

УДК 620.191.33.001.57

МОДЕЛИРОВАНИЕ КИНЕТИКИ РАЗВИТИЯ ТРЕЩИН В ПОВЕРХНОСТНЫХ СЛОЯХ МАТЕРИАЛА¹

© Ю. Г. Матвиенко²*Статья поступила 5 августа 2016 г.*

Приведены методы и результаты физико-математического моделирования процессов разрушения на различных масштабно-структурных уровнях и при различных (в том числе и экстремальных) условиях нагружения. Проанализированы кинетика трещин и их траектории в поверхностных слоях материала в условиях циклического нагружения, трения качения и скольжения, индентирования и скалывания кромки образца. Показана перспективность комбинированных экспериментально-численных методов моделирования при исследовании процессов разрушения. Предложен критерий осредненных напряжений в вершине трещины для прогнозирования траектории трещины при смешанных условиях нагружения.

Ключевые слова: физико-математическое моделирование; поверхностные трещины; масштабно-структурные уровни.

Различные представления о процессах, протекающих на микро- и макроуровнях, а также подходы и методы, используемые для описания этих процессов, обуславливают существование определенных иерархических групп трещин, которое конкретизирует и в определенной мере упрощает анализ их развития в каждом звене иерархии, т.е. на различных масштабно-структурных уровнях. В качестве одного из параметров построения иерархии трещин целесообразно принять протяженность трещины по отношению к размерам микро-структурных элементов (например, зерен) и элементов конструкций и машин. Различают микроструктурно короткие трещины, физически короткие трещины и макротрещины, для исследования закономерностей инициирования и кинетики которых в поверхностных слоях материала привлекают отличающиеся модели и критерии механики разрушения.

Энергетические представления о процессе нестабильного развития трещины позволили предложить модель разрушения [1, 2], учитывающую следующие особенности поверхности твердого тела. Энергия поверхностных напряжений включает в себя работу, необходимую не только для образования новых поверхностей, но и для деформации (расширения) поверхности твердого тела. Иными словами, модель твердого тела учитывает разницу между удельной энергией поверхностных напряжений и удельной поверхностной энергией твердого тела согласно термодинамической трактовке Гиббса. Таким образом, свойства поверхности твердого тела оказывают значительное влияние на инициирование и распространение трещины, в том числе при наличии коррозион-

но-активных сред, приводящих к образованию концентраторов напряжений. В связи с вышесказанным модификация поверхности является важным инструментом повышения коррозионной стойкости, ресурса, живучести и безопасности критически важных элементов машин и конструкций [1, 2]. Исследование же фундаментальных закономерностей инициирования и распространения трещин в поверхностных слоях материала создает предпосылки для «конструирования» неоднородных конструкционных материалов с повышенными характеристиками живучести.

В данной работе рассмотрены методы и результаты физико-математического моделирования кинетики и траектории трещин в поверхностных слоях материала на различных масштабно-структурных уровнях и при различных видах нагружения.

Нейросетевое моделирование роста коротких усталостных трещин

Распространение коротких усталостных трещин в металлах имеет свои особенности, связанные с преодолением микроструктурных барьеров [1, 3]. Различают микроструктурно и физически короткие усталостные трещины, отличающиеся закономерностями преодоления микроструктурных барьеров в металле. Микроструктурные барьеры, препятствующие развитию трещины в сталях, можно классифицировать по уровню сопротивления на слабые и сильные (рис. 1). Наличие слабых барьеров d_m обусловлено структурой металлов, связанной с кристаллографической ориентацией, размерами и формой ферритных зерен. В качестве сильных микроструктурных барьеров выступают чаще всего границы перлитных зерен или включений размером D .

¹ Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 14-19-00383).

² Институт машиноведения им. А. А. Благонравова РАН, Москва; e-mail: matvienko70@yahoo.com

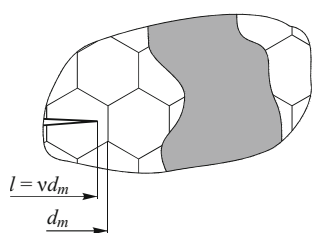


Рис. 1. Схема преодоления микроструктурно короткой усталостной трещины границы зерна в среднеуглеродистой стали (белым обозначены ферритные зерна, серым — перлитные колонии)

