

Механика материалов: прочность, ресурс, безопасность

УДК 620.172.21:621.9.014.2

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ КРИВОЙ ТЕЧЕНИЯ СПЛАВОВ ПРИ АДИАБАТИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ ДЕФОРМИРОВАНИЯ

© В. С. Кушнер¹, М. Г. Сторчак², О. Ю. Бургонова¹, Д. С. Губин¹*Статья поступила 25 декабря 2015 г.*

Описана математическая модель кривой течения сплавов для адиабатических условий деформирования. Получены зависимости удельной работы деформации и предела текучести от деформации сдвига. В качестве характеристики сопротивления материала при резании предложено использовать максимальные значения предела текучести, соответствующие выравниванию интенсивностей упрочнения и разупрочнения. Приведены примеры кривых течения для резания сталей 45 и 35ХЗНМ.

Ключевые слова: механическая обработка; механические свойства; предел прочности; кривая течения.

Оценка сопротивления материалов пластическим деформациям в условиях деформирования, существенно отличающихся от стандартных испытаний на растяжение, в частности при резании, представляет собой сложную задачу. Ее решение может быть получено на основе построения зависимости предела текучести от деформации (кривой течения) с учетом взаимосвязи температуры, деформации и предела текучести в процессе резания.

Известна методика построения кривых течения при испытаниях на растяжение [1]. В условиях малых деформаций и их скоростей при постоянной или незначительно изменяющейся температуре деформирования, т.е. в условиях так называемого простого нагружения, кривая течения описывается функциями степенного вида [2]:

$$\sigma_t(\varepsilon) = \sigma_0(\varepsilon/\varepsilon_0)^m \text{ или } \tau_t(\varepsilon) = \tau_0(\varepsilon/\varepsilon_0)^m, \quad (1)$$

где $\tau_t = \sigma_t / \sqrt{3}$ — предел текучести на сдвиг; ε_0 — деформация, соответствующая напряжению σ_0 ; ε — текущее значение деформации; m — эмпирическая константа.

Следует также иметь в виду [3], что увеличение скоростей деформации, температуры деформации приводит к изменению зависимости предела текучести от деформации.

¹ Омский государственный технический университет, г. Омск, Россия; e-mail: valerii_kushner@mail.ru, oksbourg@mail.ru, gubin.89@list.ru

² Штутгартский университет, Институт станков и инструментов, г. Штутгарт, Германия; e-mail: michael.storchak@ifw.uni-stuttgart.de

Неоднородное распределение деформаций при резании вызывает столь же неоднородное распределение температур и характеристик сопротивления материала. В связи с этим целесообразно различать области упрочнения материала, как правило, имеющие место при относительно небольших деформациях, и области разупрочнения, возникающие при больших деформациях и вызванных ими температурах. Определение границ областей упрочнения и разупрочнения представляет интерес в связи с тем, что на них достигаются максимальные значения предела текучести, характеризующие наибольшее сопротивление материала пластическим деформациям.

В области упрочнения, как правило, имеют место условия деформирования, близкие к адиабатическим, тогда как в области разупрочнения материала они таковыми не являются [4].

Влияния температуры и скорости деформации различные исследователи учитывали введением в уравнение соответствующих множителей [5]. В частности, широко применяемое определяющее уравнение Джонсона и Кука имеет вид [6]

$$\sigma_Y = (A + B\varepsilon_p^n) \left(1 + c \ln \frac{\dot{\varepsilon}_p}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \left[1 - \left(\frac{T - T_r}{T_m - T_r} \right)^m \right], \quad (2)$$

где ε_p — эффективная пластическая деформация; T_m — температура плавления; T_r — комнатная температура, A , B , c , n , m , ε_0 — параметры модели; $K_{\dot{\varepsilon}} = 1 + c \ln \frac{\dot{\varepsilon}_p}{\dot{\varepsilon}_0}$ — коэффициент динамичности, учитывающий влияние отношения текущего значения

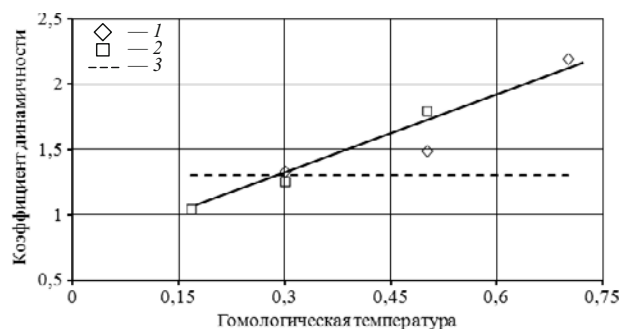


Рис. 1. Зависимости коэффициента динамичности от гомологической температуры при относительном изменении скорости деформации в 1000 раз: 1 — по данным С. И. Губкина; 2 — по данным А. М. Розенберга; А. Н. Еремина; 3 — по данным G. R. Johnson, W. H. Cook

скорости деформации $\dot{\epsilon}$ к ее минимальному значению $\dot{\epsilon}_0$ на предел текучести.

