

УДК 620.171:678.6

РАСЧЕТНАЯ ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ КРАЕВЫХ ЭФФЕКТОВ НА СВОБОДНОЙ КРОМКЕ ОТВЕРСТИЯ НА ПРОЧНОСТЬ СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТОВ

© Ю. И. Дударьков, Е. А. Левченко, М. В. Лимонин¹*Статья поступила 24 ноября 2015 г.*

Рассмотрены особенности деформирования слоистых композитов и связанные с ними проблемы оценки их прочности. Одной из таких особенностей являются краевые эффекты, возникающие на свободных кромках конструкций из композита. На примере пластины с круговым отверстием, нагруженной чистым сдвигом, описан механизм образования краевых эффектов на свободном контуре отверстия. Показано, что они могут быть причиной преждевременного расслоения композита в этой зоне. Приведены результаты параметрических исследований краевых эффектов на трехмерных МКЭ моделях пластины. Дана оценка влияния структуры композиционного пакета и порядка укладки монослоев в нем на величину напряжений расслоения.

Ключевые слова: слоистый композит; свободная кромка; краевой эффект; расслоение; прочность; метод конечных элементов (МКЭ).

Уже несколько десятилетий композиционные материалы достаточно успешно применяют в авиастроении. Сначала их использовали в относительно слабонагруженных конструктивных элементах, таких как рулевые поверхности, обтекатели, механизация крыла. Современная стратегия развития авиационных конструкций [1] предполагает применение композитов в первичной (силовой) конструкции планера — панелях крыла и фюзеляжа, а также других элементах каркаса. Для этих целей в основном используют слоистые композиты, выполненные на основе высокопрочных углеродных волокон со связующим из эпоксидной

смолы. Структурной единицей слоистого композита является монослой — однонаправленный композит толщиной 0,1–0,2 мм. Различно ориентированные монослои укладывают в композиционный пакет, образуя в общем случае анизотропный материал. Меняя укладки монослоев, можно гибко варьировать его жесткостные и прочностные свойства. Деформирование слоистых композитов имеет ряд специфических особенностей, которые следует учитывать при оценке их прочности. К числу таких особенностей относятся краевые эффекты, возникающие на свободных кромках композиционного пакета. В данном случае под свободными кромками понимаются поверхности, нормальные к плоскости композита и не имеющие контакта с другими частями конструкции. Примером мо-

¹ Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н. Е. Жуковского (ЦАГИ), г. Жуковский, Московская область, Россия; e-mail: mikhail.limonin@tsagi.ru

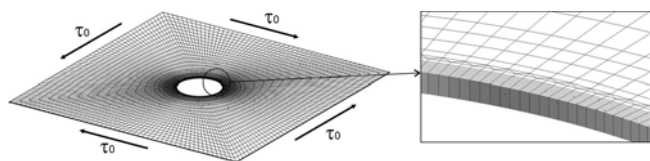


Рис. 1. Конечно-элементная модель пластины с центральным отверстием

гут служить продольные кромки панелей или кромки стрингеров, не контактирующие с обшивкой. Вопросам изучения таких эффектов посвящена достаточно обширная литература. Прежде всего следует отметить работы [2, 3], в которых приведены результаты расчетно-экспериментальных исследований краевых эффектов на свободных прямолинейных кромках композита при одноосном нагружении и даны приближенные методы оценки напряжений расслоения. Некоторое обобщение этих результатов представлено в работе [4]. Установлено, что на величину расслаивающих напряжений самое непосредственное влияние оказывают как углы укладки монослоев, так и последовательность их распределения в пакете. Последнее экспериментально подтверждено в работе [5], где на примере квазиизотропного пакета с различной последовательностью укладки монослоев показано, какие из них являются наиболее неблагоприятными в смысле возникновения преждевременного расслоения и какое влияние они оказывают на несущую способность пакета. Рассмотрение краевых эффектов на свободной кромке осложняется тем обстоятельством, что напряжения вблизи нее могут носить сингулярный характер. Это вызывает определенные трудности при оценке максимальных значений действующих напряжений. В частности, вопросам исследования степени сингулярности расслаивающих напряжений на свободных кромках композита посвящена статья [6].