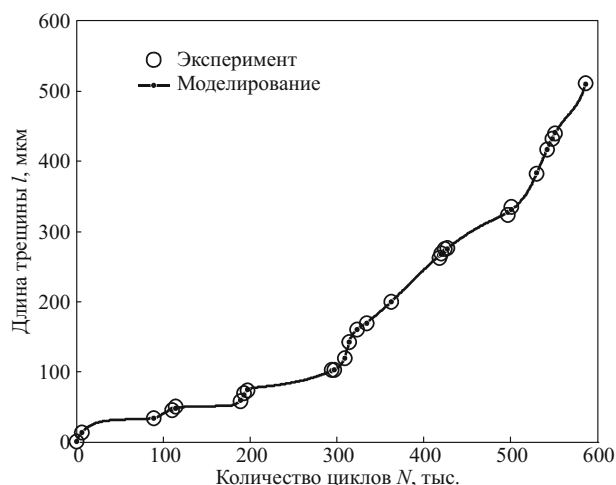


Рис. 2. Результаты нейросетевого моделирования роста микроструктурно коротких трещин в среднеуглеродистой стали при размахе сдвиговой деформации $\Delta\gamma = 0,79\%$ (исходная информация для кинетики коротких усталостных трещин задана в координатах длина трещины — количество циклов)

Кинетика распространения микроструктурной усталостной трещины может быть представлена следующим образом. Такая трещина при подходе к слабому микроструктурному барьеру сначала теряет скорость, затем при прохождении большей части зерна она скачкообразно преодолевает микроструктурный барьер. Происходит резкий скачок скорости трещины, и ее рост продолжается уже в следующем зерне. Таким образом, микроструктурно короткие трещины распространяются скачкообразно, преодолевая слабые микроструктурные барьеры, или останавливаются барьерами при напряжениях (деформациях) ниже предела выносливости металла. Если напряжения (деформации) выше предела выносливости, скачкообразная стадия роста микроструктурно коротких трещин (1-я стадия) переходит в плавную стадию роста физически коротких трещин (2-я стадия).

Для экспериментального определения размеров поверхностных трещин в процессе испытаний эффективно используется метод реплик, предполагающий остановку нагружения через определенное количество циклов и нанесение на поверхность образца полимерной пленки. После удаления пленки на полученной реплике с помощью микроскопа измеряют размеры и количество поверхностных микротрещин. Приращение средней длины трещины Δl_i , деленное на приращение количества циклов нагружения ΔN_i , дает экспериментальное значение скорости роста. Для интер-

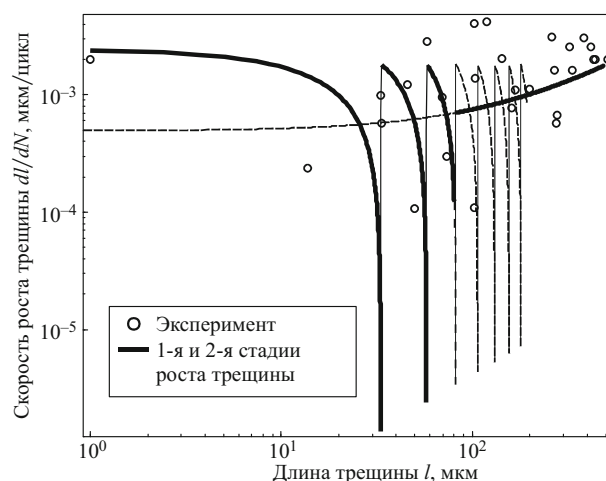


Рис. 3. Прогнозирование 1-й и 2-й стадий роста коротких трещин в среднеуглеродистой стали при размахе сдвиговой деформации $\Delta\gamma = 0,79\%$ и коэффициенте асимметрии циклического нагружения $R = -1$

претации результатов экспериментального определения скорости роста коротких усталостных трещин привлекают модель и уравнения Хобсона — Брауна, которые достаточно подробно представлены в работах [1–3].

Очевидно, что интерпретация полученных экспериментальных результатов, имеющих существенный разброс, и определение параметров уравнений в рамках используемой модели представляют значительные трудности. В связи с большой длительностью и высокой стоимостью таких испытаний на усталость проблемы точности и корректности параметров модели роста микроструктурно и физически коротких усталостных трещин приобретают большую актуальность.

Для моделирования кинетики микроструктурно и физически коротких усталостных трещин и определения соответствующих параметров уравнений роста трещин предложено использовать метод нейронных сетей, являющийся весьма эффективным в задачах анализа сильно зашумленных экспериментальных данных [3]. При этом нейросетевое моделирование целесообразно использовать при обработке первичных экспериментальных данных длины трещины в функции количества циклов нагружения (рис. 2), что позволяет с наименьшей дисперсией настроить нейронную сеть и избежать систематической ошибки.

