

# Математические методы исследования

УДК 519.2

## РАЗВИТИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ (2006 – 2015 гг.)

© А. И. Орлов<sup>1</sup>

*Статья поступила 19 апреля 2016 г.*

Представлен анализ работы раздела «Математические методы исследования» нашего журнала за десять лет (2006 – 2015 гг.). Мозаика отдельных публикаций складывается в стройную картину научных исследований и практических рекомендаций. Наряду с публикациями по тематике, общей для раздела, рассмотрены работы по прикладной статистике — статистике случайных величин, многомерному статистическому анализу, статистике временных рядов и нечисловых данных. Поскольку подавляющее большинство таких публикаций относится к статистике нечисловых данных, внутри нее выделены теория измерений, задачи классификации, статистика интервальных данных. Традиционными для раздела являются работы по планированию эксперимента. Рассмотрены статьи по экспертным оценкам, прогнозированию, теории принятия решений, программному обеспечению математических методов исследования. Получены теоретические результаты высокого уровня, решено большое число важных прикладных задач. Проанализированы 123 статьи 114 авторов. Раздел — уникальная издательская площадка по математическим методам исследования, ничего подобного в России нет.

**Ключевые слова:** математические методы исследования; математическая статистика; прикладная статистика; статистика случайных величин; многомерный статистический анализ; временные ряды; статистика нечисловых данных; теория измерений; задачи классификации; статистика интервальных данных; планирование эксперимента; экспертные оценки; прогнозирование; теория принятия решений; программное обеспечение.

Раздел «Математические методы исследования» нашего журнала был создан в 1961 г. Соответствующую секцию редколлегии возглавили академик АН УССР Б. В. Гнedenko и В. В. Налимов. За прошедшие годы в разделе опубликовано более тысячи статей, большинство из которых продолжают быть актуальными и в настоящее время. Это связано с тем, что многие вопросы обработки данных измерений, наблюдений, испытаний, анализов, опытов не стареют, поскольку возникают у новых поколений исследователей. К сожалению, не уходят в прошлое и «популярные» ошибки, например, расхожая в 80-е годы ошибка при использовании критерииев Колмогорова и омега-квадрат (см. № 1 за 1985 г.) остается распространенной и в настоящее время.

Итоги работы раздела в XX в. были подведены в статьях [1 – 3]. Следующий этап освещен в обзоре В. Г. Горского «Прикладная математическая статистика — наш профиль» [4]. В данной работе проанализируем дальнейшие публикации, вышедшие в 2006 – 2015 гг. Чтобы не перегружать статью библиографи-

ческими ссылками, будем указывать только авторов, год и номер, например, (А. И. Орлов, 2015/7). Полное описание и тексты статей можно найти в РИНЦ и на сайте журнала <http://zldm.ru>.

При анализе публикаций будем использовать классификатор, приведенный в таблице. Прикладную статистику, как и в написанном по материалам нашего раздела учебнике [5], делим на четыре области: статистика случайных величин; многомерный статистический анализ; статистика временных рядов и случайных процессов; статистика нечисловых данных. Четвертой из этих областей (ее называют также статистикой объектов нечисловой природы, или нечисловой статистикой [6]) за прошедшее десятилетие посвящено значительное число публикаций, поэтому внутри нее выделяем теорию измерений, задачи классификации, статистику интервальных данных.

Планирование эксперимента — традиционная тематика нашего раздела, как и экспертные оценки и прогнозирование. Хотя очевидно, что при применении математических методов исследования широко используются разнообразные программные продукты, специально вопросам разработки и качества программного обеспечения был посвящен ряд статей. Все статьи раздела «Математические методы исследова-

<sup>1</sup> Институт высоких статистических технологий и эконометрики Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия; Московский физико-технический институт, г. Долгопрудный, Россия;  
e-mail: prof-orlov@mail.ru

ния» нацелены на практическое применение, но среди них можно выделить и те, в которых решаются конкретные прикладные задачи. В заключительной строке таблицы подведены итоги по разделу «Математические методы исследования» в целом (каждый автор учтен в соответствующей строке только один раз).

В статьях общего содержания центральное место занимает обзор В. Г. Горского «Прикладная математическая статистика — наш профиль» (2007/1), в котором подведены итоги работы раздела за предыдущие годы. Название этого обзора адекватно отражает основное направление деятельности раздела. Общим для всех перечисленных в таблице областей научных исследований вопросам посвящены статьи А. И. Орлова, в которых сформулирована новая парадигма прикладной статистики, отражающая современный подход к разработке, изучению и применению математических методов исследования (2012/1), выявлена структура непараметрической статистики (2015/7), для математических методов и моделей рассмотрены проблемы устойчивости (2010/3), в качестве современной системы внедрения математических методов исследования предложено обобщение системы «Шесть сигм», первоначально разработанной для обеспечения повышения качества продукции (2006/5). Согласно новой парадигме прикладной статистики и математических методов исследования в целом выполнены многие исследования за последние десятилетия (начиная с 80-х годов), однако сам термин «новая парадигма» стал употребляться недавно — с 2011 – 2012 гг.

Важным новшеством в работе журнала явились «Колонки редколлегии» — краткие передовые статьи, посвященные ключевым вопросам работы разделов. По нашему разделу первая из них была посвящена математическим методам исследования как инструмен-

там аналитика (Д. А. Новиков, А. И. Орлов, 2010/4). В следующем году обсуждена задача прогнозирования цен на лом черных металлов как пример применения прикладных математических моделей и методов (Д. А. Новиков, А. И. Орлов, Т. А. Баландина, 2011/4). Затем Д. А. Новиков и А. И. Орлов рассмотрели наиболее важный инструментарий — «точки прорыва» на фронте научных исследований по тематике раздела. Речь шла о математических методах классификации (2012/4), экспертных оценках как инструментах аналитика (2013/4), математических методах анализа интервальных данных (2014/7). Новая парадигма математических методов исследования представлена А. И. Орловым (2015/7).

