

Исследование структуры и свойств

Физические методы исследования и контроля

УДК 536.2.023:519:669:699.86

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ МАТЕРИАЛОВ ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ ПРИ МАЛЫХ ЧИСЛАХ ФУРЬЕ

© А. К. Соколов^{1,2}, О. А. Якубина³

Статья поступила 15 января 2015 г.

Предложен численно-аналитический метод, позволяющий повысить точность определения теплопроводности и ее зависимости от температуры при числах Фурье $Fo < 0,3$. Расчет теплопроводности выполняли для каждого временного интервала симметричного температурного поля неограниченной пластины толщиной $2R$. Для расчета использовали значения температур поля, полученного экспериментально, с координатами $x = 0$, $x = z$, $x = R$ ($0 < z < R$, в частном случае $z = R/2$). Оценены трудоемкость и точность определения теплопроводности и коэффициента конвективного теплообмена по тестовым температурным полям, рассчитанным методом конечных разностей для пластин из стали и красного кирпича при изменяющихся граничных условиях. Метод прост и нагляден, обработку данных не сложно запрограммировать в Microsoft Excel. Определены направления развития метода.

Ключевые слова: определение теплопроводности; решение обратной задачи теплопроводности; температурное поле неограниченной пластины, численно-аналитический метод.

Точность значений теплофизических характеристик материалов в значительной степени определяет достоверность математического моделирования процессов теплопереноса при решении задач тепловой обработки материалов, энергосбережения, прогнозирования опасных факторов, ведущих к возникновению пожара, и др.

Почти все известные методы, включая методы регулярного и квазистационарного тепловых режимов, требуют строгого соблюдения граничных условий теплообмена, что усложняет технику проведения эксперимента. Кроме того, многие методы основаны на аналитических решениях уравнения теплопроводности при постоянных, не зависящих от температуры теплофизических характеристиках.

Для определения теплофизических характеристик по известному температурному полю применяют чис-

ленно-аналитическое моделирование процессов теплопроводности [1 – 6], использующее аналитические решения дифференциального уравнения теплопроводности, полученные для расчетного интервала времени. При этом решение уравнения теплопроводности в частных производных для всего времени нагрева сводят к численному решению одного или нескольких обыкновенных дифференциальных уравнений.

Для описания температурного поля пластины ($0 \leq x \leq R$) в различные моменты времени τ используют уравнение параболы [1]

$$T(X) = a_0 + a_2 X^2, \quad 0 \leq X \leq 1, \quad X = x/R,$$

которое не достаточно точно описывает реальное распределение температур по сечению пластины на начальном этапе нагрева, что ведет к высокой погрешности определения теплопроводности [1].

Цель работы — развитие метода путем более точного описания температурного поля неограниченной пластины.

¹ Ивановский государственный энергетический университет, г. Иваново, Россия; e-mail: sokolov@bjd.ispu.ru

² Ивановская пожарно-спасательная академия Государственной противопожарной службы МЧС России, г. Иваново, Россия.

³ ОАО «Зарубежэнергопроект», г. Иваново, Россия.

В формулах для определения температуропроводности (a_1) использовали три температуры с координатами $x = 0$, $x = z$, $x = R$ для моментов времени τ_i (z — фиксированная координата в диапазоне $0 < z < R$, в частном случае $z = R/2$ или $Z = z/R = 0,5$). Расчеты показали, что предлагаемый подход значительно повышает точность определения температуропроводности на начальном этапе нагрева.

Рассмотрим процесс теплообмена симметрично нагреваемой неограниченной пластины толщиной $2R$ (симметричный нагрев использован для создания адиабатных условий на поверхности $x = 0$. Примем начальное

$$T(X, \tau = 0) = T_{\text{н}}, \quad -1 \leq X \leq 1 \quad (1)$$

и граничные

$$\frac{\partial T}{\partial X}(X = 0, \tau) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial X}(1, \tau) = \frac{R}{\lambda} q_1 \quad \text{и} \quad \frac{\partial T}{\partial X}(-1, \tau) = -\frac{R}{\lambda} q_{-1} \quad (3)$$

условия, где x — координата, м; $2R$ — толщина пластины, м; $X = x/R$; λ — коэффициент теплопроводности, Вт/(м · К); q_1 и q_{-1} — удельные потоки теплоты на поверхности $X = 1$ ($x = R$) и $X = -1$ ($x = -R$), в общем случае зависящие от времени и условий теплообмена (при симметричном нагреве $q_1 = q_{-1}$).