Для устранения влияния случайных факторов при нейросетевом моделировании использована управляемая регуляризация. Определенные с помощью метода нейронных сетей параметры уточнены с помощью метода наименьших квадратов с минимизацией функции ошибки методом адаптивного случайного поиска.

На рис. 3 представлены результаты нейросетевого моделирования роста трещины по экспериментальным значениям длины трещины в зависимости от количества циклов нагружения. При этом использована двухслойная нейронная сеть прямого распро-

странения сигнала. Следует отметить, что нейросетевое моделирование позволяет уточнить значение параметра, показывающего момент скачкообразного перехода микроструктурно короткой усталостной трещины в следующее зерно металла.

Таким образом, нейросетевое моделирование распространения микроструктурно и физически коротких поверхностных усталостных трещин в рамках модели Хобсона – Брауна является весьма эффективным инструментом, позволяющим достаточно достоверно получить приближение модели к экспериментальным данным.

Фундаментальные исследования кинетики развития микроструктурно и физически коротких трещин позволяют анализировать циклическую трещиностойкость и долговечность твердых тел на ранних стадиях повреждений и, несомненно, способствуют созданию конструкционных материалов с повышенной живучестью [1]. Такое «конструирование» с учетом вида нагружения достигается как посредством формирования различной структуры металла в поверхностных и внутренних объемах металла, так и направленной анизотропией. Например, из анализа уравнения роста микроструктурно коротких трещин, распространяющихся, как правило, с поверхности, следует целесообразность формирования мелкозернистой структуры материала в поверхностном слое, что снижает скорость их роста, а следовательно, повышает долговечность.

Прогнозирование траектории поверхностной трещины в условиях трения скольжения

В настоящее время для описания хрупкого разрушения и траектории трещины в хрупких материалах привлекают различные критерии механики хрупкого разрушения. Например, критерии максимальных тангенциальных напряжений и минимальной плотности энергии деформации обычно используют для анализа роста трещины в контактной области. Отмеченные критериальные подходы учитывают влияние только коэффициентов интенсивности напряжений трещины нормального отрыва K_I и поперечного сдвига K_{II} . В рамках двухпараметрической механики разрушения предложен модифицированный критерий максимальных тангенциальных напряжений [4] для определения траектории трещины, учитывающий влияние несингулярных компонентов напряжения (Т-напряжений) у вершины трещины. Необходимо отметить важность введения в модели и критерии механики разрушения дополнительного параметра, а именно несингулярных Т-напряжений, значительно влияющих на предельное состояние и кинетику трещин [1, 5 – 8].

Рассмотрим возможность применения критерия максимальных осредненных тангенциальных напряжений в окрестности вершины трещины для поиска траектории поверхностной трещины смешанного типа при действии контактных нагрузок в условиях трения

скольжения и наличия смазочного материала. Постулируется, что рост трещины начинается вдоль радиуса ее скругленной вершины перпендикулярно действию максимальных тангенциальных напряжений $\sigma_{\theta\theta}$. Исходя из уравнения для тангенциальных напряжений в окрестности вершины трещины смешанного типа (I и II), усредняя их по зоне процесса разрушения, получаем критерий максимальных осредненных тангенциальных напряжений для определения направления роста наклонной трещины в условиях контактных нагрузок и давления смазочного материала на поверхности трещины в виде [9, 10]

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_{\theta\theta}}{\partial \theta} = K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta_0 - 1) + \frac{4}{3} \sqrt{2\pi d} \sigma_{xy}^c \times \\ \times \frac{\cos 2\theta_0}{\cos(\theta_0/2)} - \frac{8}{3} (T - \sigma_{yy}^c) \sqrt{2\pi d} \cos \theta_0 \sin \frac{\theta_0}{2} = 0, \quad (1)$$

где K_I и K_{II} — коэффициенты интенсивности напряжений (КИН) нормального отрыва и поперечного сдвига; θ_0 — угол, характеризующий направление роста трещины относительно исходной ее ориентации; σ_{xy}^c и σ_{yy}^c — касательные и нормальные напряжения в окрестности трещины, вызванные контактным давлением на поверхность трещины, в частности, давлением смазывающего материала; d — размер зоны процесса разрушения в окрестности вершины трещины, который для каждого прироста трещины рассчитывается из условия $\bar{\sigma}_{\theta\theta} = \sigma_0$, т.е.