Ф. Ф. Витман и М. А. Златин [7] описывали зависимость коэффициента динамичности от скорости деформации и температуры уравнением

$$K_{\dot{\epsilon}} = \frac{\sigma}{\sigma_0} = \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right)^{k(T-T_0)}, \quad (3)$$

где k — эмпирическая константа.

Аналогичные уравнения для этого использовал М. А. Зайков [7]:

$$\sigma = \sigma_0 e^{\beta(1-T')} \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right)^{\alpha T' (1-\epsilon^{-\nu})}, \quad (4)$$

где T' — гомологическая температура; α , ν , β — постоянные для данного материала.

Экспериментальные данные, приведенные С. И. Губкиным [8], А. М. Розенбергом и А. Н. Ереминым [9], свидетельствуют в пользу уравнений, учитывающих совместное влияние на коэффициент динамичности $K_{\dot{\epsilon}}$ скорости деформации и гомологической температуры T' (рис. 1).

Данные С. И. Губкина о коэффициенте динамичности приведены для относительного изменения скорости деформации $\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0 = 1000$. В опытах А. М. Розенберга и А. Н. Еремина [9] относительное изменение скорости деформации $\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0 = 1000$ достигалось за счет изменения скорости резания от 0,0001 до 0,1 м/мин, а изменение гомологической температуры T' — не за счет температуры деформации, а в результате различных температур плавления обрабатываемых материалов — стали, алюминия и свинца.

При резании материалов скорости деформации могут быть оценены лишь приблизительно (примерно с точностью одного порядка) [10], а при резании и растяжении относительное изменение скорости деформации определяется величинами порядка $10^7 - 10^8$. В связи с этим показательно-степенную функцию

$(\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0)^{k\Delta T'}$ целесообразно заменить показательной функцией

$$K_{\dot{\epsilon}} = \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right)^{k\Delta T'} \approx 10^{8k\Delta T'} = \exp(2,3 \cdot 8k\Delta T'), \quad (5)$$

где $\Delta T'$ — приращение гомологической температуры.

Особенностью уравнений типа (2), (4) является то, что они учитывают влияние температуры в качестве независимой переменной, например, как температуры предварительного подогрева деформируемого образца. Однако при резании материалов температура деформации не является независимым фактором, а определенным образом зависит от деформации и предела текучести, что необходимо учитывать при определении зависимости предела текучести от деформации (кривой течения).

Таким образом, при резании так же, как и при растяжении, сопротивление материала деформациям может быть охарактеризовано кривой течения. Однако если для растяжения экспериментальное определение зависимости предела текучести от деформации не представляет трудностей, то для резания экспериментально построить кривую течения невозможно.

В связи с этим целью исследования явилась разработка методики аналитического определения математической модели кривой течения сплавов. Для ее достижения необходимо было решить следующие задачи:

выявить связь удельных касательных сил в плоскости стружкообразования с удельной работой деформации;

оценить влияние скорости деформации и гомологической температуры на удельную работу деформации при резании;

описать зависимость удельной работы от деформации с учетом влияния температуры и скорости деформации дифференциальным уравнением;

аналитически определить зависимость предела текучести от деформации в адиабатических условиях деформирования.

В связи с отсутствием известных методов построения кривой течения для деформирования материала в условиях резания предложена методика аналитического определения этой зависимости. В ее основе лежат следующие особенности:

рассматривается только та часть зоны деформации, в которой условия деформирования материала близки к адиабатическим, а зависимость предела текучести от деформации — возрастающая;

в качестве основной характеристики сопротивления материала деформированию используется удельная работа деформации;

взаимосвязь предела текучести и температуры деформации аналитически описывается путем интегрирования полученного дифференциального уравнения.