Ограничимся анализом температурного поля части пластины ($0 \leq x \leq R$) и примем, что в конце расчетного интервала времени $\Delta\tau$ температура T пластины по ее сечению распределяется по формуле [5, 6]

$$T(X) = a_0 + a_2 X^n, \quad 0 \leq X \leq 1, \quad X = x/R, \quad (4)$$

где a_0 , a_2 — коэффициенты аппроксимации (пока неизвестные).

Тогда с учетом (4) граничное условие (3) примет вид

$$\frac{\partial T}{\partial X}(1, \tau) = \frac{R}{\lambda} q_1 = n a_2 X^{n-1}. \quad (3')$$

Составим уравнение баланса теплоты пластины ($0 \leq x \leq R$) для расчетного интервала времени $\Delta\tau$:

$$cR(T_{\text{ср}} - T_{\text{ср,ни}}) = q_1 \Delta\tau, \quad (5)$$

где c — удельная объемная теплоемкость, Дж/(м³ · К); $T_{\text{ср,ни}}$, $T_{\text{ср}}$ — среднемассовые температуры в начале и конце расчетного интервала времени $\Delta\tau$.

Для распределения температур (4) величину $T_{\text{ср}}$ в конце интервала $\Delta\tau$ находим интегрированием

$$T_{\text{ср}} = \int_0^1 T(X) dX = \int_0^1 (a_0 + a_2 X^n) dX = a_0 + \frac{a_2}{n+1}. \quad (6)$$

Преобразуем уравнение баланса теплоты (5), подставив в него выражение (6) для $T_{\text{ср}}$:

$$a_0 + \frac{a_2}{n+1} - T_{\text{ср,ни}} = \frac{q_1 \Delta\tau}{cR}. \quad (7)$$

Рассмотрим случай, когда из эксперимента определены и известны температуры поверхностей $T_1(\tau_i) = T(1, \tau_i)$, $T_0(\tau_i) = T(0, \tau_i)$ и температуры $T_Z(\tau_i) = T(X = Z, \tau_i)$ в точке $X = Z$ для моментов времени τ_i ($i = 1, 2, 3, 4, \dots$).

В работах [2–6] путем численных экспериментов по исследованию погрешности метода установили, что величина расчетного интервала времени $\Delta\tau_i = \tau_{i+1} - \tau_i$ примерно должна соответствовать числам Фурье $0,05 < \Delta Fo < 0,12$ ($\Delta Fo = a_\tau \Delta\tau / R^2$, где a_τ — температуропроводность).

Коэффициенты a_0 и a_2 находим по температурам $T_0(\tau_{i+1})$ и $T_1(\tau_{i+1})$ решением системы двух уравнений (4), записанных для $X = 0$ и $X = 1$:

$$\begin{cases} a_0 = T_0(\tau_{i+1}), \\ a_2 = T_1(\tau_{i+1}) - T_0(\tau_{i+1}). \end{cases} \quad (8)$$

Выражение для расчета температуры $T_Z(\tau_i) = T(X = Z, \tau_i)$ согласно (4) и (8) примет вид

$$T(Z) = a_0 + a_2 Z^n \quad \text{или} \quad T(Z) = T_Z = T_0 + (T_1 - T_0) Z^n. \quad (9)$$

Поскольку T_0 , T_Z и T_1 известны (из эксперимента), из (9) можно получить формулу для определения показателя степени n :

$$n = \frac{1}{\ln Z} \ln \frac{T_Z - T_0}{T_1 - T_0}. \quad (10)$$

Преобразуем уравнение баланса теплоты (7), подставив в него выражения для потока теплоты q_1 и коэффициентов a_0 и a_2 :

$$\begin{aligned} T_0(\tau_{i+1}) + \frac{T_1(\tau_{i+1}) - T_0(\tau_{i+1})}{n+1} - T_{\text{ср,и}} = \\ = n [T_1(\tau_{i+1}) - T_0(\tau_{i+1})] \frac{\lambda \Delta\tau}{cR^2}. \end{aligned}$$

Из этого уравнения получим формулу для расчета температуропроводности $a_\tau = \lambda/c$:

$$a_{\tau,i} = \frac{T_1(\tau_{i+1}) - T_{\text{ср,и}}}{T_1(\tau_{i+1}) - T_0(\tau_{i+1})} \frac{R^2}{n + \frac{1}{n(n+1)} \Delta\tau}, \quad (11)$$

где $T_{\text{ср,и}}$ — среднемассовая температура в начале i -го расчетного интервала времени (для упрощения записи в формулах (5) и (7) для одного интервала $\Delta\tau$ параметр $T_{\text{ср,и}}$ обозначили как $T_{\text{ср,ни}}$).