Современное состояние развития вычислительной техники и программных средств, в частности, комплексов программ МКЭ, дает возможность выполнять исследования краевых эффектов на основе численных методов с использованием подробных трехмерных расчетных моделей. Некоторые результаты таких исследований приведены в работах [7 – 10]. Так, в работе [9] на основе конечно-элементного моделирования рассмотрены краевые эффекты, возникающие на свободных кромках композиционного пакета при его одноосном нагружении. Показано, что источником возникновения краевых эффектов являются условия совместности деформаций монослоев, приводящие к возникновению объемного напряженного состояния на свободной кромке с образованием нормальных расслаивающих напряжений и напряжений поперечного сдвига. Наибольших значений нормальные расслаивающие напряжения могут достигать в угловых зонах композиционного пакета. Полученные результаты позволили объяснить эффект преждевременного расслоения нагруженных торцов панелей при их испы-

таниях на сжатие и достаточно хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными. В статье [10] на основе сравнения расчетных и экспериментальных данных, приведенных в работе [5], показано, что величина и распределение нормальных расслаивающих напряжений на свободной кромке существенным образом зависят от последовательности укладки монослоев в композиционном пакете. В подавляющем числе публикаций по краевым эффектам содержатся результаты их исследования на прямолинейных свободных кромках композиционного пакета, находящегося в условиях одноосного растяжения или сжатия. Публикации по оценке краевых эффектов на криволинейных кромках, в том числе на контуре отверстия, практически отсутствуют, хотя понятно, что подобная ситуация может возникать и там. На практике это характерно для стенок лонжеронов и нервюр, имеющих нерегулярности в виде отверстий. Как известно, эти элементы авиационных конструкций работают преимущественно на сдвиг и сформированы в основном из пакетов с относительно высоким содержанием монослоев с укладкой $\pm 45^\circ$.

В данной работе рассмотрены вопросы, связанные с краевыми эффектами, возникающими на свободной поверхности круговых отверстий. Исследовали квадратную композиционную пластину размером 300×300 мм с центральным отверстием диаметром 50 мм, нагруженную чистым сдвигом. Моделирование пластины выполняли методом 3D ортотропных конечных элементов. Расчетная сетка имела значительное сгущение вблизи кромки отверстия для воспроизведения высоких градиентов напряженного состояния, связанных с наличием не только отверстия, но и краевых эффектов. С этой целью каждый монослой вблизи отверстия моделировали шестью конечными элементами по толщине. Вид конечно-элементной модели (КЭМ) показан на рис. 1.

Пластину нагружали сдвиговыми усилиями интенсивностью τ_0 , равномерно распределенными по ее толщине. Краевые эффекты оценивали в относительных величинах как отношение той или иной компоненты тензора напряжений к величине приложенного напряжения τ_0 . В процессе расчетов использовали один и тот же материал со следующими характеристиками монослоя: $E_{11} = 133,76$ ГПа; $E_{22} = 8,54$ ГПа; $G_{12} = 4,37$ ГПа; $\nu_{12} = 0,33$; $\delta = 0,2$ мм; $[\sigma_{11+}] = 2630$ МПа; $[\sigma_{11-}] = 1530$ МПа; $[\sigma_{22+}] = 86$ МПа; $[\sigma_{22-}] = 213$ МПа; $[\tau_{12}] = 112$ МПа. Здесь E_{11} , E_{22} — модули упругости монослоя в направлениях осей ортотропии; G_{12} — модуль упругости при сдвиге в плоскости монослоя; ν_{12} — коэффициент Пуассона; δ — толщина монослоя; $[\sigma_{11+}]$, $[\sigma_{22+}]$ и $[\sigma_{11-}]$, $[\sigma_{22-}]$ — пределы прочности монослоя при растяжении и сжатии; $[\tau_{12}]$ — предел прочности при сдвиге в плоскости монослоя.