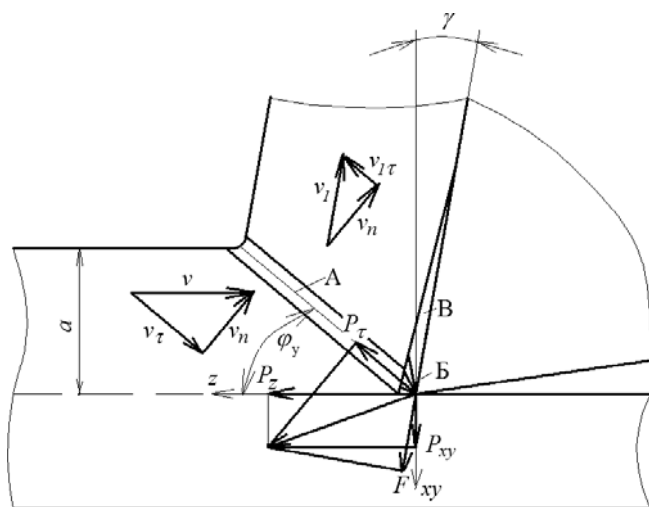


Рис. 2. Схема к расчету удельных касательных сил в условной плоскости сдвига: А — зона стружкообразования; Б — застойная зона; В — зона контактных деформаций на передней поверхности

Связь удельных касательных сил в плоскости стружкообразования с удельной работой деформации и пределом текучести. Согласно сложившейся практике пределы текучести на сдвиг, определенные при растяжении, сопоставляются со средними удельными касательными силами τ_y , полученными при резании путем деления проекции сил P_z и P_{xy} на условную плоскость сдвига на площадь этой плоскости (рис. 2) [11]:

$$\tau_y = \frac{P_z \cos \varphi_y - P_{xy} \sin \varphi_y}{ab} \sin \varphi_y = \frac{P_\tau}{ab} \sin \varphi_y, \quad (6)$$

где φ_y — угол наклона условной плоскости сдвига; P_z — проекция силы резания на ось z ; P_{xy} — проекция технологических составляющих силы резания на основную плоскость; P_τ — касательная проекция силы резания на условную плоскость сдвига; a — толщина срезаемого слоя; b — ширина срезаемого слоя.

Из выражения (6) следует, что удельная касательная сила τ_y может быть выражена через мощности и удельную работу деформации A_w [12]:

$$\tau_y = \frac{P_\tau v_2}{abv_2} \sin \varphi = \frac{A_w}{\varepsilon_n}, \quad (7)$$

где $A_w = \int_0^{\varepsilon_n} \tau_p d\varepsilon_p$ — удельная работа деформации,

τ_p — текущее значение предела текучести на сдвиг, ε_p — текущее значение истинного сдвига;

$\varepsilon_n = \frac{v_2}{v \sin \varphi_y} = \frac{\zeta + 1/\zeta - 2 \sin \gamma}{\cos \gamma}$ — конечный истинный

сдвиг, ζ — усадка стружки, v — скорость резания, γ — передний угол, $v_2 = v \frac{\cos \gamma}{\cos(\varphi_y - \gamma)}$ — скорость сдвига

стружки относительно обрабатываемой детали в направлении условной плоскости сдвига.

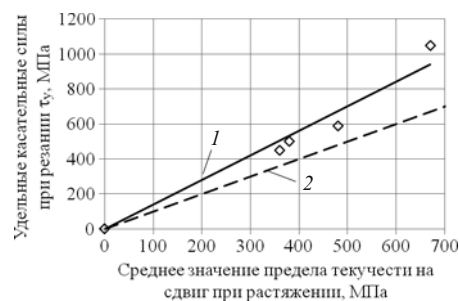


Рис. 3. Изменение средних значений предела текучести при точении (1) сталей 00, 10, 20X и X18H9T (толщина срезаемого слоя $a = 0,22$ мм, передний угол $\gamma = 20^\circ$) и растяжении (2) образцов из этих сталей

Влияние скорости деформации и гомологической температуры на удельную работу деформации при резании. Несмотря на то, что удельная касательная сила в условной плоскости сдвига τ_y имеет физический смысл среднего в интервале изменения истинного сдвига ($0, \varepsilon_n$) значения предела текучести на сдвиг, анализ изменения удельных касательных сил может быть использован для оценки влияния на предел текучести скорости деформаций и гомологической температуры.