Выражение в фигурных скобках в (11) представляет собой число Фурье для i -го интервала времени $\Delta\tau_{i+1}$:

$$\Delta Fo_i = \frac{T_1(\tau_{i+1}) - T_{cp,i}}{T_1(\tau_{i+1}) - T_0(\tau_{i+1})} \cdot \frac{n + \frac{1}{n(n+1)}}{1} \quad (12)$$

В (11) для вычисления a_T не используются λ и c . Значение a_T для интервала времени $\Delta\tau$ можно отнести к среднеинтегральной температуре пластины $T_{cp,инт}$ для всего интервала времени или среднемассовой температуре в конце i -го интервала времени $T_{cp,i+1}$. Для $T_{cp,инт}$ приближенно можно записать:

$$T_{cp,инт} = (T_{cp,i} + T_{cp,i+1})/2, \quad (13)$$

где $T_{cp,i}$ — среднемассовая температура в начале i -го интервала времени.

Из выражений (4), (3) и (6) с учетом (8) получаем формулы для расчета потока теплоты $q_{1,i+1}$ и среднемассовой температуры в конце расчетного i -го интервала времени $T_{cp,i+1}$:

$$q_{1,i+1} = n\lambda[T_1(\tau_{i+1}) - T_0(\tau_{i+1})]/R, \quad (14)$$

$$T_{cp,i+1} = T_0(\tau_{i+1}) + \frac{T_1(\tau_{i+1}) - T_0(\tau_{i+1})}{n(n+1)}. \quad (15)$$

Таким образом, зная экспериментальные температуры пластины в трех точках $T_1(\tau_i) = T(1, \tau_i)$, $T_0(\tau_i) = T(0, \tau_i)$ и $T_Z(\tau_i) = T(X=Z, \tau_i)$ ($i = 1, 2, 3, \dots$), можно последовательно, начиная с $i = 1$, найти $a_{T,i}$, $T_{cp,i+1}$ и $q_{1,i+1}$. Значения $a_{T,i}$ находим для каждого интервала времени и, следовательно, определяем зависимость температуропроводности от температуры $a_T(T)$, где $T = T_{cp,инт}$ или $T = T_{cp,i+1}$. Алгоритм расчета следующий: 1) $i = 1$, $T_{cp,i} = 0 = T_n = T_{cp}(\tau = 0)$; 2) определе-

ние n по (10); 3) вычисление температуропроводности $a_{T,i}$ по (11) в интервале времени $\Delta\tau_i = \tau_{i+1} - \tau_i$; 4) определение среднемассовой температуры $T_{cp,i+1}$ и удельного потока теплоты $q_{1,i+1}$ в конце интервала времени по (15), (14); 5) $i = i + 1$; 6) если $\tau_i = \tau_k$ (τ_k — конечное время), то конец расчета, иначе переход к п. 2.

Пример расчета. Определим $a_{T,i}$, $T_{cp,i+1}$ и $q_{1,i+1}$ для стальной пластины ($R = 0,1$ м, $\lambda = 40$ Вт/(м · К)) в конце первого расчетного интервала $\tau_1 = \Delta\tau_1 = \tau_1 - \tau_0 = 150$ с при $T_{cp,i=1} = T(X, \tau = 0) = 300$ К ($i = 1, 0 \leq X \leq 1$), $T_1(\tau_{i+1}) = T_1(\tau_1) = 353,8$ К, $T_{05}(\tau_{i+1}) = T(X = 0,5, \tau_{i+1}) = 310,8$ К, $T_0(\tau_{i+1}) = 301,8$ К.

1. $i = 1$, $T_{cp,i=1} = T_n = T_{cp}(\tau = 0) = 300$.