В поперечном к плоскости монослоя направлении принимали следующие характеристики материала:

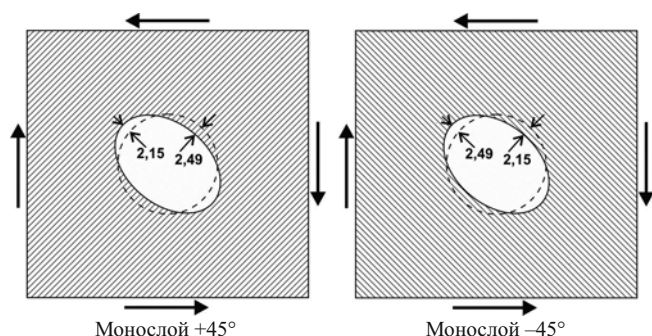


Рис. 2. Деформации контура отверстия при раздельной работе монослоев

$E_{33} = E_{22}$; $G_{13} = G_{12}$; $G_{23} = 2,9$ ГПа; $\nu_{13} = \nu_{12}$; $\nu_{23} = 0,45$; $[\sigma_{33+}] = [\sigma_{22+}]$, $[\sigma_{33-}] = [\sigma_{22-}]$, $[\tau_{13}] = [\tau_{23}] = 106$ МПа.

Покажем механизм возникновения краевых эффектов вблизи отверстия на примере композиционного пакета с укладкой $[+45; -45]_s$. Предварительно рассмотрим деформацию монослоев под действием сдвига при их раздельной работе. На рис. 2 условно показан вид деформации контура отверстия монослоя $+45^\circ$ и монослоя -45° .

Видно, что деформации монослоев вдоль и поперек волокон различны, поэтому при их совместной работе в зоне отверстия возникнет деформированное состояние с компонентами напряжений поперечного сдвига, вызванных различием характеристик жесткости монослоев. В свою очередь они вызовут нормальные к плоскости пластины напряжения, что следует из рассмотрения известных дифференциальных уравнений равновесия элемента упругой среды:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0. \quad (1)$$

В частности, последнее уравнение показывает, что наличие градиентов изменения напряжений поперечного сдвига τ_{xz} и τ_{yz} инициирует появление нормальных расслаивающих напряжений σ_z . Таким образом, вблизи свободной кромки образуется трехмерное напряженно-деформированное состояние. При рассмотрении деформированного состояния пластины в зоне отверстия (рис. 3) можно увидеть наличие краевых эффектов на его контуре.

В данном случае в основе возникновения краевых эффектов лежат условия совместности деформаций монослоев и условия выполнения граничных условий на свободной поверхности отверстия. Определенную роль в образовании краевых эффектов играет и различие коэффициентов Пуассона смежных монослоев пакета. Это было показано ранее [9] при рассмотрении одноосного случая нагружения композита. Исследуем напряженное состояние пластины вблизи отверстия,