В частности, на основании сопоставления результатов измерения удельных касательных сил в зоне стружкообразования, полученных в работе [13], со средними значениями предела текучести при растяжении при малых скоростях резания, соответствующих гомологической температуре $T' \approx 0,167$ (см. таблицу), для зоны стружкообразования коэффициент динамичности $K_\varepsilon \approx 1,3$ (рис. 3). В связи с неоднородным распределением температуры в зоне деформаций коэффициенты динамичности для различных областей этой зоны будут существенно отличаться.

Зависимость удельной работы от деформации с учетом влияния температуры и скорости деформации. Для адиабатических условий деформации при резании уравнение, аппроксимирующее зависимость предела текучести от деформации, скорости деформации и температуры, может быть принято в виде [12]

$$\frac{\tau_p}{S_B} = A \varepsilon_p^m K_\varepsilon \exp(-B \Delta T'), \quad (8)$$

где S_B — действительный предел прочности материала при растяжении; $A = \{\sqrt{3}[\sqrt{3} \ln(1 + \varepsilon_z)]^m\}$ — безразмерный комплекс; ε_z — относительное удлинение по

Результаты испытаний при растяжении и резании

Сталь	$\delta, \%$	$\sigma_B, \text{МПа}$	m	$\tau_{cp}, \text{МПа}$	ε_n	$\tau_y, \text{МПа}$
00	38	318	0,3	356	4,1	460
10	42	362	0,3	380	3,3	490
20X	35	480	0,3	477	3,1	580
X18H9T	63	634	0,5	670	2,5	1030

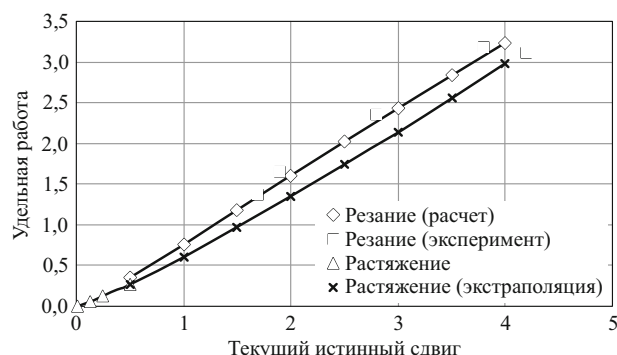


Рис. 4. Зависимости удельной работы от текущего истинного сдвига для стали 45

оси z ; m — эмпирическая константа; B — эмпирическая константа, учитывающая совместное влияние скорости деформации и температуры на предел текучести; K_ε — эмпирическая константа, учитывающая влияние скорости деформации при условно-постоянной (средней) температуре.

Наиболее простая связь приращения гомологической температуры с деформацией имеет место в адиабатических условиях деформации, характерных для зоны стружкообразования и застойной зоне на передней поверхности вблизи режущей кромки (см. рис. 2) [12]:

$$\Delta T' = A_w / C_v, \quad (9)$$

где C_v — удельная объемная теплоемкость обрабатываемого материала.

Удельная работа деформации является наиболее удобным параметром, поскольку через нее могут быть выражены и предел текучести, и приращение гомологической температуры:

$$\frac{\tau_p}{S_b} = \frac{dA_w}{d\varepsilon_p}. \quad (10)$$

Использование производной удельной работы по деформации вместо предела текучести позволяет в форме дифференциального уравнения учесть влияние деформации, температуры и скорости деформации на удельную работу деформации:

$$\frac{dA_w}{d\varepsilon_p} = AK_\varepsilon \varepsilon_p^m f(A_w). \quad (11)$$

В частности, для углеродистых и малолегированных конструкционных сталей влияние температуры на предел текучести описывается функцией вида

$$f(A_w) = \exp(-BA_1 A_w), \quad (12)$$

где $A_1 = \frac{S_b}{C_v T_{пл}}$ — безразмерный комплекс.

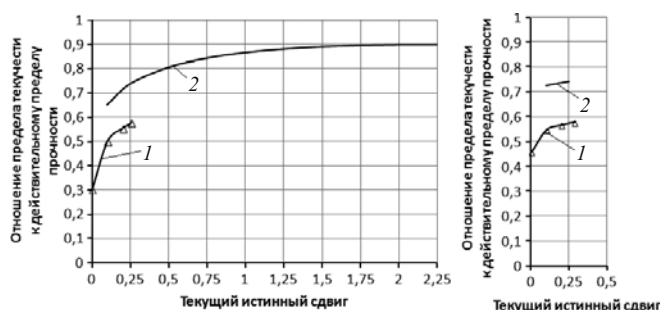


Рис. 5. Зависимости отношения предела текучести на сдвиг к действительному пределу прочности от интенсивности деформаций для растяжения (1) и резания (2): а — сталь 45 ($S_b = 564$ МПа, $m = 0,15$, $\delta = 20\%$, $B = 1,25$, $K_\varepsilon = 1,3$); б — сталь 35X3МН ($S_b = 897$ МПа, $m = 0,053$, $\delta = 18\%$, $B = 2$, $K_\varepsilon = 1,3$)