$$T \sin^2(\theta_0) - \sigma_{xy}^c \sin(2\theta_0) + \sigma_{yy}^c \cos^2(\theta_0) + \\ + \cos \frac{\theta_0}{2} \left[K_I \cos^2 \frac{\theta_0}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin(\theta_0) \right] \sqrt{\frac{2}{\pi d}} = \sigma_0. \quad (2)$$

Здесь σ_0 — предельные локальные напряжения, действующие в зоне процесса разрушения и являющиеся функцией предела текучести и несингулярных Т-напряжений. Для случая плоской деформации [2, 4, 10]

$$\sigma_0 = -\frac{T}{2} + \sigma_Y \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{T}{\sigma_Y} \right)^2 - \frac{(1+\nu^2 - \nu)(T/\sigma_Y)^2 - 1}{(1-2\nu)^2}}, \quad (3)$$

где ν — коэффициент Пуассона. Несингулярные Т-напряжения отражают степень стеснения деформаций перед фронтом трещины, действуют в плоскости трещины в направлении ее возможного распространения и могут быть как растягивающими, так и сжимающими.

Рассмотрим модель распространения наклонной поверхностной трещины в условиях воздействия контактных нагрузок на примере шестеренки [9, 10]. Реальная геометрия зубцов шестеренок (рис. 4, а) может быть представлена в виде модели, состоящей из пары подобных контактирующих цилиндров (рис. 4, б) с радиусами, соответствующими радиусам

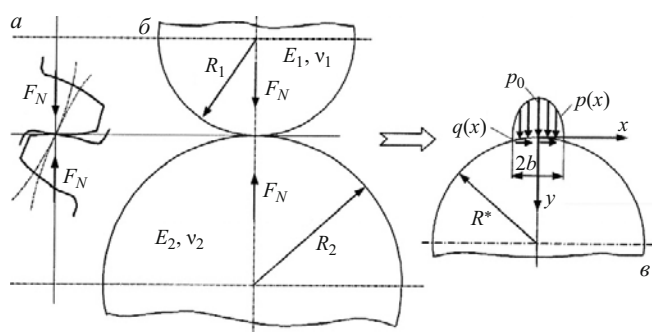


Рис. 4. Представление геометрии шестеренок в виде эквивалентной модели

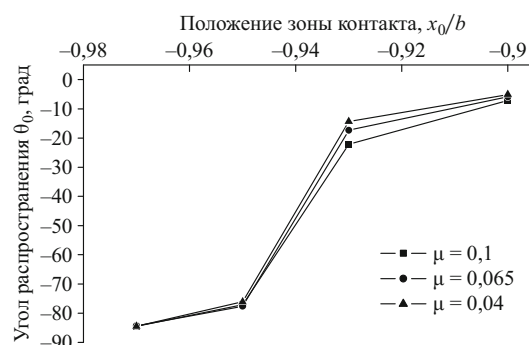


Рис. 7. Зависимость угла распространения трещины θ_0 от положения пятна контакта x_0/b для различных значений коэффициента трения μ

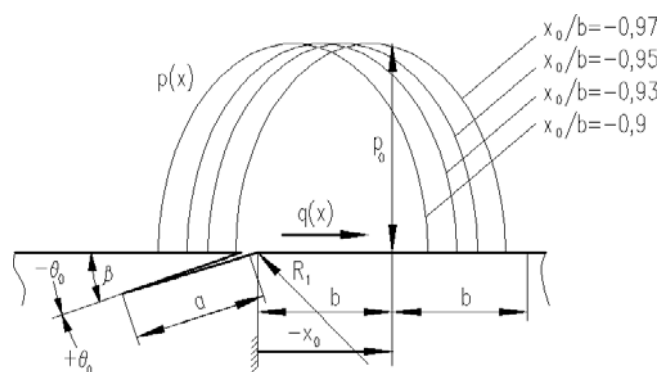


Рис. 5. Моделирование движущейся зоны контакта в окрестности наклонной трещины

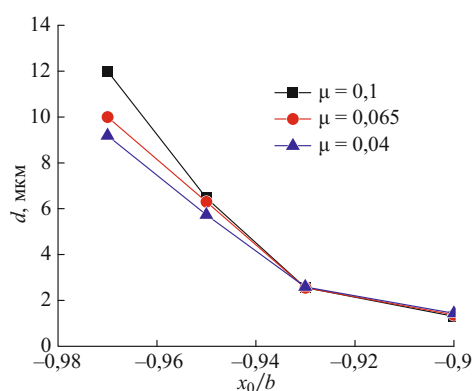


Рис. 6. Влияние положения зоны контакта и коэффициента трения μ на размер зоны процесса разрушения d

искривления исследуемых элементов. В дальнейшем эти цилиндры заменяют подобными цилиндрами (рис. 4, в), для которых нормальные распределения контактного давления $p(x)$ и тангенциальных $q(x)$ контактных нагрузок выражаются с помощью известных аналитических уравнений [9 – 11].