2. Определение n по (10):

$$n = \frac{1}{\ln Z} \ln \frac{T_Z - T_0}{T_1 - T_0} = \frac{1}{\ln(0,5)} \ln \frac{310,8 - 301,8}{353,8 - 301,8} = 2,53.$$

3. Вычисление ΔFo_1 и $a_{T,1}$ по (12) и (11):

$$\Delta Fo_1 = \frac{1}{2,53} \frac{301,8 - 300}{353,8 - 301,8} + \frac{1}{2,53 \cdot (1 + 2,536)} = 0,126,$$

$$a_{T,1} = 0,126 \cdot 0,1^2 / 150 = 8,36 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}.$$

4. Определение $T_{cp,i+1}$ и $q_{1,i+1}$ по (15), (14):

$$T_{cp,i+1} = 301,8 + \frac{353,8 - 301,8}{2,53 + 1} = 316,5 \text{ К},$$

$$q_{1,1} = 2,53 \cdot 40 \cdot \frac{353,8 - 301,8}{0,1} = 52 \, 635 \text{ Вт/м}^2.$$

Для следующего (второго) интервала времени $\Delta\tau_2 = 150$ с, $\tau_2 = 300$ с расчет повторяется по тем же формулам, но при средней температуре в начале интервала, равной $T_{cp,i=2} = 316,5$ К, и температурах T_1 , T_{05} , T_0 при $\tau_2 = 300$ с (результаты расчета для второго и следующих этапов приведены в табл. 1).

Таблица 1. Исходное температурное поле и результаты расчета температуропроводности a_T по температурному полю пластины с постоянными теплофизическими коэффициентами

Параметры	Исходное температурное поле, рассчитанное методом конечных разностей								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
τ , с	0	150	300	450	600	750	900	1050	1200
$T(X = 1, \tau)$, К	300	353,8	375,9	395	413,5	432,1	450,9	470	489,5
$T(X = 0,5, \tau)$, К	300	310,8	327,1	343,6	360,5	377,7	395,4	413,4	431,8
$T(X = 0, \tau)$, К	300	301,8	312,5	327,2	343,2	360	377,2	394,8	412,8
$T_{cp}(\tau)$, К	300	316,6	333	349,6	366,6	384	401,8	419,9	438,4
	Результаты расчета по формулам (10), (11), (12), (14) (15)								
n		2,53	2,12	2,05	2,02	2,03	2,02	2,02	2,01
ΔFo	0	0,18	0,11	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12
$a_{T,i} \cdot 10^6$, м ² /с		8,37	8,09	7,98	7,97	7,93	7,98	7,97	7,99
$T_{cp,i}$, К	300	316,5	332,8	349,4	366,5	383,8	401,6	419,7	438,3
$q_{i\tau}$, Вт/м ²		52 635	53 726	55 531	56 880	58 437	59 483	60 624	61 766
Fo_i	0	0,126	0,247	0,367	0,486	0,605	0,725	0,844	0,964
$\delta_{i,n}$, %		−4,68	−1,14	0,25	0,32	0,93	0,26	0,39	0,07
$\delta_{i\tau}$, %		−53,31	4,71	0,65	0,23	−0,55	−0,26	−0,29	−0,50

Для оценки возможности применения и точности метода при решении обратной задачи теплопроводности использовали заранее рассчитанные температурные поля с заданными теплофизическими свойствами. Расчеты проводили с помощью диалоговой программы для моделирования температурных полей [6]. Величину интервалов времени для вывода результатов согласно [2 – 6] принимали в диапазоне чисел Фурье $0,05 < \Delta Fo < 0,12$.

Решением обратной задачи теплопроводности определяли температуропроводность материала и сравнивали ее с известным значением $a_{и}$, при котором было рассчитано исходное (тестовое) температурное поле.

В табл. 1 приведены значения температур пластины ($2R = 2 \cdot 0,1$ м, $\lambda = 40$ Вт/(м · К), $a_{и} = 8 \cdot 10^{-6}$ м²/с), нагреваемой симметрично при граничных условиях 3-го рода при коэффициенте конвективного теплообмена $\alpha(X = 1) = \alpha(X = -1) = 200$ Вт/(м² · К), $\frac{\partial T}{\partial X}(X = 0, \tau) = 0$ и температуре газа $T_{г} = 600 + 0,1667\tau$ (здесь и далее $a_{и}$ — исходное («истинное») значение температуропроводности, $a_{т}$ — ее расчетное значение, полученное решением обратной задачи теплопроводности). Температуры $T(X = 1, \tau)$, $T(X = 0,5, \tau)$, $T(X = 0, \tau)$ и $T_{ср}(\tau)$ рассчитывали методом конечных разностей, относительные погрешности расчета температуропроводности $\delta_{i,n}$ при $n = n$ [n рассчитывали по формуле (10)] и $\delta_{i,2}$ при $n = 2$ — по формуле [1]:

$$\delta_i = 100 \frac{a_{т,i} - a_{и}}{a_{и}} = 100 \frac{a_{т,i} - 8 \cdot 10^{-6}}{8 \cdot 10^{-6}}.$$