После интегрирования (11) удельная работа

$$A_w = \frac{1}{BA_1} \ln \left(1 + \frac{AA_1 BK_\varepsilon}{1+m} \varepsilon_p^{1+m} \right). \quad (13)$$

Сопоставление результатов расчета удельной работы при резании по формуле (13) с экспериментальными полученными данными при точении стали 45 [14] свидетельствует о хорошем их согласовании (рис. 4). Зависимости же удельной работы от деформации для растяжения и резания не совпадают.

Зависимость (13) удельной работы от деформации при резании позволяет на основании соотношения (10) получить аналитическое выражение для кривой течения $\tau_p(\varepsilon_p)$ для условий деформирования при резании с учетом влияния температуры и скорости деформации:

$$\tau_p(\varepsilon_p) = S_b AK_\varepsilon \varepsilon_p^m \left(1 + \frac{AA_1 BK_\varepsilon}{1+m} \varepsilon_p^{1+m} \right)^{-1}. \quad (14)$$

Как видно из рис. 5, теоретические кривые течения для резания, определенные по формуле (14), и экспериментально полученные для растяжения при равных деформациях и температурах, соответствующих различным скоростям деформации, не совпадают.

Максимальное значение предела текучести $(\tau_p)_{\max} = \tilde{\tau}$ и соответствующая ему величина деформации сдвига $\tilde{\varepsilon}_\tau$ достигаются при условии равенства интенсивностей упрочнения и разупрочнения материала:

$$\frac{d\tau_p}{d\varepsilon_p} = 0, \quad (15)$$

$$\frac{\tilde{\tau}}{S_b} = \frac{AK_\varepsilon \tilde{\varepsilon}_\tau^m}{1+m}, \quad \tilde{\varepsilon}_\tau = \left[\frac{m(1+m)}{AK_\varepsilon A_1 B} \right]^{\frac{1}{1+m}}. \quad (16)$$

В частности, для стали 45 максимум $\tilde{\tau}/S_b = 0,9$ достигается при сдвиге $\tilde{\varepsilon}_\tau = 2,25$, а для стали 35X3МН максимум $\tilde{\tau}/S_b = 0,74$ — при сдвиге $\tilde{\varepsilon}_\tau = 0,25$.

Представленные результаты соответствуют условиям резания при $\tau_p \leq \tilde{\tau}$. В случае $\tau_p > \tilde{\tau}$ они описываются другой моделью, рассмотрение которой не является предметом данной работы.

Таким образом, предложенная методика построения кривой течения позволяет оценить изменение предела текучести от деформации с учетом взаимного влияния температуры и деформации при адиабатических условиях и определить максимальные характеристики сопротивления материала пластическим деформациям. Определенные аналитически максимальные характеристики сопротивления материала пластическим деформациям в зоне стружкообразования значительно (примерно вдвое) превышают наибольшие значения предела текучести, экспериментально полученные при растяжении.

Кривые течения для условий деформирования при резании и растяжении существенно различаются. В области малых деформаций предел текучести при резании значительно выше, чем при растяжении, что главным образом связано с влиянием скорости деформации.

Зависимости предела текучести на сдвиг от деформации при резании $\tilde{\tau}/S_B$, как правило, близки к стационарным, что обусловлено разупрочняющим влиянием температуры деформации. Наибольшие значения предела текучести $\tilde{\tau}/S_B$ достигаются при выравнивании интенсивности упрочнения и разупрочнения.