### **Исследования в области классических разделов прикладной математической статистики**

К таким разделам мы относим статистику случайных величин, многомерный статистический анализ, статистику временных рядов и случайных процессов.

Анализ полученных результатов по *статистике случайных величин* начнем с теории проверки статистических гипотез. Проанализировав современное состояние обобщенных критериев согласия типа хи-квадрат, В. Г. Воинов (2006/3) показал, что практическое применение достаточно мощных критериев Рао – Робсон – Никулина и Мирвалиева не имеет каких-либо принципиальных трудностей ни теоретического, ни прикладного характера, а потому предлагаемую отдельными авторами процедуру «оптимального группирования» никак нельзя назвать оптимальной. В статье А. И. Орлова (2012/11) предложены методы вычисления значений статистик состоятельных критериев Смирнова и типа омега-квадрат (Лемана – Розенблatta), предназначенных для проверки и абсолютной однородности двух независимых выборок, т.е. для

#### **Классификация публикаций за 2006 – 2015 гг.**

№	Область научных исследований	Число статей	Число авторов
1	Статьи общего содержания	5	2
2	Колонки членов редколлегии	6	3
3	Статистика случайных величин	7	8
4	Многомерный статистический анализ	11	9
5	Временные ряды	2	2
6	Статистика нечисловых данных	34	29
6.1	Теория измерений	3	4
6.2	Задачи классификации	16	15
6.3	Статистика интервальных данных	4	5
6.4	Другие вопросы статистики нечисловых данных	11	11
7	Планирование эксперимента	10	13
8	Экспертные оценки	7	7
9	Прогнозирование	4	5
10	Теория принятия решений	6	11
11	Программное обеспечение	6	13
12	Конкретные прикладные задачи	15	31
13	Научная жизнь	7	3
14	Математические методы исследования	123	114

проверки тождественного совпадения их функций распределения. Проверку нормальности распределения и независимости результатов измерений М. Б. Смирнов (2015/7) обсуждает на примере анализа конкретных результатов измерений интегральных интенсивностей широких групп сигналов в спектрах ЯМР  $^1\text{H}$  высокого разрешения. Методам проверки гипотезы экспоненциальности распределения посвящена работа Ю. Д. Григорьева (2016/1). Интересны примеры, показывающие, что различные критерии экспоненциальности, основанные на одних и тех же данных, могут приводить к противоположным выводам.

В задачах оценивания внимание оказалось сосредоточенным на анализе цензурированных данных, которые используются, в частности, при анализе результатов испытаний на надежность. Работа А. А. Абдушукурова и Р. С. Мурадова (2014/11) посвящена оценкам функции распределения в моделях случайного цензурирования. Затем А. А. Абдушукуров разработал (2016/1) методы оценивания совместной функции надежности по цензурированным наблюдениям.

Поиск удобных формул для описания функций распределения и плотностей продолжается. Так, В. М. Маркочев и О. В. Александрова (2012/11) предлагают использовать дробно-степенную функцию для описания распределения вероятностей.

В области многомерного статистического анализа основное направление исследований — регрессионные модели. Как правильно построить линию регрессии для кривой усталости с учетом цензурирования? Эта задача, поставленная В. Е. Гадолиной (2010/5), все еще ждет своего решения.

Продолжает разрабатываться метод наименьших квадратов. По мнению Б. В. Копаева (2012/7), в методе наименьших квадратов надо заменить абсолютные отклонения относительными. Эта идея заслуживает дальнейшей проработки. Непараметрический метод наименьших квадратов, нацеленный на оценку периодической составляющей, развит А. И. Орловым (2014/1). В нем не только отклонения от регрессионной зависимости имеют произвольное распределение, но и периодическая составляющая не входит в какое-либо параметрическое семейство.

Значительное внимание было уделено неклассическим постановкам регрессионного анализа, прежде всего методу наименьших модулей. Выбору вида функции ошибки в задачах восстановления регрессии на основе байесовского подхода посвящена работа В. В. Стрижова (2013/5). Исследование свойств обобщенного метода наименьших модулей (на примере оценки параметра сдвига) провел А. Н. Тырсин (2007/11). Оцениванию линейных регрессионных уравнений с помощью метода наименьших модулей, в том числе в случае недифференцируемости целевой функции в особых точках, посвящена статья А. Н. Тыrsина и К. Е. Максимова (2012/7). Построение

ние линейной регрессионной модели на основе энтропийного подхода выполнено С. А. Тимашевым и А. Н. Тырсиным (2009/3).

Продолжаются исследования в области выбора подмножества определяющих зависимость регрессоров из широкого множества всех возможных регрессоров. Алгоритм выбора признаков линейных регрессионных моделей из конечного и счетного множеств разработан Е. А. Крымовой и В. В. Стрижовым (2011/5).

К одной из актуальных проблем регрессионного анализа следует отнести оценивание коэффициентов линейных структурных соотношений, характеризующихся наличием погрешностей измерений во входных и выходных случайных переменных. Оцениванию линейных структурных соотношений между случайными величинами посвящена работа А. Н. Тырсина и С. А. Тимашева (2010/3). Представляются актуальными разработка и обоснование простого в реализации и рассчитанного на малые выборки метода оценивания коэффициентов линейной структурной зависимости между случайными величинами на основе использования самой общей априорной информации об исходных данных, обычно доступной на практике (А. Н. Тырсин и Т. А. Макарова, 2013/5).