Для изучения влияния контактной нагрузки на направление роста поверхностной трещины рассматривается четыре возможных варианта положения зоны контакта x_0/b , создающей различное напряженное состояние в окрестности вершины трещины (рис. 5). Во всех вариантах распределения нормальных $p(x)$ и

тангенциальных $q(x)$ контактных нагрузок одинаковы для различных положений зоны контакта по отношению к краям трещины.

Для расчета направления роста наклонной трещины начальной длиной 20 мкм с углом наклона $\beta = 20^\circ$ использованы следующие данные [11]: максимальная величина давления; размер пятна контакта; предел текучести; коэффициенты интенсивности напряжения нормального отрыва и поперечного сдвига; Т-напряжения.

Решение системы уравнений (1) и (2) позволяет определить размер зоны процесса разрушения у вершины поверхностной трещины в условиях трения скольжения. Вопреки широко распространенному предположению о постоянстве размера зоны процесса разрушения d , результаты расчетов ясно показывают значительное влияние положения зоны контакта на размер этого важного параметра (рис. 6). На непостоянство размера зоны процесса разрушения в механике разрушения тел с надрезами также обращено внимание в работе [12], в которой отмечено, что размер d зависит от как от геометрии надреза, так и условий нагружения.

Увеличение трения приводит к некоторому росту угла распространения трещины лишь при положении зоны контакта $x_0/b = 0,93$. На направление распространения трещины значительное влияние оказывает положение зоны контакта относительно трещины (рис. 7). Максимальный угол θ_0 наблюдается при достижении зоной контакта устья трещины. Дальнейшее перекрытие зоной контакта устья трещины приводит к уменьшению угла распространения трещины относительно исходной ориентации трещины. Такая тенденция угла распространения трещины связана прежде всего со значительным уменьшением несингулярных Т-напряжений и коэффициента интенсивности напряжений поперечного сдвига K_{II} при незначительном изменении коэффициента интенсивности напряжений нормального отрыва K_I [9, 10].



Рис. 8. Бифуркация микротрещин в условиях трения качения

Моделирование микроповреждений поверхностных слоев и бифуркации микротрещины

Значительный интерес представляет исследование закономерностей деформирования, разрушения и изнашивания тел качения. Решение данной задачи актуально при анализе аварийных режимов работы вращающихся деталей механизмов и машин, в том числе валов тяговых электродвигателей, двигателей внутреннего сгорания, опор качения (подшипников), а также при прогнозировании последствий аварийного останова при различных радиальных усилиях и угловых скоростях вращения с учетом имеющихся поверхностных дефектов. Процессы повреждения поверхностных слоев сопровождаются взаимодействием трущихся поверхностей качения с интенсивным их износом, обусловленным, в первую очередь, значительными контактными усилиями и увеличением сил трения на контакте за счет глубокого зацепления микронеровностей.

МКЭ-моделирование экстремальных условий контактного взаимодействия тел при качении позволяет определить характер влияния внешних условий нагружения на процесс деформирования и заклинивания взаимодействующих тел, а также получить физическую картину процесса повреждения и разрушения поверхностных слоев с учетом динамических эффектов [13]. Характер распределения эквивалентных напряжений по Мизесу в окрестности вершины трещины на различных этапах взаимодействия контактирующих тел в условиях трения качения позволяет сделать вывод о возможности бифуркации микротрещин, что подтверждается результатами экспериментов (рис. 8).

Следует также отметить, что численное моделирование (посредством программного комплекса ANSYS LS-DYNA) динамического нагружения вала с поверхностным клиновидным трещиноподобным дефектом в условиях трения качения выявило влияние длины поверхностного дефекта на характеристики напряженно-деформированного состояния, амплитуду колебаний берегов дефекта и его спектральные характеристики [14]. С увеличением размера поверхностного дефекта от 15 до 60 мм частота колебаний берегов дефекта изменяется в пределах от 25 до 1 кГц. Наблюдаемое явление может быть эффективно использовано

при выявлении и диагностике трещин в деталях машин в условиях их контактного взаимодействия с помощью акустико-эмиссионных методов.