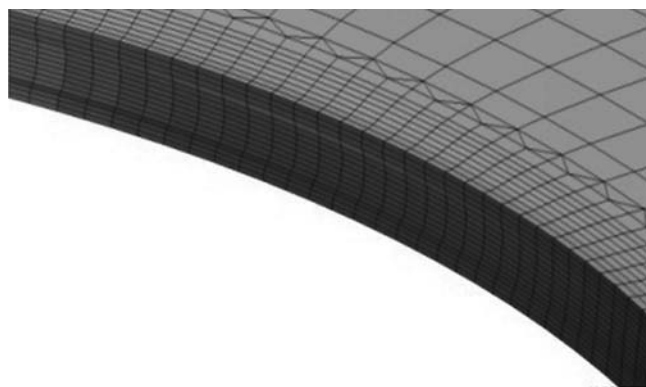


Рис. 3. Деформация контура отверстия

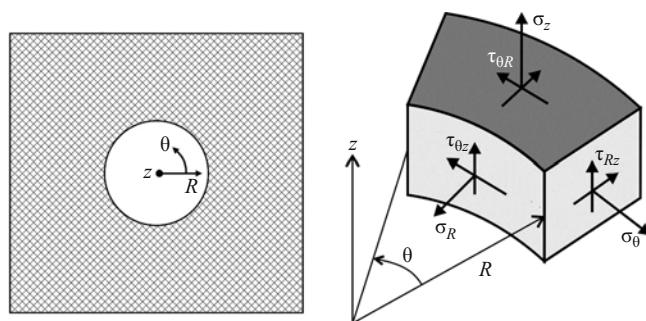


Рис. 4. Компоненты тензора напряжений в цилиндрической системе координат

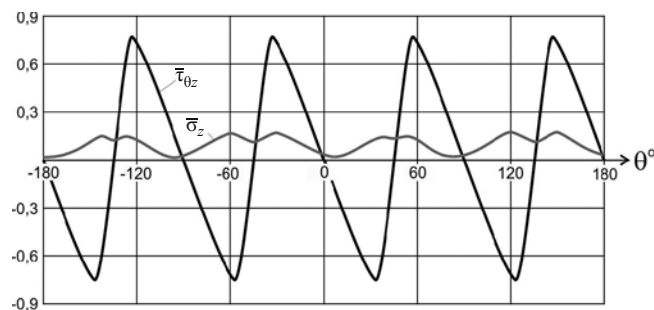


Рис. 5. Распределение напряжений $\bar{\tau}_{\theta z}$ и $\bar{\sigma}_z$ вдоль контура отверстия

используя цилиндрическую систему координат, связанную с центром отверстия (рис. 4). На рис. 5 представлено распределение напряжений $\bar{\tau}_{\theta z} = \tau_{\theta z}/\tau_0$ и $\bar{\sigma}_z = \sigma_z/\tau_0$ вдоль контура отверстия, вызванных краевым эффектом. Графики построены по линии сопряжения монослоев с укладкой $\pm 45^\circ$ для $\bar{\tau}_{\theta z}$ и по срединной плоскости пластины для $\bar{\sigma}_z$. Отметим, что напряжения поперечного сдвига τ_{Rz} на свободной поверхности отверстия обращаются в ноль. Из графика видно, что напряжения поперечного сдвига $\tau_{\theta z}$ имеют периодический характер и достигают максимальных значений порядка $0,75\tau_0$ при углах θ , равных $30^\circ, 60^\circ, 120^\circ, \dots$ Именно здесь следует ожидать расслоения композита при наступлении соответствующих условий. Ха-

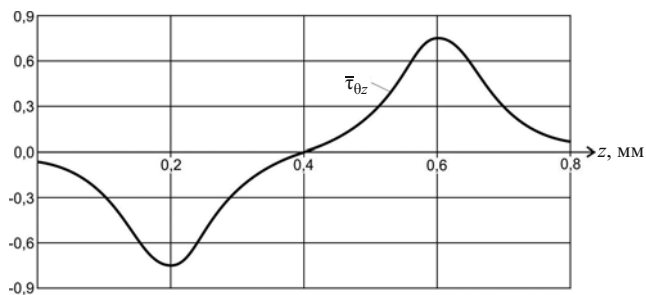


Рис. 6. Распределение напряжений $\bar{\tau}_{\theta z}$ по толщине пластины

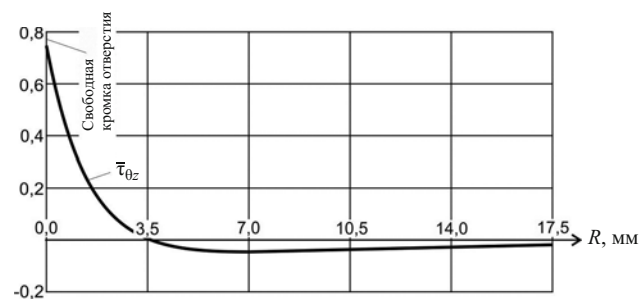


Рис. 7. Распределение напряжений поперечного сдвига $\tau_{\theta z}$ по мере удаления от свободной кромки

рактически равномерное распределение напряжений $\bar{\tau}_{\theta z}$ по толщине пластины показано на рис. 6. Эпюра распределения этих напряжений имеет самоуравновешенный характер в силу отсутствия внешних нагрузок, вызывающих поперечный сдвиг, а максимальные напряжения достигаются на границе сопряжения монослоев с укладкой $\pm 45^\circ$. Нормальные расслаивающие напряжения для данной структуры пакета $\bar{\sigma}_z$ значительно меньше и не превышают $0,15\tau_0$ (см. рис. 5).