Интересная мера совместной корреляционной зависимости многомерных случайных величин предложена и изучена А. Н. Тырсиным (2014/1).

К статистике временных рядов и случайных процессов относится статья И. А. Кожевниковой, посвященная выявлению скрытых периодичностей (2006/3). Динамический спектр нестационарного случайного процесса не только выявляет периодики, присущие анализируемому процессу, но и дает общую картину изменения частотной структуры случайного процесса, как убедительно продемонстрировано И. Г. Нидеккер (2006/7).

## Развитие статистики нечисловых данных

В настоящее время статистика нечисловых данных (ее иногда называют подробнее — статистика объектов нечисловой природы, или короче — нечисловая статистика [6]) — центральная область прикладной статистики. Это утверждение подтверждается большим числом публикаций по статистике нечисловых данных в нашем журнале (34 из 54 статей, помещенных по всем конкретным направлениям прикладной статистики). В ней выделим отдельно такие направления, как теория измерений, задачи классификации, статистика интервальных данных.

Общее представление о нечисловой статистике дано в обзоре А. И. Орлова «Тридцать лет статистики объектов нечисловой природы» (2009/5). Отсчет идет от первого упоминания в 1979 г. термина «статистика объектов нечисловой природы» в научной литературе. Одна из крупных недавних разработок в этой области, выполненная Е. В. Луценко (2014/5), — системно-когнитивный анализ, реализующая его программная

система «Эйдос» и многообразные применения этих интеллектуальных инструментов для построения интеллектуальных измерительных систем. Математический метод автоматизированного системно-когнитивного анализа (АСК-анализа) Е. В. Луценко предлагает рассматривать (2015/5) как системную теорию информации.

В предисловии (1967 г.) к переводу на русский язык книги С. Кульбака «Теория информации и статистика» А. Н. Колмогоров писал: «... навыки мысли и аналитический аппарат теории информации должны, по-видимому, привести к заметной перестройке здания математической статистики» [7, с. 5 – 6]. Однако этого не произошло, поскольку поток исследований, имеющих целью осуществить указанную перестройку, в СССР и мире не возник. По мнению автора настоящей статьи, работы Е. В. Луценко (АСК-анализ) можно рассматривать как развитие указанного А. Н. Колмогоровым направления прикладной математической статистики не столько в чисто математическом плане, сколько в pragматически-прикладном. Реализуется рекомендация А. Н. Колмогорова: «По-видимому, внедрение предлагаемых методов в практическую статистику будет облегчено, если тот же материал будет изложен более доступно и проиллюстрирован на подробно разобранных содержательных примерах» [7, с. 6]. Отметим оригинальность подхода и результатов Е. В. Луценко (по сравнению с книгой Кульбака), так что речь выше идет об идейных связях, а не о конкретике.

В статье (2015/5) Е. В. Луценко кратко описывает разработанный им метод автоматизированного системно-когнитивного анализа (имеется его программный инструментарий — система «Эйдос-Х++»). АСК-анализ основан на системной теории информации, которая создана в рамках реализации идеи обобщения понятий математики (в частности, теории информации), базирующихся на теории множеств, путем тотальной замены понятия множества на более общее понятие системы и тщательного отслеживания всех последствий этой замены. Этому обобщению посвящена монография «Системная нечеткая интервальная математика» [8]. Благодаря математическому методу,енному в основу АСК-анализа, рассматриваемый метод является непараметрическим и позволяет сопоставимо обрабатывать десятки и сотни тысяч градаций факторов и будущих состояний объекта управления (классов) при неполных (фрагментированных), зашумленных данных числовой и нечисловой природы, измеряемых в различных шкалах.

Методы интерполяции функций нескольких нечисловых переменных развил С. А. Смоляк (2007/3). Он обсуждал также методы восстановления таких функций при наличии случайных ошибок наблюдения (2007/5).

Новый вид объектов нечисловой природы — спонтанные последовательности — ввели, изучили и применили для решения прикладных задач А. Н. Гор-

бач и Н. А. Цейтлин. Они обосновали вид расстояния между нечисловыми объектами указанного вида (2008/11), разработали методы их анализа (2009/1).

Критерии информативности и пригодности (для решения задач распознавания образов) подмножества признаков, основанные на функции сходства, предложили и изучили И. А. Борисова, Н. Г. Загоруйко и О. А. Кутненко (2008/1).

Квантификации предпочтений, выраженных в верbalной форме, посвящена статья И. Ф. Шахнова (2013/1). Им описана модель количественного представления интенсивности проявления интересующих пользователя свойств у рассматриваемой группы объектов. Исходной информацией являются выраженные в верbalной форме суждения пользователя о степени проявления этих свойств у данных объектов. Предлагаемая модель основана на методе тернарных сравнений.

Теорию нечетких множеств для измерения и оценки эффективности реализации научекомкой продуктой инновации применила С. В. Клементьев (2006/11).

Определению сходных элементов в модели совершенства организаций посвящена работа А. И. Глухова (2007/3). Им построена удобная для практического применения математическая модель, позволяющая выявлять места смысловой избыточности модели делового совершенства.

К теории измерений относится обзор Б. В. Барского и М. В. Соколова (2006/1), посвященный средним величинам, инвариантным относительно допустимых преобразований шкалы измерения. Основные результаты теории измерений с точки зрения математических методов исследования рассмотрены А. И. Орловым (2006/1). Среднемедианный показатель положения выборки экспертных оценок обоснован Н. А. Цейтлиным (2010/7).