Возможные пути развития методики построения кривой течения заключаются в использовании максимальных значений предела текучести для уточнения граничных условий при расчете температур и сил резания, в построении математических моделей зависимости предела текучести от температуры в условиях, не являющихся адиабатическими.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Малинин Н. Н.** Прикладная теория пластичности и ползучести. — М.: Машиностроение, 1975. — 400 с.
2. **Ильюшин А. А.** Пластичность. Ч. 1. — М.: ГТИ, 1948. — 376 с.
3. **Васютин А. Н., Ключ А. С.** Влияние температуры и скорости деформации на сопротивление деформированию малоуглеродистых и низколегированных сталей / Заводская лаборатория. 1985. Т. 51. № 4. С. 38 – 42.
4. **Верещака А. С., Кушнер В. С.** Резание материалов. — М.: Высшая школа, 2009. — 535 с.
5. **Криворучко Д. В., Залого В. А.** Моделирование процессов резания методом конечных элементов: методологические основы. — Сумы: Университетская книга, 2012. — 450 с.
6. **Johnson G. R., Cook W. H.** A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures / Proc. of 7th Symposium on Ballistics, Hague, Netherlands, 1983. P. 541 – 547.
7. **Полухин П. И., Гун Г. Я., Галкин А. М.** Сопротивление пластической деформации металлов и сплавов. — М.: Metallurgiya, 1983. — 352 с.
8. **Губкин С. И.** Пластическая деформация металлов. Т. 2. — М.: Metallurgizdat, 1961. — 416 с.
9. **Розенберг А. М., Еремин А. Н.** Элементы теории процесса резания металлов. — М.: Mashgiz, 1956. — 318 с.
10. **Кушнер В. С.** Термомеханическая теория процесса непрерывного резания пластичных материалов. — Иркутск: Изд-во Иркутского университета, 1982. — 180 с.
11. **Бобров В. Ф. и др.** Развитие науки о резании металлов. — М.: Машиностроение, 1967. — 415 с.
12. **Kushner V., Storchak M.** Determining mechanical characteristics of material resistance to deformation in machining / Prod. Eng. 2014. Vol. 5. N. 8. P. 679 – 688.
13. **Зорев Н. Н.** Вопросы механики процессов резания металлов. — М.: Машиностроение, 1956. — 367 с.
14. **Heisel U., Kushner V., Storchak M.** Effect of machining conditions on specific tangential forces. Annals of the WGP / Prod. Eng. 2012. Vol. 6. Issue 6. P. 621 – 629.

REFERENCES

1. **Malinin N. N.** Applied theory of plasticity and creep. — Moscow: Mashinostroenie, 1975. — 400 p.
2. **Il'yushin A. A.** Plasticity. Part 1. — Moscow: GTI, 1948. — 376 p.
3. **Vasyutin A. N., Klyuch A. S.** Influence of temperature and strain rate on the deformation resistance of low carbon and low alloy steels / Zavod. Lab. 1985. Vol. 51. No. 4. P. 38 – 42.
4. **Vereshchaka A. S., Kushner V. S.** Metal cutting. — Moscow: Vysshaya shkola, 2009. — 535 p. [in Russian].
5. **Krivoruchko D. V., Zaloga V. A.** Simulation of the cutting process using finite element method. — Sumy: Universitet-skaya kniga, 2012. — 450 p. [in Russian].
6. **Johnson G. R., Cook W. H.** A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures / Proc. of 7th Symposium on Ballistics, Hague, Netherlands, 1983. P. 541 – 547.
7. **Polukhin P. I., Gun G. Ya., Galkin A. M.** Resistance to plastic deformation of metals and alloys. — Moscow: Metallurgiya, 1983. — 352 p. [in Russian].
8. **Gubkin S. I.** Plastic deformation of metals. Vol. 2. — Moscow: Metallurgizdat, 1961. — 416 p. [in Russian].
9. **Rozenberg A. M., Eremin A. N.** Elements of the theory of metal cutting process. — Moscow: Mashgiz, 1956. — 318 p. [in Russian].
10. **Kushner V. S.** Thermo-mechanical theory of the process of continuous cutting of plastic materials. — Irkutsk: Izd. Irkutsk. Univ., 1982. — 180 p. [in Russian].
11. **Bobrov V. F. et al.** The development of the science of metal cutting. — Moscow: Mashinostroenie, 1967. — 415 p. [in Russian].
12. **Kushner V., Storchak M.** Determining mechanical characteristics of material resistance to deformation in machining / Prod. Eng. 2014. Vol. 5. N. 8. P. 679 – 688.
13. **Zorev N. N.** Questions mechanics metal cutting processes. — Moscow: Mashinostroenie, 1956. — 367 p. [in Russian].
14. **Heisel U., Kushner V., Storchak M.** Effect of machining conditions on specific tangential forces. Annals of the WGP / Prod. Eng. 2012. Vol. 6. Issue 6. P. 621 – 629.