Моделирование скалывания кромки образца и индентирования керамик

Для определения сопротивления разрушению конструкционной, функциональной, биомедицинской керамики, стекол и других хрупких материалов на мезомасштабном размерном уровне привлекательным представляется метод скалывания прямоугольной кромки образца с помощью конического индентора со сферическим разрушающим кончиком. Эта методология позволяет оценивать сопротивление разрушению по результатам скалывания кромок малогабаритных образцов и является альтернативой традиционным методам испытаний, предусматривающим использование сравнительно крупногабаритных образцов с трещиной, создание которых является проблематичным для хрупких материалов. Это особенно актуально при поисковых материаловедческих исследованиях, при изучении уникальных дорогостоящих материалов и тогда, когда изделие значительно меньше стандартного образца. Для определения сопротивления разрушению хрупких материалов методом скалывания кромки образца эффективно использование комбинированного подхода, сочетающего экспериментальный метод с методом численного моделирования напряженно-деформированного состояния в зоне контакта индентора с испытываемым образцом. С помощью численного моделирования оптимизирована методология исследования сопротивления разрушению скалыванием кромок образца и разработаны рекомендации по проведению экспресс-испытаний [15 – 17].

Проанализируем результаты эксперимента по контактному взаимодействию конического алмазного индентора с радиусом скругления 200 мкм с образцом из стекла в зоне краевого эффекта при разрушающем усилии $P_f = 50,21$ Н [17]. На основе МКЭ-исследования контактного взаимодействия индентора с образцом в зоне краевого эффекта (соответствует эксперименту на скалывание кромки образца) выявлено существование точек бифуркации, обуславливающих переход системы от состояния, соответствующего появлению первичной полукруглой трещины, к состоя-

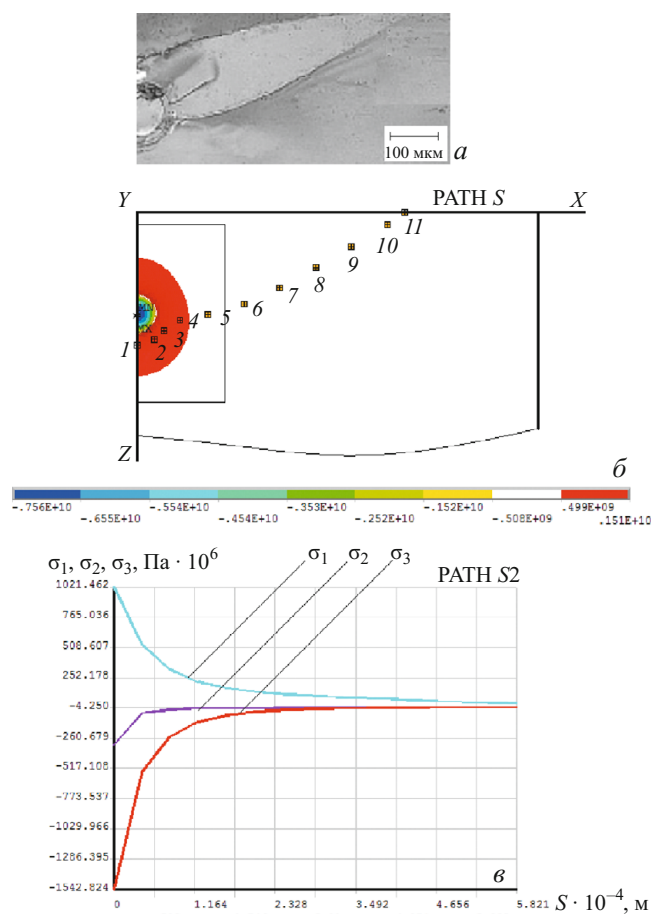


Рис. 9. Первичная полукруглая трещина и развивающаяся от нее вторичная трещина, образовавшиеся при внедрении индентора в образец из стекла в зоне краевого эффекта (а), растровые изолинии главного напряжения σ_1 с нанесенной траекторией PATH S (б), графики изменения главных напряжений σ_1 , σ_2 , σ_3 на поверхности образца вдоль траектории PATH S₂ (в)

нию, соответствующему появлению двух поверхностных трещин. Две вторичные поверхностные трещины начинают распространяться от точек бифуркации и идут вдоль траектории локального неравновесного состояния, соответствующего локальному экстремуму (минимуму в области отрицательных значений) компонентов деформаций и напряжений (рис. 9).