Значительное число статей (16) посвящено задачам классификации. Это научное направление относится к статистике нечисловых данных, поскольку методы решения задач классификации, как правило, опираются на использование расстояний между классифицируемыми объектами, а не на параметры самих объектов, а потому эти объекты могут быть элементами пространств произвольной природы.

О развитии математических методов теории классификации и внутренней структуре этой научной области рассказано в обзоре А. И. Орлова (2009/7). Выделены три основные типа задач — построения, изучения и применения классификации. Первая из них решается методами кластер-анализа, автоматической классификации, построения типологии, распознавания образов (все эти термины используются как синонимы). Вторая — методами теории бинарных отношений, графов, иерархий. Для обозначения методов решения задач третьего типа используют термины: дискриминантный анализ, диагностика, распозна-

вание образов с учителем. Многообразие терминов определяется разнообразием исходных прикладных задач.

Задачи классификации библиографических текстовых документов рассмотрены в серии работ В. О. Толчеева с соавторами. В статье (2009/7) он предложил модифицированный и обобщенный метод ближайшего соседа для решения таких задач. Использование непараметрических статистических критериев для оценки точности методов классификации рассмотрено в работе А. И. Орлова и В. О. Толчеева (2011/3). Большое практическое значение имеет комплексная процедура редукции для увеличения быстродействия непараметрических методов классификации текстовых документов, описанная А. А. Бородкиным и В. О. Толчеевым (2011/11). Эти же авторы предложили и изучили методы взвешивания ближайших соседей на примере классификации библиографических текстовых документов (2013/7). Разработке новых модификаций профильных методов классификации и построению коллективов решающих правил посвящена статья А. С. Мохова и В. О. Толчеева (2015/3).

Серия интересных исследований выполнена А. В. Савченко. Он разработал оригинальный метод направленного перебора альтернатив в задачах распознавания образов (2011/11). В статье (2012/3) предложил интересный подход к разработке методов коллективного распознавания (комитетных решений). К числу несомненных достоинств этой работы необходимо отнести удачную идею объединения диагностических правил в комитеты на основе расчета информационного рассогласования Кульбака – Лейблера. Эффективность этого нововведения подтверждается экспериментальными исследованиями на различных выборках. В (2013/1) А. В. Савченко исследует возможность повышения надежности распознавания образов за счет применения статистического подхода и выбора решения на основе сравнения с наперед заданным порогом максимальной апостериорной вероятности принадлежности объекта к классу. Судя по результатам эксперимента в задаче распознавания людей по фотографиям лиц надежность классификации для предложенного подхода превосходит существующие аналогии. С целью распознавания сложноструктурированных объектов в статье (2014/3) предложена математическая модель образа как последовательности выборок независимых одинаково распределенных векторов признаков. На основе этой модели и классического байесовского подхода задача распознавания сведена к проверке гипотез об однородности выборок. В работе (2014/3) представлены результаты экспериментального исследования в задачах классификации лиц и распознавания изолированных слов русской речи.

Распознаванию объектов по тупиковым тесторам посвящена работа А. А. Макаркина (2013/3). В его статье приведены алгоритм и программа быстрого поиска всех тупиковых тесторов по таблице сравнения

классов. Допустимо любое число классов с числовыми или нечисловыми объектами, по которым можно построить таблицу сравнения классов. Описана процедура пересчета голосов за классы в нормированные расстояния до классов. Для каждого объекта расстояния однозначно вычисляются по заданным классам и без участия пользователя. На тестовом примере распознавание по всем тупиковым тесторам сравнивается с распознаванием по числовой метрике.

Проблему кластеризации спонтанных последовательностей рассмотрели А. Н. Горбач и Н. А. Цейтлин (2009/5). В (2010/1) они предложили алгоритм кластеризации объектов нечисловой природы этого типа. В статье А. И. Орлова (2013/1) продемонстрирована устойчивость результатов классификации относительно выбора метода кластер-анализа. Одни и те же данные подробно проанализированы методами «ближнего соседа» и «дальнего соседа». Показано, что полученные результаты близки.

Методы теории классификации применялись при решении конкретных прикладных задач. В статье М. А. Штремеля, А. В. Кудри и А. В. Иващенко (2006/5) непараметрический дискриминантный анализ с успехом использован в задачах управления качеством. Непараметрические модели для решения задач диагностики электрорадиоизделий разработаны Н. В. Котляровой, В. И. Орловым, Н. А. Сергеевой и В. В. Федосовым (2014/7).

В области *статистики интервальных данных* опубликовано четыре статьи. Построению аналитических моделей по данным вычислительного эксперимента в задачах анализа чувствительности и оценки экономических рисков посвящена работа А. П. Вощина и П. В. Бронз (2007/1). Интервальный подход к выражению неопределенности измерений и калибровке цифровых измерительных систем развивали А. П. Вощинин и Н. В. Скибицкий (2007/11). Обобщающая статья по статистике интервальных данных опубликована А. И. Орловым (2015/3). Отметим, что в статистике интервальных данных есть возможность определения рационального объема выборки (в отличие от классических постановок математической статистики, в которых чем больше объем выборки, тем лучше). В работе Н. В. Скибицкого и Н. В. Севальнева (2015/11) рассмотрены интервальные модели в задачах оптимального управления с дифференциальными связями.

## Планирование эксперимента

С момента организации раздела «Математические методы исследования» планирование эксперимента было одним из основных направлений его работы (наряду с прикладной статистикой). Таким оно является и в настоящее время. За последние 10 лет опубликовано 10 работ по этой тематике.