Тестовые (исходные) среднеинтегральные температуры $T_{ср}(\tau)$ и температуры $T_{ср,i}$, рассчитанные по

(15) для моментов времени τ , практически совпали, что указывает на хорошую достоверность аппроксимации температурного поля показательными функциями (4). Сравнение $\delta_{i,n}$ и $\delta_{i,2}$ показывает, что уточненный метод при числах Фурье меньше 0,3 снижает погрешность в несколько раз. При $Fo > 0,25$ погрешность определения $a_{т}$ не превысила 1,0 %.

В табл. 2 приведены значения температур пластины ($2R = 2 \cdot 0,1$ м), нагреваемой симметрично при аналогичных граничных условиях 3-го рода, но с теплофизическими параметрами λ и $a_{и}$, зависящими от температуры:

$$\lambda(T) = 46 - 0,02T, \quad (16)$$

$$a_{и}(T) = (11 - 0,01 \cdot T) \cdot 10^{-6}. \quad (17)$$

Температуропроводность $a_{т}[T_{ср}(\tau)]$ рассчитана по $T_{ср}$, относительные погрешности $\delta_{i,n}$ и $\delta_{i,2}$ отнесены к среднеинтегральной температуре пластины $T_{ср,инт}$ по (13) или среднемассовой температуре в конце i -го интервала времени $T_{ср,i+1}$.

При $Fo > 0,3$ погрешность при $n = n$ не превысила 1,0 %, а при $Fo < 0,25$ оказалась ниже $\delta_{i,2}$ при $n = 2$ в несколько раз (см. табл. 2).

Найденные значения температуропроводности логично относить к средней температуре пластины для всего интервала времени $T_{ср,инт}$. Однако оказалось, что температуропроводности, рассчитанные с учетом n (т.е. при $n = n$), лучше относить к $T_{ср,i}$, а рассчитанные при $n = 2$ — к $T_{ср,инт}$. Для данного расчета относительное расхождение $a_{т}(T_{ср,i})$ и $a_{т}(T_{ср,инт})$ составило около 1 %.

В таблицах приведены результаты для материалов с теплофизическими свойствами, близкими к стали. Строительные материалы имеют более низкую теп-

Таблица 2. Исходное температурное поле и результаты расчета температуропроводности $a_{т}$ по температурному полю пластины с теплофизическими параметрами, зависящими от температуры

Параметры	Исходное температурное поле, рассчитанное методом конечных разностей										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
τ , с	0	120	240	360	480	600	720	840	960	1080	1200
$T(X = 1, \tau)$, К	300	348,5	367,9	383,9	398,7	413,3	427,8	442,4	457	471,8	486,5
$T(X = 0,5)$, К	300	307,5	320,2	332,9	345,7	358,6	371,5	384,6	397,8	411	424,3
$T(X = 0, \tau)$, К	300	300,7	307,2	317,5	329,1	341,3	353,8	366,4	379,1	391,9	404,7
$T_{cp}(\tau)$, К	300	313,3	326,1	339	351,9	365	378,1	391,4	404,7	418,1	431,6
Результаты расчета по формулам (10), (11), (12), (14) (15)											
n		2,813	2,223	2,108	2,068	2,057	2,064	2,062	2,059	2,065	2,061
ΔFo	0	0,098	0,095	0,092	0,090	0,088	0,086	0,085	0,083	0,081	0,080
$a_{\tau,i} \cdot 10^6, м^2/с$		8,20	7,90	7,64	7,48	7,35	7,15	7,05	6,94	6,77	6,65
$T_{cp,i}$, К	300	313,2	326,0	338,9	351,8	364,9	378,0	391,2	404,6	418,0	431,4
$q_{i\beta}$ Вт/м ²		53 792	53 979	55 995	57 570	59 248	61 088	62 687	64 146	65 985	67 444
Fo_i	0	0,098	0,193	0,285	0,375	0,463	0,549	0,633	0,717	0,798	0,878
$\delta_{i,n}(T_{cp,i})$, %		-4,24	-2,11	-0,35	-0,01	0,02	0,98	0,47	0,25	0,73	0,58
$\delta_{i,n}(T_{cp,инт})$, %		-3,37	-1,27	0,49	0,84	0,90	1,87	1,39	1,20	1,70	1,57
$\delta_{i,2}(T_{cp,i})$, %		-85,1	4,04	-0,68	-1,42	-2,40	-2,75	-2,69	-2,62	-3,05	-2,43
$\delta_{i,2}(T_{cp,инт})$, %		-83,14	4,71	0,12	-0,57	-1,50	-1,82	-1,74	-1,65	-2,04	-1,41