Таким образом, физико-математическое моделирование является важным инструментом в исследовании фундаментальных закономерностей инициирования и распространения трещин в поверхностных слоях материала на различных масштабно-структурных уровнях и при различных условиях нагружения. Выявляемые закономерности создают предпосылки для «конструирования» неоднородных конструкционных материалов с повышенными характеристиками живучести и управления живучестью поврежденных поверхностными трещиноподобными дефектами критически важных элементов машин и конструкций. На приведенных примерах моделирования кинетики трещин в поверхностных слоях материала в условиях циклического нагружения, трения качения и сколь-

жения, индентирования и скалывания кромки образца проиллюстрирована эффективность комбинированных экспериментально-численных методов моделирования, позволяющих исследовать инициирование, рост, бифуркацию и траектории поверхностных трещин.

ЛИТЕРАТУРА

1. Матвиенко Ю. Г. Тенденции нелинейной механики разрушения в проблемах машиностроения. — М. — Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2015. — 56 с.
2. Матвиенко Ю. Г. Модели и критерии механики разрушения. — М.: Физматлит, 2006. — 328 с.
3. Матвиенко Ю. Г., Кулаков А. В. Нейросетевое моделирование роста коротких усталостных трещин / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2008. Т. 74. № 12. С. 41 – 48.
4. Matvienko Yu. G. Maximum average tangential stress criterion for prediction of the crack path / Int. J. Fracture. 2012. Vol. 176. P. 113 – 118.
5. Матвиенко Ю. Г. Несингулярные Т-напряжения в проблемах двухпараметрической механики разрушения / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2012. Т. 78. № 2. С. 51 – 58.
6. Матвиенко Ю. Г. Моделирование и критерии разрушения в современных проблемах прочности, живучести и безопасности машин / Проблемы машиностроения и надежности машин. 2014. № 3. С. 80 – 89.
7. Матвиенко Ю. Г. Двухпараметрическая механика разрушения в современных проблемах прочности / Проблемы машиностроения и надежности машин. 2013. № 5. С. 37 – 46.
8. Matvienko Yu. G. The effect of out-of-plane constraint in terms of the T-stress in connection with specimen thickness / Theor. Appl. Fracture Mech. 2015. Vol. 80. P. 49 – 56.
9. Семенова М. М., Матвиенко Ю. Г. Прогнозирование траектории поверхностной трещины при контактом нагружении в условиях трения скольжения / Машиностроение и инженерное образование. 2014. № 2. С. 47 – 52.
10. Matvienko Yu. G., Semenova M. M. The concept of the average stress in the fracture process zone for the search of the crack path / Frattura ed Integrità Strutturale. 2015. Vol. 34. P. 276 – 281.
11. Zafoshnik B., Ren Z., Flašker J., Mishuris G. Modelling of Surface Crack Growth under Lubricated Rolling-Sliding Contact Loading / Int. J. Fracture. 2005. Vol. 134. P. 127 – 149.
12. Pluvinaud G., Capelle J. On characteristic lengths used in notch fracture mechanics / Int. J. Fracture. 2014. Vol. 187. P. 187 – 197.
13. Матвиенко Ю. Г., Бубнов М. А. Контактное взаимодействие и разрушение поверхностного слоя в условиях трения качения и заклинивания / Проблемы машиностроения и надежности машин. 2009. № 4. С. 43 – 49.
14. Матвиенко Ю. Г., Бубнов М. А., Мягков К. А. Спектральные характеристики трещиноподобного дефекта в условиях трения качения / Проблемы машиностроения и надежности машин. 2015. № 5. С. 62 – 66.
15. Батанова О. А., Гогоцки Г. А., Матвиенко Ю. Г. Численный анализ результатов эксперимента по скалыванию кромок образца / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2011. Т. 77. № 7. С. 54 – 57.
16. Batanova O. A., Gogotski G. A., Matvienko Yu. G. Numerical modeling edge chip-ping tests of ceramics / Engin. Fracture Mech. 2014. Vol. 132. P. 38 – 47.
17. Батанова О. А., Матвиенко Ю. Г. Закономерности образования трещин при скалывании кромки образца и индентировании хрупких материалов / Физическая мезомеханика. 2015. Т. 18. № 2. С. 22 – 36.

REFERENCES

1. Matvienko Yu. G. Tendentsii nelineinoi mekhaniki razrusheniya v problemakh mashinostroeniya [Trends of nonlinear fracture mechanics in mechanical engineering problems]. — Moscow – Izhevsk: Izd. Inst. komp'yuternykh issledovaniy, 2015. — 56 p. [in Russian].
2. Matvienko Yu. G. Modeli i kriterii mekhaniki razrusheniya [Models and criteria of fracture mechanics]. — Moscow: Fizmatlit, 2006. — 328 p. [in Russian].