Прикладная значимость методов планирования эксперимента продемонстрирована в ряде публика-

ций. Метод симплекс-планирования экспериментальных исследований при оптимизации состава никель-медь-марганцевых катализаторов для очистки отходящих газов от вредных выбросов применяла Т. А. Зиновьева (2007/7). Группа авторов (М. С. Барсукова, Е. Е. Виссер, Е. Б. Чернов, Ю. А. Карбанинов) использовали методы планирования эксперимента для исследования моющей способности растворов после их электрохимической обработки (2008/1). Многофакторное планирование эксперимента оказалось полезным С. Б. Заякиной и Г. Н. Аношину при выборе оптимальных условий проведения атомно-эмиссионного анализа с применением дугового двухструйного плазмотрона (2011/3).

Активно ведутся теоретические исследования по планированию эксперимента. Кривую Бокса – Лукаса и критерий емкости D-оптимальных планов для нелинейной регрессии изучили Ю. Д. Григорьев и Нгуен Хай Винь (2011/1). Планы эксперимента для полиномиальной регрессии с коррелированными наблюдениями (2012/5) и для моделей регрессии типа сплайнов (2013/11) разработаны Ю. Д. Григорьевым. Принципы оптимального планирования эксперимента применены В. Я. Вилисовым при разработке процедур выбора управлеченческих решений на предприятии (2010/5).

Объединенный анализ теоретических и эмпирических данных планируемого эксперимента дал В. Б. Боков (2010/1). Системному оптимальному планированию регрессионного эксперимента посвящена статья С. Г. Радченко (2012/7). Планирование эксперимента в измерениях рассмотрела Н. П. Ординарцева (2013/3).

### **Экспертные оценки**

Математические методы исследования основаны прежде всего на анализе результатов измерений, наблюдений, испытаний, анализов, опытов, обследований, т.е. на анализе данных, полученных объективными методами. Вместе с тем достаточно часто полезную информацию можно получить от специалистов. Речь идет о субъективных данных — экспертных оценках. В нашей стране теория экспертных оценок активно развивается с 70-х годов. Много раз цитировался опубликованный в нашем журнале обзор по экспертным оценкам 1996 г. [9]. Основные вопросы сбора и анализа экспертных оценок отражены в учебнике [10]. Об экспертных технологиях в нашей стране рассказано в обзоре А. И. Орлова (2010/11). В нем описана история их развития в нашей стране в послевоенные годы, приведены основные идеи и публикации, позволяющие получить представление об этой перспективной научно-практической сфере, кратко изложены новые идеи, подходы, концепции, теоремы и алгоритмы в области экспертных оценок. Обзор продолжен в работе А. И. Орлова, Ю. Г. Савинова, А. Ю. Богданова (2014/3), основное содержание которой — экспертная технология, предназначенная для оценива-

ния вероятностей редких событий, таких как столкновение воздушного судна с птицей.

Способ построения интегральных индикаторов качества сложных объектов с использованием экспертных оценок описан В. В. Стрижовым (2006/7). Интегральные индикаторы вычисляются как линейная комбинация показателей объектов. Используются экспертные оценки качества объектов и важности показателей, которые корректируются в процессе вычисления. Для сравнения с предлагаемым методом приведены известные методы построения интегрального индикатора «без учителя» и «с учителем». Метод уточнения экспертных оценок, выставленных в ранговых (т.е. порядковых — А. О.) шкалах, с помощью измеряемых данных предложен В. В. Стрижовым в статье (2011/7).

Проблему определения весовых коэффициентов на основании экспертных оценок рассматривал также Д. Б. Зотьев (2011/1). Рациональная экспертная оценка знаний учащихся предложена Н. А. Цейтлиным (2010/11). Модификация метода фокальных объектов, открывающая новые возможности в творчестве, дана Ю. В. Сидельниковым (2012/1). Речь идет о круге приемов, рассматриваемых в известной «теории решения изобретательских задач», ведущей свое начало с книги Д. Пойа «Как решать задачу» [11], впервые опубликованной в 1944 г.

### **Прогнозирование**

Базовые математические методы прогнозирования — это методы прикладной статистики и экспертных оценок [12]. Из прикладной статистики часто используют различные постановки регрессионного анализа. Так, в статье В. С. Муравьевой и А. И. Орлова (2008/1) разработан метод доверительного оценивания точки пересечения двух регрессионных линейных зависимостей. В асимптотической постановке изучена непараметрическая вероятностно-статистическая модель (без предположения о нормальности распределения погрешностей). На основе метода линеаризации получены асимптотические дисперсия и доверительный интервал для точки встречи. Метод рассмотрен на примере сравнительного анализа тенденций развития отечественной и зарубежной групп продукции. В рамках непараметрической вероятностно-статистической модели В. С. Муравьевой (2008/3) получено асимптотическое распределение уровня качества и временного лага двух регрессионных линейных зависимостей. На основе метода линеаризации найдены асимптотические дисперсия и доверительный интервал для уровня качества и временного лага.

Прогнозирование знака разности между ценой металла и форвардного контракта на него (на примере меди, алюминия, никеля) выполнено Ю. В. Сидельниковым и А. С. Танасовой (2006/11). Методы организационно-экономического прогнозирования применены Е. М. Крюковой (2008/7) в отрасли лома черных ме-

таллов. Ею использован прежде всего многомерный регрессионный анализ.

### Теория принятия решений

Хотя теория принятия решений рассмотрена в ряде учебников [13, 14], в разделе «Математические методы исследования» опубликован ряд интересных и практически полезных статей.