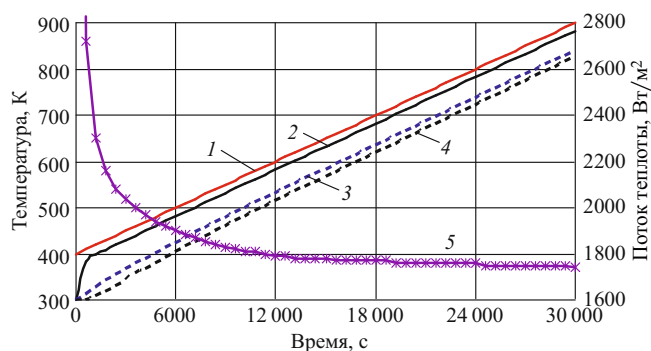


Рис. 1. Временная зависимость температур газа T_r (1), пластины $T(X=1)$ (2), $T(X=0,5)$ (3), $T(X=0)$ (4) и удельного потока теплоты q (5)

лопроводность. Для этого случая выполняли расчеты для пластины из красного кирпича толщиной $2R = 2 \cdot 0,07$ м, нагреваемой симметрично при граничных условиях 3-го рода при коэффициенте конвективного теплообмена $\alpha_n(X=1) = \alpha_n(X=-1) = 100$ Вт/(м² · К), $\frac{\partial T}{\partial X}(X=0, \tau) = 0$ и температуре газа $T_r = 400 + 0,01667\tau$. Температуры $T(X=1, \tau)$, $T(X=0,5, \tau)$, $T(X=0, \tau)$ и $T_{cp}(\tau)$ рассчитывали также методом конечных разностей при теплофизических характеристиках λ и a_n , зависящих от температуры (К) [7]:

$$\lambda(T) = 0,6817 + 0,00047T, \quad (18)$$

$$a_n(T) = (0,4631 + 0,0003193T) \cdot 10^{-6}. \quad (19)$$

На рис. 1 приведены временные зависимости температур газа T_r , пластины $T(X=1, \tau)$, $T(X=0,5, \tau)$, $T(X=0, \tau)$ и удельного потока теплоты q . Величина q при $\tau > 9000$ с ($T_{cp} > 485$ К) изменяется незначительно, что повышает точность восстановления $a_n(T)$. Такой режим нагрева был выбран для того, чтобы избежать больших перепадов температур по сечению пластины. Обратим внимание, что в уравнении баланса теплоты (5) используется поток теплоты $q = q_{cp}$ средний для интервала времени, а в формуле (3') — поток теплоты $q = q_k$ для конца интервала времени. При выводе формул принято, что эти потоки равны. Поскольку при значительных изменениях q на начальном участке нагрева погрешность определения a_n возрастает, то для повышения точности в формулах (5) и (3') следует использовать разные значения q_{cp} и q_k .

На рис. 2 приведены исходные $a_n(T)$, соответствующие (19), и рассчитанные $a_n(T)$ температуропроводности при $n = n$ и $n = 2$. Восстановленные значения $a_n(T)$ в начале нагрева ($\tau < 1800$ с) не показаны.

На рис. 3 приведены относительные погрешности определения $a_n(T) \delta_{i,n}$, рассчитанные при $n = n$ и $n = 2$. Для $\tau = 600$ с они составили -30 и -148 % соответственно. После достижения $T_{cp} \approx 370$ К ($\tau \approx 3000$ с, см. рис. 1) погрешности не превышали 2 и 1 % для расчета с $n = n$ и $n = 2$ соответственно. Таким образом,

