha_\sigma = \frac{3}{4N} \left(\sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} + 1 \right) \left[\frac{3a}{\rho} - (1 - 2\mu) \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} + 4 + \mu \right],$$

$$N = 3 \left(\frac{a}{\rho} + 1 \right) + (1 + 4\mu) \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} + \frac{1 + \mu}{1 + \sqrt{a/\rho + 1}}; \quad (5)$$

при кручении —

$$\alpha_\tau = \frac{3(1 + \sqrt{a/\rho + 1})^2}{4(1 + 2\sqrt{a/\rho + 1})}. \quad (6)$$

¹ Ижевский государственный технический университет им. М. Т. Калашникова, г. Ижевск, Россия; e-mail: s-dobrov@mail.ru



Относительные КИН для условно мелкой (1) и глубокой (2) кольцевых трещин при растяжении (а), изгибе (б) и кручении (в) образца

Применительно к глубоким трещинам при $a/\rho \rightarrow \infty$ из формул (4) – (6) следует

$$\alpha_{\sigma p} = \sqrt{\frac{a}{\rho}}, \alpha_{\sigma и} = 0,75 \sqrt{\frac{a}{\rho}}, \alpha_{\tau} = 0,375 \sqrt{\frac{a}{\rho}}. \quad (7)$$

Аналогично (2) с учетом (7) и значения $a = (1 - \lambda)l/\lambda$ можно представить КИН при растяжении, изгибе или кручении образцов с глубокими трещинами:

$$K_{1гр} = \lim_{\rho \rightarrow 0} (0,5 \sigma_n \alpha_{\sigma p} \sqrt{\pi \rho}) = \frac{0,5}{(1-\lambda)^2} \sqrt{\frac{1-\lambda}{\lambda}} \sigma \sqrt{\pi l}, \quad (8)$$

$$K_{1ги} = \lim_{\rho \rightarrow 0} (0,5 \sigma_n \alpha_{\sigma и} \sqrt{\pi \rho}) = \frac{0,375}{(1-\lambda)^3} \sqrt{\frac{1-\lambda}{\lambda}} \sigma \sqrt{\pi l}, \quad (9)$$

$$K_{3г} = \lim_{\rho \rightarrow 0} (\tau_n \alpha_{\tau} \sqrt{\pi \rho}) = \frac{0,375}{(1-\lambda)^3} \sqrt{\frac{1-\lambda}{\lambda}} \tau \sqrt{\pi l}. \quad (10)$$

Сравнение результатов решения (8) для глубоких трещин при $0,5 \leq \lambda < 1$ с данными [4, с. 482] численного определения КИН показало практически полное совпадение, поэтому K -тарировочные функции в (8) – (10) приняты равными единице.

Для условно мелких трещин ($0 < \lambda \leq 0,5$) K -тарировочные функции выбраны в виде, согласующемся с (3): $Y_m = (a - b\lambda)/(1 - \lambda)^2$. Здесь a, b — коэффициенты, определяемые с учетом граничных условий. Так, при растяжении $\lambda \rightarrow 0$, $a_p = Y_{1гр} = 1$, $\lambda = 0,5$, $K_{1гр} = K_{1гр}$, $Y_{1гр} = 0,5 \cdot 1/0,5^2 = 2$, откуда $b_p = 1$. С учетом этого для условно мелких трещин при растяжении

$$K_{1гр} = \frac{1}{1-\lambda} \sigma \sqrt{\pi l}. \quad (11)$$

При изгибе, используя граничные условия ($\lambda \rightarrow 0$, $Y_{1ги} = 1$, $\lambda = 0,5$, $K_{1ги} = K_{1ги}$, $Y_{1ги} = Y_{1ги} = 0,375 \times 1/0,5^3 = 3$), находим $a_{и} = 1$ и $b_{и} = 0,5$. Следовательно, для условно мелких трещин

$$K_{1ги} = \frac{1-0,5\lambda}{(1-\lambda)^2} \sigma \sqrt{\pi l}. \quad (12)$$

При кручении значения $a_k = 1$ и $b_k = 0,5$ получены аналогичным образом. С учетом этого для условно мелких трещин

$$K_{3м} = \frac{1-0,5\lambda}{(1-\lambda)^2} \tau \sqrt{\pi l}. \quad (13)$$

Для оценки погрешностей Δ результаты решений (11) и (8) сравнивали с данными [4, с. 482] численного определения КИН. В итоге получили: $\lambda = 0,2$; $\Delta = -0,9\%$; $\lambda = 0,3$; $\Delta = +2,5\%$; $\lambda = 0,4$; $\Delta = +4\%$; $\lambda = 0,5$; $\Delta = +3,1\%$; $\lambda \rightarrow 1$, $\Delta \rightarrow 0$. На рисунке представлены относительные КИН, полученные по формулам (11) и (8), (12) и (9), (13) и (10), в зависимости от относительного размера трещин λ .

Предложенные соотношения для КИН можно использовать при оценке напряженно-деформированного состояния и трещиностойкости элементов конструкций с мелкими и глубокими кольцевыми трещинами при растяжении, изгибе с вращением или кручении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Махутов Н. А. Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на прочность. — М.: Машиностроение, 1981. — 272 с.
2. Нейбер Г. Концентрация напряжений. — М.-Л.: Гостехиздат, 1947. — 204 с.
3. Разрушение. Т. 2 / Ред. Г. Ливовиц. — М.: Мир, 1975. — 764 с.
4. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений: В 2-х томах. Т. 2 / Пер. с англ.; под ред. Ю. Мураками. — М.: Мир, 1990. — 1016 с.

REFERENCES

1. Makhutov N. A. Deformatsionnye kriterii razrusheniya i raschet élementov konstruktсии na prochnost' [Deformation failure criteria and calculation of structural elements for strength]. — Moscow: Mashinostroenie, 1981. — 272 p. [in Russian].
2. Neiber G. Kontsentratsiya napryazhenii [Stress concentration]. — Moscow - Leningrad: Gostekhizdat, 1947. — 204 p. [in Russian].
3. Liebowitz H. (ed.). Razrushenie [Fracture]. Vol. 2. — Moscow: Mir, 1975. — 764 p. [Russian translation].
4. Murakami Y. (ed.). Spravochnik po koeffitsientam intensivnosti napryazhenii [Stress intensity factors handbook]. Vol. 2. — Moscow: Mir, 1990. — 1016 p. [in Russian].