Математические методы оценки рисков проанализировал О. В. Пугач (2013/7). Алгоритм построения интегрального индикатора множества объектов, устойчивого к выбросам в описаниях объектов, разработан В. В. Стрижовым и Т. В. Казаковой (2007/7). С помощью критерия принадлежности выбирается множество опорных описаний. Интегральный индикатор строится методом «без учителя». Предложенный алгоритм использован В. В. Стрижовым и Т. В. Казаковой для получения интегрального индикатора уровня загрязнений основных продуктов питания в регионах России.

Математические методы оценки эффективности управлеченческих решений, принимаемых с помощью автоматизированной системы прогнозирования и предотвращения авиационных происшествий, разработаны С. А. Хрусталевым, А. И. Орловым и В. Д. Шаровым (2013/11). Рандомизированная процедура оценки айсберговой угрозы, связанная с добычей нефти и газа на морском арктическом шельфе, разработана Э. М. Кудлаевым (2009/1). Оценку безопасности и рисков принятия решений в сложных технических системах на основе мониторинга рассмотрел В. И. Артемов (2009/3). Поддержку принятия решений при выборе конструкционных материалов для обеспечения безопасной эксплуатации оборудования обсудили А. Ф. Берман, Г. С. Малтугуева и А. Ю. Юрин (2015/11).

### Программное обеспечение

В работах по математическим методам исследования расчеты проводятся, как правило, с помощью тех или иных программных продуктов. Однако можно выделить ряд публикаций, посвященных прежде всего программному обеспечению.

Небольшая дискуссия состоялась в 2008 г. Программное обеспечение для статистического анализа рассмотрела О. С. Смирнова (2008/5). Она дала краткий обзор важного класса программного обеспечения — статистических пакетов. Рассмотрены наиболее популярные представители этого класса, области их применения и возможности, предоставляемые методы анализа данных, включая некоторые новейшие методики. Даны краткие характеристики ряда популярных в последнее время неклассических методов статистического анализа. В том же выпуске журнала А. И. Орлов в статье «Статистические пакеты — инструменты исследователя» проанализировал проблемы разработки, внедрения и использования статистических пакетов в России с конца 80-х годов. Дан-

критический анализ популярных в настоящее время пакетов в сопоставлении с результатами современных научных исследований. Показано, что распространенные в настоящее время статистические программные продукты отстают от современного уровня научных исследований примерно на 30 лет. Поэтому весьма актуальна задача разработки статистических пакетов нового поколения, соответствующих современному научному уровню и одновременно обеспечивающих удобства пользователей, достигнутые в популярных ныне пакетах. Намечены перспективы развития работ в области статистического программного обеспечения.

Программная система СПЕКТРАН, предназначенная для автоматизации процессов анализа результатов исследования микрочастиц различной природы, образующих дисперсные вещества и их смеси, рассмотрена в статье большой группы авторов — А. В. Баданова, И. А. Борисовой, В. В. Дюбанова, Н. Г. Загоруйко, О. А. Кутненко, А. В. Кучкина, М. А. Мещерякова и Н. Г. Миловзорова (2009/11). Система анализирует данные об элементном составе микрочастиц, которые представлены в виде энергодисперсионных спектров рентгеноспектрального микроанализа. С помощью этой системы решаются следующие базовые задачи прикладной статистики: кластеризация частиц похожести их спектров, выбор подмножества наиболее информативных полос спектра, распознавание принадлежности частиц и их смесей к заданным классам и ряд других. Программы, входящие в состав системы СПЕКТРАН, носят универсальный характер, что позволяет использовать их для анализа данных любой природы (достаточно лишь, чтобы данные были представлены таблицами «Объект – Свойство»).

Экспертная система для оценки одной из фундаментальных характеристик органических соединений — гомолитической энергии диссоциации связи — по константам скорости элементарной радикальной реакции описана В. Е. Тумановым (2010/5). В работе представлены предметная область, база знаний и общий алгоритм работы экспертной системы. Через четыре года Д. Ю. Лазарев и В. Е. Туманов предложили использовать искусственную нейронную сеть для оценки энергии диссоциации связей органических молекул (2014/5).

Метод исследования последовательностей псевдослучайных чисел на основании максимального отклонения оценки спектральной плотности, полученной осреднением по сдвигу во времени, предложен И. А. Кожевниковой (2011/7). При отсутствии временных зависимостей внутри таких последовательностей оценки их спектральной плотности должны быть близки к постоянной — спектральной плотности последовательности независимых одинаково распределенных случайных величин. Методом математического моделирования проведено сравнение глобальной и локальной проверок для датчика псевдослучайных

чисел URAND. Проведенные расчеты показывают, что гипотеза независимости последовательности не отвергается на разумном уровне значимости для последовательностей, полученных с помощью прореживания либо с помощью М-алгоритма. Эти результаты весьма важны для дискуссии о методе статистических испытаний (Монте-Карло), начатой в нашем журнале.

### Конкретные прикладные задачи

В разделе «Математические методы исследования» значительное число статей посвящено решению разнообразных конкретных прикладных задач.

Контрольные карты Шухарта и кумулятивных сумм первоначально использовались для статистического контроля технологических процессов. В последние годы область их применения значительно расширилась, охватив временные ряды различной природы, от экологического мониторинга до анализа динамики экономических показателей. В статье И. Н. Митрохина и А. И. Орлова (2007/5) даются общие сведения о методе контрольных карт и подробно разбирается пример, относящийся к деятельности ОАО «Северсталь-авто». Построению карт контроля качества с помощью непараметрического критерия Вилкоксона – Манна – Уитни посвящена работа Л. А. Кузнецова и М. Г. Журавлевой (2009/1). Техническая диагностика качества диодных матриц обсуждается в работе В. И. Орлова, Н. А. Сергеевой, Е. А. Чжан (2015/5). Модель оптимизации ремонтной политики, основанная на методе дисконтирования денежных потоков и учитывающая надежность машин, предложена С. А. Смоляком (2014/11). Математическую надежность организационных структур изучил А. П. Шадрин (2008/11).