Краевые эффекты реализуются в весьма ограниченной области вблизи свободной кромки и быстро затухают по мере удаления от нее. На рис. 7 показано, как напряжения поперечного сдвига $\bar{\tau}_{\theta z}$ изменяются по координате R в сечении пластины $\theta = 30^\circ$. Видно, что область затухания напряжений поперечного сдвига $\bar{\tau}_{\theta z}$ составляет несколько мм.

Для данной структуры композиционного пакета пластины оценим опасность преждевременного его расслоения за счет краевых эффектов. Для оценки прочности композита используем критерий Хашина – Ротема [11]. В данном критерии прочность волокон и матрицы оцениваются отдельно.

Прочность волокна определяется соотношениями

$$\left(\frac{\sigma_1}{[\sigma_{11+}]} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{[\tau_{12}]} \right)^2 = 1 \text{ при } \sigma_1 > 0;$$

$$\left(\frac{\sigma_1}{[\sigma_{11-}]} \right)^2 = 1 \text{ при } \sigma_1 < 0,$$

а прочность матрицы — соотношениями

$$\left(\frac{\sigma_2}{[\sigma_{22+}]} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{[\tau_{12}]} \right)^2 = 1 \text{ при } \sigma_2 > 0;$$

$$\left(\frac{\sigma_2}{2[\tau_{23}]} \right)^2 + \left[\left(\frac{[\sigma_{22-}]}{2[\tau_{23}]} \right)^2 - 1 \right] \frac{\sigma_2}{[\sigma_{22-}]} + \left(\frac{\tau_{12}}{[\tau_{12}]} \right)^2 = 1$$

при $\sigma_2 < 0$.

Условия межслойного расслоения следующие:

$$\left(\frac{\sigma_3}{[\sigma_{33+}]} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{[\tau_{23}]} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{[\tau_{13}]} \right)^2 = 1$$

Здесь $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{13}$ — действующие напряжения в монослое.

Предварительно рассмотрим прочность пластины без учета краевых эффектов, используя для этих целей аналогичную МКЭ модель пластины, но построенную на основе 2D ортотропных элементов. Расчет такой модели дает величину допускаемых напряжений $[\tau_0] = 105$ МПа.

Критические точки пластины (в смысле ее прочности) будут на контуре отверстия при $\theta = 45^\circ$ и $\theta = -135^\circ$, где средние по толщине пластины напряжения сжатия σ_θ достигают максимального значения. Рассмотрим критерий межслойного расслоения. Примем $[\sigma_{33+}] = 86$ МПа и $[\tau_{23}] = 106$ МПа. Подстановка в критерий этих значений, а также $\tau_{23} = 0,75\tau_0$ и $\sigma_3 = 0,15\tau_0$ при $\theta = 30^\circ$ дает величину допускаемого напряжения $[\tau_0] = 129$ МПа. Таким образом, в данном случае, вероятнее всего, первоначально произойдет разрушение матрицы, а не расслоение композита.

Итак, можно сделать следующий вывод: для пластины с круговым отверстием и с $\pm 45^\circ$ укладкой слоев краевые эффекты определяются в основном напряжениями межслойного сдвига $\bar{\tau}_{\theta z}$, возникающими на границе сопряжения $\pm 45^\circ$ монослоев, значения которых могут достигать 75 % от приложенного по кромкам пластины сдвигового напряжения.

Реальные пакеты композита наряду со слоями $\pm 45^\circ$, как правило, содержат монослои с укладкой 0° и 90° . Имеет смысл рассмотреть влияние этих монослоев на краевые эффекты. Рассмотрим пластину, имеющую шесть монослоев с укладкой $[+45; -45; 0]_s$. Расчет этой модели дает следующую картину распределения нормальных расслаивающих напряжений $\bar{\sigma}_z$ и напряжений поперечного сдвига $\bar{\tau}_{\theta z}$ вдоль контура отверстия, показанную на рис. 8.