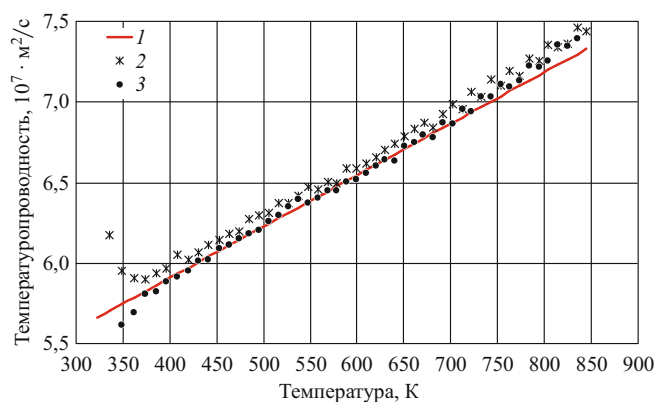


Рис. 2. Температурные зависимости температуропроводностей $a_n(T)$ (1), $a_n(T)$ при $n = n$ (2) и $n = 2$ (3) [1]

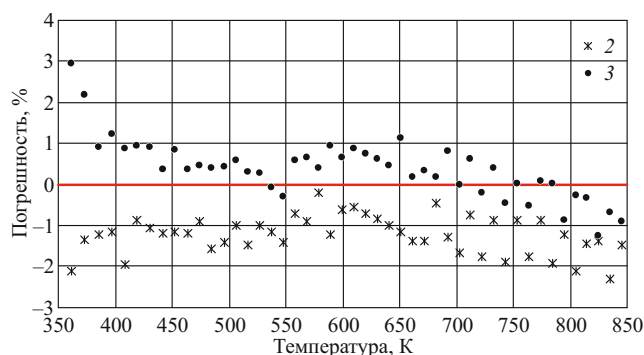


Рис. 3. Температурные зависимости относительной погрешности определения $a_n(T) \delta_{i,n}$ при $n = n$ (2) и $n = 2$ (3) [1]

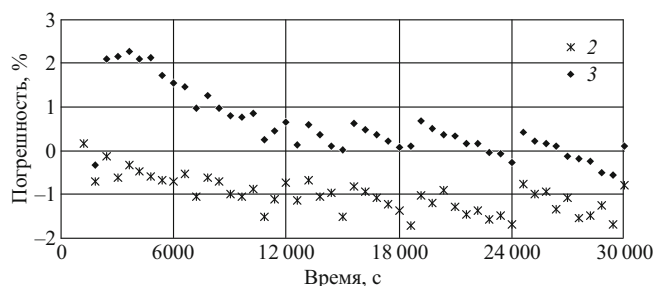


Рис. 4. Временная зависимость относительной погрешности определения коэффициента конвективной теплоотдачи α при $n = n$ (2) и $n = 2$ (3) [1]

в данном случае расчет при $n = 2$ предпочтительнее, так как выполняется с меньшей погрешностью и не требует дополнительной точки ($X=0,5$, $x=0,035$ м) замера температур для исходного поля.

Для большей части технических материалов зависимости температуропроводности можно представить линейными функциями, поэтому значения $a_n(T)$ в данном случае (кирпичной пластины) при $T_{cp} < 370$ К получаем экстраполяцией. Участок, на котором погрешности превышают допустимые значения, можно уменьшить путем использования в эксперименте более тонкой пластины.

Восстановление температурного поля позволяет определить не только температуропроводность $a_1(T)$, но и поток теплоты q по (14), а также коэффициент конвективной теплоотдачи α , если известна (измерена) температура газа T_r :

$$\alpha(\tau) = q(\tau) / [T_r(\tau) - T(X = 1, \tau)]. \quad (20)$$

Относительные отклонения восстановленных коэффициентов конвективной теплоотдачи α от исходного (тестового) значения $\alpha_n = 100 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ показаны на рис. 4. После $\tau \approx 3000 \text{ с}$ ($Fo \approx 0,38$) относительные погрешности $\delta_{i,n}$ не превышали 2 и 1 % при расчете с $n = n$ и $n = 2$ соответственно.

Для уменьшения погрешности расчета по предложенному методу нагрев испытываемых материалов должен исключать резкие изменения потоков теплоты (в идеале он должен быть близким к постоянному).

Возможные направления дальнейшего развития метода: получение решений для несимметричного нагрева, так как на производстве условие адиабаты на поверхности $X = 0$ обычно трудновыполнимо; определение условий эксперимента, при обработке которого погрешности расчета a_r будут минимальны (увеличение разности $T(X = 1) - T(X = 0)$, с одной стороны, уменьшает потерю верных значащих цифр, а с другой — увеличивает погрешность из-за того, что a_r привязывается к средним температурам T_{cp} интервала времени, а не температурам $T(X, \tau)$); получение решений для полуограниченных температурных полей, характерных для материалов с низкой теплопроводностью; определение границ использования аппроксимации температурного поля при $n = 2$ [1], которое требует меньшего числа точек для измерения температур; определение параметров внешнего теплообмена; получение решений для использования температур $T(X)$, измеренных экспериментально в точках $X \neq 1$ и $X \neq 0$; поиск решений для определения показателя степени n по температурам, измеренным только в двух точках.