Практическому применению математических моделей управления запасами, в том числе классической модели Вильсона, приводящей к формуле квадратного корня для объема поставки, посвящена работа Р. В. Смольникова. Математическую модель оценки эффективности систем обеспечения пожарной безопасности стационарных объектов разработала О. Б. Проневич (2014/7).

Исследование статистического распределения времени жизни перегретого н-пентана выполнено С. А. Перминовым, Е. В. Липняговым и Г. В. Ермаковым (2009/11). Даны непараметрические оценки функции распределения времени жизни и параметрические оценки плотности вероятности. Определены частоты нуклеации. Проверены гипотезы о виде функции распределения по различным критериям согласия. Показано, что частота нуклеации непостоянна, а следовательно, процесс нуклеации является нестационарным.

Принципы построения математической модели демпфирующего сплава, определяющей зависимости его механических характеристик от назначенных проектных параметров, изложены в статье В. М. Шишки-

на и В. М. Кондратова (2008/7). К механическим характеристикам отнесены временное сопротивление, относительное удлинение и логарифмический декремент колебаний при нескольких значениях амплитуды нормального напряжения, к проектным — массовые содержания легирующих элементов и показатели режимов термической обработки. Разработаны методы определения проектных параметров демпфирующего сплава по заданному комплексу его механических характеристик, а также из условия оптимизации прочностных, пластических и демпфирующих свойств сплава. Проведены численные эксперименты, подтверждающие достоверность разработанных методов.

Высокоточные системы управления в предсказуемых средах изучены А. Л. Буничем (2011/5). Им рассмотрена задача синтеза системы с предписанной стоимостью управления для дискретного линейного объекта при стационарных возмущениях, спектр которых расположен в априорно заданном частотном диапазоне. Описан алгоритм синтеза регулятора и исследована чувствительность системы управления по отношению к малым вариациям спектрального состава возмущения. Алгоритм синтеза обобщается на многомерные системы с одинаковой размерностью управления и стабилизируемой переменной. М. С. Слободян и С. М. Слободян разработали марковские модели живучести контактной пары (2012/3). Определять физический профиль дифракционной линии методом псевдомаксимального правдоподобия предложила Ф. Ф. Сатдарова (2012/5). Новый метод восстановления физического профиля дифракционной линии исходит из статистической формулировки задачи. Гармоники физического профиля оцениваются как параметры структурной модели дифрактометрических данных. Эффективность метода доказана результатами имитационных испытаний. Доверительные интервалы метода взвешенных наименьших квадратов в связи со стратегией градуировки обсуждаются в статье Ю. А. Каламбета, С. А. Мальцева и Ю. П. Козьмина (2015/1).

Использованию миниатюрных пьезодетекторов для уточнения модели расчета остаточных концентраций газов в емкостных аппаратах посвящена работа Т. А. Кучменко, Р. У. Умарханова, О. Ю. Никифоровой и А. Е. Небольсина (2012/11). Рассмотрен потоковый детектор на основе высокочувствительного пьезосенсора с покрытием из углеродных нанотрубок, функционирующий при высоком расходе потока с линейным откликом в широком диапазоне концентраций токсичных газов. На примере стендовой установки, включающей уменьшенную модель емкостного аппарата и разработанный пьезодетектор, показана возможность оптимизации математической модели распределения токсичных газов (на примере аммиака) и подбора регламента продувки с учетом особенностей расположения и геометрии застойных зон. Двухуровневая модель выбора состава покрытия свароч-

ных электродов разработана В. И. Аверченковым, М. Г. Шараповым, В. К. Гулаковым и К. В. Гулаковым (2015/1).

## Научная жизнь

Две статьи были посвящены основателям раздела. Математические методы исследования в работах Бориса Владимировича Гнеденко проанализированы А. И. Орловым (2007/7). Б. В. Гнеденко был математиком, знавшим запросы прикладников, и одновременно исследователем в конкретных прикладных областях, работавшим на уровне современной математической строгости. Одна из основных научных заслуг Бориса Владимировича Гнеденко — обоснование необходимости развития математических методов исследования как самостоятельного научного направления.

Статья Ю. В. Грановского и Е. В. Марковой (2010/7) посвящена 100-летию со дня рождения В. В. Налимова, ученого-мыслителя широкого профиля, известного в нашей стране и за рубежом как создателя нескольких новых научных направлений и лидера «незримого коллектива» по планированию эксперимента. Из большого творческого наследия Налимова в статье рассмотрены только его работы, тематически связанные с журналом «Заводская лаборатория. Диагностика материалов»: метрология анализа вещества, химическая кибернетика и хемометрия, математическая теория эксперимента. Особое внимание уделено методологическим проблемам — логике моделирования, логике развития математической статистики, логическим основаниям планирования эксперимента.

Опубликованы поздравления к юбилеям А. П. Вощинина (2007/11) и А. И. Орлова (2009/5) и некрологи А. П. Вощинина (2008/8), Э. М. Кудлаева (2012/4) и В. Г. Горского (2016/1).