Напряжения построены на границе сопряжения монослоев с укладкой -45° и 0° , где они принимают наибольшие значения по толщине композиционного

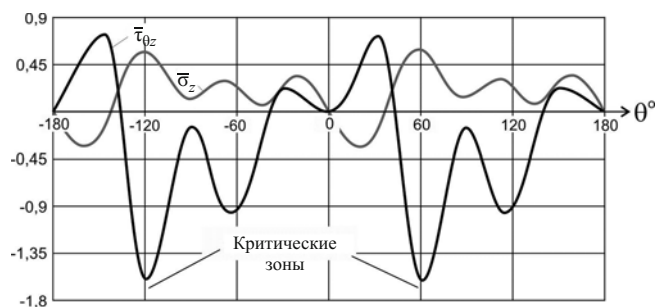


Рис. 8. Распределение напряжений $\bar{\tau}_{\theta z}$ и $\bar{\sigma}_z$ вдоль контура отверстия

пакета. Это следует из характера распределения этих напряжений по толщине пакета при $\theta = 60^\circ$ (рис. 9).

Нетрудно видеть, что введение в пакет нулевых монослоев существенно повлияло на краевые эффекты. Напряжения поперечного сдвига $\bar{\tau}_{\theta z}$ возросли до $1,65\tau_0$, а нормальные напряжения расслоения $\bar{\sigma}_z$ — до $0,62\tau_0$. В смысле возможного расслоения критическими стали точки с координатами θ , равными 60 и -120° , где действуют максимальные напряжения поперечного сдвига, а нормальные напряжения расслоения также максимальны и имеют положительное значение. Изменилось и положение плоскости возможного расслоения по толщине пакета. Теперь эта плоскость находится между слоями с укладками -45° и 0° .

Расположение нулевых слоев в пакете также оказывает определенное влияние на краевые эффекты. Расчеты для укладок $[+45; 0; -45]_s$, $[0; +45; -45]_s$ показали, что изменение положения нулевого слоя в пакете в основном сказывается на распределении напряжений вдоль контура отверстия и достаточно слабо влияет на их максимальные значения.

Оценим прочность данного варианта композиционного пакета с укладкой $[+45; -45; 0]_s$. Расчет пластины на 2D модели дает на ее краях допустимое напряжение $[\tau_0] = 115$ МПа. По изложенной ранее методике определим прочность матрицы на расслоение с учетом нормальных напряжений $\sigma_z = 0,62\tau_0$ и напряжений поперечного сдвига $\tau_{23} = 1,65\tau_0$. Подстановка этих значений в критерий прочности матрицы на расслоение позволяет получить величину допустимых напряжений $[\tau_0] = 55$ МПа. Таким образом, для данной структуры композиционного пакета вероятна ситуация, когда сначала произойдет расслоение композита у отверстия и лишь затем — разрушение пластины. В данном случае уровень разрушающих напряжений будет ниже предсказанного на двумерной модели пластины. Достижение предельных напряжений расслоения не означает разрушение пластины, и она способна воспринимать возрастающую нагрузку. Косвенно это подтверждается и имеющимися экспериментальными данными. Так, в работе [12] приведены некоторые данные по испытанию композиционной пластины с отверстием на чистый сдвиг. Пластина была достаточно тонкой, и в процессе нагружения

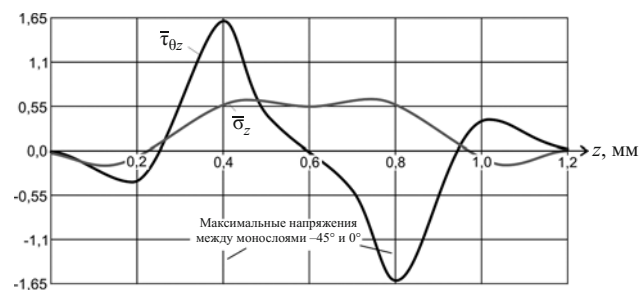


Рис. 9. Распределение напряжений по толщине пакета $[+45; -45; 0]_s$

наблюдалась потеря ее устойчивости. Тем не менее после начала расслоения композита на контуре отверстия пластина воспринимала значительно возрастающую нагрузку до ее полного разрушения. Как уже отмечалось, краевые эффекты в композитах реализуются в весьма ограниченной области свободной кромки, поэтому в начале процесса расслоения они не могут существенно ослабить конструкцию, но создают условия для дальнейшего роста зоны расслоения. При достижении критической величины расслоения может произойти лавинообразное разрушение конструкции, например, в результате локальной потери устойчивости композита в сжатых областях конструкции. Приведенный пример с $[+45; -45; 0]_s$ укладкой пакета показывает, что процесс расслоения композита на свободной кромке может начаться при весьма малом уровне действующих напряжений. В то же время нормы прочности авиационных конструкций не допускают нарушения сплошности материала вплоть до максимальных эксплуатационных нагрузок, поэтому факт наличия краевых эффектов на свободных краях композита должен приниматься во внимание при оценке его прочности.