3. **Matvienko Yu. G., Kulakov A. V.** Neurosetevoe modelirovanie rosta korotkikh ustalostnykh treshchin [Neural network modeling of the short fatigue crack growth] / *Zavod. Lab. Diagn. Mater.* 2008. Vol. 74. N 12. P. 41 – 48 [in Russian].
4. **Matvienko Yu. G.** Maximum average tangential stress criterion for prediction of the crack path / *Int. J. Fracture*. 2012. Vol. 176. P. 113 – 118.
5. **Matvienko Yu. G.** Nesingulyarnye T-napryazheniya v problemakh dvukhparametricheskoi mekhaniki razrusheniya [Nonsingular T-stresses in problems of two-parameter fracture mechanics] / *Zavod. Lab. Diagn. Mater.* 2012. Vol. 78. N 2. P. 51 – 58 [in Russian].
6. **Matvienko Yu. G.** Modelirovanie i kriterii razrusheniya v sovremennykh problemakh prochnosti, zhivuchesti i bezopasnosti mashin [Modeling and fracture criteria in current problems of strength, survivability and machine safety] / *Probl. Mashinostr. Nadezhn. Mashin.* 2014. N 3. P. 80 – 89 [in Russian].
7. **Matvienko Yu. G.** Dvukhparametricheskaya mekhanika razrusheniya v sovremennykh problemakh prochnosti [Two-parameter fracture mechanics in contemporary strength problems] / *Probl. Mashinostr. Nadezhn. Mashin.* 2013. N 5. P. 37 – 46 [in Russian].
8. **Matvienko Yu. G.** The effect of out-of-plane constraint in terms of the T-stress in connection with specimen thickness / *Theor. Appl. Fracture Mech.* 2015. Vol. 80. P. 49 – 56.
9. **Semenova M. M., Matvienko Yu. G.** Prognozirovanie traektorii poverkhnostnoi treshchiny pri kontaktnom nagruzhении v usloviyakh treniya skol'zheniya [Prediction of surface crack path under sliding friction] / *Mashinostr. Inzh. Obrazov.* 2014. N 2. P. 47 – 52 [in Russian].
10. **Matvienko Yu. G., Semenova M. M.** The concept of the average stress in the fracture process zone for the search of the crack path / *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2015. Vol. 34. P. 276 – 281.
11. **Zafošnik B., Ren Z., Flašker J., Mishuris G.** Modelling of Surface Crack Growth under Lubricated Rolling-Sliding Contact Loading / *Int. J. Fracture*. 2005. Vol. 134. P. 127 – 149.
12. **Pluinage G., Capelle J.** On characteristic lengths used in notch fracture mechanics / *Int. J. Fracture*. 2014. Vol. 187. P. 187 – 197.
13. **Matvienko Yu. G., Bubnov M. A.** Kontaktnoe vzaimodeistvie i razrushenie poverkhnostnogo sloya v usloviyakh treniya kacheniya i zaklinivaniya [Contact interaction and fracture of the surface layer during rolling friction and wedging] / *Probl. Mashinostr. Nadezhn. Mashin.* 2009. N 4. P. 43 – 49 [in Russian].
14. **Matvienko Yu. G., Bubnov M. A., Myagkov K. A.** Spektral'nye kharakteristiki treshchinopodobnogo defekta v usloviyakh treniya kacheniya [Spectral characteristics of crack-like defects in the condition of rolling friction] / *Probl. Mashinostr. Nadezhn. Mashin.* 2015. N 5. P. 62 – 66 [in Russian].
15. **Batanova O. A., Gogotsi G. A., Matvienko Yu. G.** Chislennyi analiz rezul'tatov éksperimenta po skalyvaniyu kromok obraztsa [Numerical analysis of results in edge chipping tests] / *Zavod. Lab. Diagn. Mater.* 2011. Vol. 77. N 7. P. 54 – 57 [in Russian].
16. **Batanova O. A., Gogotsi G. A., Matvienko Yu. G.** Numerical modeling edge chip-ping tests of ceramics / *Engin. Fracture Mech.* 2014. Vol. 132. P. 38 – 47.
17. **Batanova O. A., Matvienko Yu. G.** Zakonomernosti obrazovaniya treshchin pri skalyvanii kromki obraztsa i indentirovanii khрупkikh materialov [Crack initiation in edge chipping and indentation of brittle materials] / *Fiz. Mezomekh.* 2015. Vol. 18. N 2. P. 22 – 36 [in Russian].