## Заключение

Проанализированные в статье итоги десятилетней (2006 – 2015 гг.) работы раздела «Математические методы исследования» демонстрируют большой творческий потенциал авторов статей, многие из которых регулярно публикуют результаты своих исследований именно в нашем журнале. Получены теоретические результаты высокого уровня, решено большое число важных прикладных задач. Раздел — уникальная издательская площадка по математическим методам исследования, ничего подобного в России нет.

## ЛИТЕРАТУРА

- Горский В. Г., Орлов А. И. Математические методы исследования: итоги и перспективы / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2002. Т. 68. № 1. С. 108 – 112.
- Маркова Е. В., Никитина Е. П. Математическая теория эксперимента: история, развитие, будущее / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2002. Т. 68. № 1. С. 112 – 118.
- Орлов А. И. Некоторые нерешенные вопросы в области математических методов исследования / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2002. Т. 68. № 3. С. 52 – 56.

- Горский В. Г. Прикладная математическая статистика — наш профиль / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2007. Т. 73. № 1. С. 96 – 100.
- Орлов А. И. Прикладная статистика. — М.: Экзамен, 2006. — 671 с.
- Орлов А. И. Организационно-экономическое моделирование: учебник. В 3 ч. Ч. 1. Нечисловая статистика. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2009. — 541 с.
- Кульбак С. Теория информации и статистика. — М.: Наука, 1967. — 408 с.
- Орлов А. И., Луценко Е. В. Системная нечеткая интервальная математика. Монография (научное издание). — Краснодар: КубГАУ, 2014. — 600 с.
- Орлов А. И. Экспертные оценки / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 1996. Т. 62. № 1. С. 54 – 60.
- Орлов А. И. Организационно-экономическое моделирование: учебник. В 3 ч. Ч. 2. Экспертные оценки. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011. — 486 с.
- Пойа Д. Как решать задачу. — М.: ЛиброКом, 2010. — 208 с.
- Лындина М. И., Орлов А. И. Методы прогнозирования для ракетно-космической промышленности / Политехнический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. 2014. № 103. С. 196 – 221.
- Орлов А. И. Теория принятия решений. — М.: Экзамен, 2006. — 574 с.
- Орлов А. И. Организационно-экономическое моделирование: теория принятия решений: учебник для вузов. — М.: КноРус, 2011. — 568 с.

## REFERENCES

- Gorskii V. G., Orlov A. I. Matematicheskie metody issledovaniya: itogi i perspektivy [Mathematical methods of research: results and prospects] / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 2002. Vol. 68. N 1. P. 108 – 112 [in Russian].
- Markova E. V., Nikitina E. P. Matematicheskaya teoriya eksperimenta: istoriya, razvitiye, budushchee [The mathematical theory of the experiment: the history, development and future] / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 2002. Vol. 68. N 1. P. 112 – 118 [in Russian].
- Orlov A. I. Nekotorye nereshennye voprosy v oblasti matematicheskikh metodov issledovaniya [Scientific gaps in the mathematical methods of study] / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 2002. Vol. 68. N 3. P. 52 – 56 [in Russian].
- Gorskii V. G. Prikladnaya matematicheskaya statistika — nash profil' [Applied mathematical statistics — our profile] / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 2007. Vol. 73. N 1. P. 96 – 100 [in Russian].
- Orlov A. I. Prikladnaya statistika [Applied Statistics]. — Moscow: Ékzamen, 2006. — 671 p. [in Russian].
- Orlov A. I. Organizatsionno-ékonomicheskoe modelirovaniye: uchebnik. V 3 ch. Ch. 1. Nechislovaya statistika [Organizational-economic modeling: the textbook; in 3 parts. Part 1: Non-numeric statistics]. — Moscow: Izd. MGTU im. N. É. Baumana, 2009. — 541 p. [in Russian].
- Kul'bak S. Teoriya informatsii i statistika [Information theory and statistics]. — Moscow: Nauka, 1967. — 408 p. [in Russian].
- Orlov A. I., Lutsenko E. V. Sistemnaya nechetkaya interval'naya matematika. Monografiya (nauchnoe izdanie) [System fuzzy interval mathematics. Monograph (scientific publication)]. — Krasnodar: Izd. KubGAU, 2014. — 600 p. [in Russian].
- Orlov A. I. Ékspertrnye otsenki [Expert analysis] / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 1996. Vol. 62. N 1. P. 54 – 60 [in Russian].
- Orlov A. I. Organizatsionno-ékonomicheskoe modelirovaniye: uchebnik. V 3 ch. Ch. 2. Ékspertrnye otsenki [Organizational-economic modeling: the textbook; in 3 parts. Part 2. Expert estimation]. — Moscow: Izd. MGTU im. N. É. Baumana, 2011. — 486 p. [in Russian].
- Poia D. Kak reshat' zadachu [How to solve the problem]. — Moscow: Librokom, 2010. — 208 p. [in Russian].
- Lyndina M. I., Orlov A. I. Metody prognozirovaniya dlya raketno-kosmicheskoi promyshlennosti [Predictive methods for the rocket and space industry] / Politem. Set. Élektron. Nauch. Zh. Kub. Gos. Agrar. Univ. 2014. N 103. P. 196 – 221 [in Russian].
- Orlov A. I. Teoriya prinyatiya reshenii [Decision theory]. — Moscow: Ékzamen, 2006. — 574 p. [in Russian].
- Orlov A. I. Organizatsionno-ékonomicheskoe modelirovaniye: teoriya prinyatiya reshenii: uchebnik dlya vuzov [Organizational-economic modeling: decision theory. Textbook for high schools]. — Moscow: KnoRus, 2011. — 568 p. [in Russian].