Таким образом, предложено уточнение численно-аналитического метода обработки экспериментальных данных для определения температуропроводности и ее зависимости от температуры. Оценены трудоемкость и точность определения температуропроводности по исходным температурным полям, рассчитанным методом конечных разностей. Показано, что полученные формулы значительно уточняют рас-

чет в начальной стадии нагрева при числах Фурье $Fo < 0,3$ по сравнению с приведенными в [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Соколов А. К. К решению обратной задачи теплопроводности для определения температуропроводности материалов численно-аналитическим методом / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2014. Т. 80. № 11. С. 36 – 39.
2. Соколов А. К. Численно-аналитический метод расчета несимметричного нагрева пластины с учетом окалинообразования / Изв. вузов и ЭО СНГ. Энергетика. 1994. № 5 – 6. С. 75 – 80.
3. Соколов А. К. Экономичная математическая модель температурного поля двухслойной пластины / Инженерно-физический журнал. 1995. Т. 68. № 2. С. 337 – 338.
4. Соколов А. К., Попов Г. В. Решение задач теплопроводности численно-аналитическим методом сложения температурных полей / Изв. АН Энергетика. 2002. № 4. С. 118 – 130.
5. Соколов А. К. Численно-аналитический метод расчета температурного поля неограниченной пластины при малых числах Фурье / Изв. вузов. Черная металлургия. 2007. № 3. С. 23 – 28.
6. Соколов А. К. Математическое моделирование нагрева металла в газовых печах: Научное издание. — Иваново: Ивановский государственный энергетический университет им. В. И. Ленина, 2011. — 396 с.
7. Казанцев Е. И. Промышленные печи: справочное руководство для расчетов и проектирования. — М.: Металлургия, 1975. — 367 с.

REFERENCES

1. Sokolov A. K. K resheniyu obratnoi zadachi teploprovodnosti dlya opredeleniya temperaturoprovodnosti materialov chislenno-analiticheskim metodom [Determination of thermal diffusivity of materials by numerical-analytical method] / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 2014. Vol. 80. N 11. P. 36 – 39 [in Russian].
2. Sokolov A. K. Chislenno-analiticheskii metod rascheta nesimmetrichnogo nagreva plastiny s uchetom okalinoobrazovaniya [Chislenno-analytical method for the calculation of asymmetric heating plate with the scale formation] / Izv. Vuzov ÉO SNG. Énergetika. 1994. N 5 – 6. P. 75 – 80 [in Russian].
3. Sokolov A. K. Ékonomichnaya matematicheskaya model' temperaturnogo polya dvukhsloinoi plastiny [Cost mathematical model of the temperature field a two-layer plate] / Inzh.-Fiz. Zh. 1995. Vol. 68. N 2. P. 337 – 338 [in Russian].
4. Sokolov A. K., Popov G. V. Reshenie zadach teploprovodnosti chislenno-analiticheskim metodom slozheniya temperaturnykh polei [Solving problems of heat conduction numerical-analytical method of addition of temperature fields] / Izv. Akad. Nauk Énerget. 2002. N 4. P. 118 – 130 [in Russian].
5. Sokolov A. K. Chislenno-analiticheskii metod rascheta temperaturnogo polya neogranichennoi plastiny pri malykh chislakh Fur'e [Numerical-analytical method for calculating the temperature field of an infinite plate for small numbers of Fourier] / Izv. Vuzov. Cher. Metallurg. 2007. N 3. P. 23 – 28 [in Russian].
6. Sokolov A. K. Matematicheskoe modelirovanie nagreva metalla v gazovykh pechakh: Nauchnoe izdanie [Mathematical modeling of the heating of the metal in gas ovens: Scientific publication]. — Ivanovo: Izd. IGÉU im. V. I. Lenina, 2011. — 396 p.
7. Kazantsev E. I. Promyshlennyye pechi: spravochnoe rukovodstvo dlya raschetov i proektirovaniya [Industrial furnaces Reference Guide for calculation and design]. — Moscow: Metallurgiya, 1975. — 367 p. [in Russian].