Негативное влияние краевых эффектов на прочность слоистого композита может быть существенно уменьшено за счет рационального выбора углов укладки монослоев и их распределения в пакете. Однако на практике такой подход является мало приемлемым, поскольку параметры композиционного пакета, как правило, выбираются исходя из условий обеспечения общей прочности и устойчивости конструкции. Как отмечено в работе [8], положительный эффект в плане снижения нормальных расслаивающих напряжений можно получить путем нанесения дополнительного изотропного слоя на свободную кромку. Тем не менее на напряжения поперечного сдвига это оказывает достаточно слабое влияние. Ранее было показано, что наличие в композиционном пакете монослоев с 0° или 90° укладкой существенно увеличивает уровень расслаивающих напряжений в зоне контура отверстия. Исходя из этого можно рекомендовать локальное удаление этих слоев из структуры пакета вблизи отверстия. На рис. 10 показано изменение максимального уровня напряжения попе-

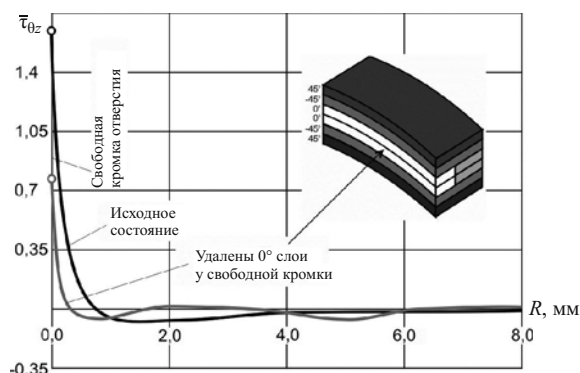


Рис. 10. Влияние локального изменения структуры пакета $[+45; -45; 0]_s$ вблизи отверстия на напряжения поперечного сдвига $\bar{\tau}_{0z}$

речного сдвига $\bar{\tau}_{0z}$ в зоне отверстия при удалении 0° слоев на глубину 5 мм.

С точки зрения технологии изготовления композиционных конструкций такие локальные изменения структуры пакета представляются вполне приемлемыми.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чернышев С. Л. и др. Форсайт развития авиационной науки и технологий до 2030 года и на дальнейшую перспективу. — М.: ЦАГИ, 2014. С. 175 – 176.
2. Pipes R. B., Pagano N. J. Interlaminar stresses in composite laminates under uniform axial extension / J. Composite Mater. 1970. Vol. 4. P. 538 – 548.
3. Pagano N. J., Pipes R. B. Some observations on the interlaminar strength of composite laminates / Int. J. Mech. Sci. 1973. Vol. 15. N 8. P. 679 – 688.
4. Граймс Г. К., Грейман Ф. Г. Расчет концентраторов, кромочных эффектов и соединений / Композиционные материалы. Т. 8. Ч. 2. Анализ и проектирование конструкций / Пер с англ.; под ред. Ю. М. Тарнопольского — М.: Машиностроение, 1978. С. 157 – 165.
5. Bjeletich J. G., Crossman F. W., Warren W. J. The influence of stacking sequence on failure modes in quasi-isotropic graphite-epoxy laminates / Failure Modes in Composites IV. AIME. 1977. — 118 p.
6. Михайлов С. Е. О краевом эффекте в слоистых композитах / Механика композитных материалов. 1981. № 2. С. 227 – 233.
7. Baker A., Dutton S., Kelly D. Composite Materials for Aircraft Structures. Second Edition. — Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc., 2004. P. 192 – 194.
8. Гришин В. И., Дзюба А. С., Дударьков Ю. И. Прочность и устойчивость элементов и соединений авиационных конструкций из композитов. — М.: Физматлит, 2013. — 145 с.
9. Дударьков Ю. И., Левченко Е. А., Лимонин М. В. Эффект свободной кромки в слоистых композитах / Авиационная промышленность. 2012. № 4. С. 48 – 53.
10. Дударьков Ю. И., Левченко Е. А., Лимонин М. В. Влияние структуры пакета на краевые эффекты в слоистых композитах / Исследования наукограда. 2014. № 3(9). С. 25 – 30.
11. Hashin Z. Failure criteria for unidirectional fiber composites / J. Appl. Mech. 1980. N 47. P. 329 – 334.
12. Дударьков Ю. И., Лимонин М. В., Наумов С. М. Расчетно-экспериментальное исследование закритического деформирования пластин с использованием нелинейного МКЭ / Труды ЦАГИ. 2011. Вып. 2698. С. 71 – 81.

REFERENCES

1. Chernyshev S. L., et al. Forsait razvitiya aviatsionnoi nauki i tekhnologii do 2030 goda i na dal'neishuyu perspektivu [Forsyth development of aviation science and technology to 2030 and beyond]. — Moscow: Izd. TsAGI, 2014. P. 175 – 176 [in Russian].
2. Pipes R. B., Pagano N. J. Interlaminar stresses in composite laminates under uniform axial extension / J. Composite Mater. 1970. Vol. 4. P. 538 – 548.
3. Pagano N. J., Pipes R. B. Some observations on the interlaminar strength of composite laminates / Int. J. Mech. Sci. 1973. Vol. 15. N 8. P. 679 – 688.
4. Graims G. K., Greiman F. G. Raschet kontsentratorov, kromochnykh éffektov i soedinenii [Calculation concentrators, edge effects and connections] / Kompozitsionnye materialy [Composite materials]. Vol. 8. Part 2. Analiz i projektirovanie konstruksii [Analysis and design of structures]. — Moscow: Mashinostroenie, 1978. P. 157 – 165 [Russian translation].
5. Bjeletich J. G., Crossman F. W., Warren W. J. The influence of stacking sequence on failure modes in quasi-isotropic graphite-epoxy laminates / Failure Modes in Composites IV. AIME. 1977. — 118 p.
6. Mikhailov S. E. O kraevom éffekte v sloistyx kompozitakh [The edge effect in layered composites] / Mekh. Kompozit. Mater. 1981. N 2. P. 227 – 233 [in Russian].
7. Baker A., Dutton S., Kelly D. Composite Materials for Aircraft Structures. Second Edition. — Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc., 2004. P. 192 – 194.
8. Grishin V. I., Dzyuba A. S., Dudar'kov Yu. I. Prochnost' i ustoychivost' élementov i soedinenii aviatsionnykh konstruksii iz kompozitov [The strength and buckling of elements and fittings of composite aircraft structures]. — Moscow: Fizmatlit, 2013. — 145 p. [in Russian].
9. Dudar'kov Yu. I., Levchenko E. A., Limonin M. V. Éffekt svobodnoi kromki v sloistyx kompozitakh [Free edge effect in layered composites] / Aviats. Promysl. 2012. N 4. P. 48 – 53 [in Russian].
10. Dudar'kov Yu. I., Levchenko E. A., Limonin M. V. Vliyanie struktury paketa na kraevye éffekty v sloistyx kompozitakh [The influence of laminate stacking sequence on layered composites edge effects] / Issled. Naukograda. 2014. N 3(9). P. 25 – 30 [in Russian].
11. Hashin Z. Failure criteria for unidirectional fiber composites / J. Appl. Mech. 1980. N 47. P. 329 – 334.
12. Dudar'kov Yu. I., Limonin M. V., Naumov S. M. Raschetno- éksperimental'noe issledovanie zakriticheskogo deformirovaniya plastin s ispol'zovaniem nelineinogo MKÉ [Numerical and experimental study of the postbuckling deformation of the plates by the means of non-linear FE method] / Trudy TsAGI. 2011. Issue 2698. P. 71 – 81 [in Russian].