

УДК 620.178.3

ОБОБЩЕННАЯ ДИАГРАММА УСТАЛОСТИ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ДЕЙСТВИИ РАЗЛИЧНЫХ СЛУЧАЙНЫХ, ГАРМОНИЧЕСКИХ И ПОЛИГАРМОНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

© Л. А. Шефер¹, А. В. Ерпалов¹, Д. Х. Валеев²*Статья поступила 18 февраля 2014 г.*

Рассмотрены параметры, характеризующие эксплуатационные процессы нагружения типа гармонического, полигармонического, случайного. Разработана методика, позволяющая по обобщенной диаграмме усталости прогнозировать характеристики сопротивления усталости материала для эксплуатационных процессов нагружения по данным испытаний, полученным при гармоническом нагружении. Таким образом, исключается необходимость проведения гармонической схематизации случайных процессов по известным методикам, которые дают существенные ошибки в оценке ресурса.

Ключевые слова: усталостные испытания материалов; кривая усталости; обобщенная диаграмма усталости.

На стадии разработки новых конструкций необходима оценка их нагруженности расчетным путем, что проводится на основе динамической модели для заданных условий эксплуатации, которая позволяет получить необходимые статистические характеристики напряженно-деформированного состояния для расчета ресурса.

Чтобы воспользоваться предельным состоянием — кривой усталости, которая получена при гармоническом нагружении, требуется проведение схематизации случайных процессов. Как известно [1], методы схематизации в совокупности со стандартными кривыми усталости дают существенные ошибки в оценках ресурса, величину которых невозможно предсказать. Очевидно, рациональным решением при расчете ресурса и запасов циклической прочности в условиях случайного нагружения будет получение кривых усталости материала в условиях такого же случайного нагружения, какое испытывает конструкция при эксплуатации. Рассмотрим параметры, определяющие случайный процесс напряжений в конструкции, используемые для оценки ресурса: математическое ожидание (среднее значение) σ_m ; среднее квадратическое отклонение (СКО) напряжений S . Первый параметр характеризует статическое смещение процесса σ , второй — интенсивность нагружения. Их числовые значения определяют одномерную функцию нормального закона распределения ординат напряжений, но неоднозначно характеризуют случайный процесс, так как для фиксированных значений σ_m и S существует боль-

шое число различных реализаций, отличающихся друг от друга плотностью распределения вероятностей максимумов этого процесса.

Экспериментальные данные по усталости различных сплавов показывают, что долговечности для указанных процессов при равных σ_m и S различны и рассмотренных параметров для характеристики повреждаемости от случайных процессов недостаточно.

Введем в рассмотрение максимумы случайных процессов. В зависимости от внутренней структуры случайного процесса функция плотности распределения вероятностей максимумов может изменяться при фиксированных σ_m и S . Эти функции могут быть представлены зависимостью Райса

$$f_m(\sigma) = \frac{1}{S} \left\{ \sqrt{\frac{1-i^2}{2\pi}} \exp\left[-\frac{\sigma^2}{2S^2(1-i^2)}\right] + i \frac{\sigma}{S} \exp\left(-\frac{\sigma^2}{2S^2}\right) F\left(\frac{i\sigma}{S\sqrt{1-i^2}}\right) \right\}, \quad (1)$$

где σ — ордината процесса; i — коэффициент нерегулярности; $F\left(\frac{i\sigma}{S\sqrt{1-i^2}}\right)$ — функция Лапласа.

Коэффициент нерегулярности

$$i = n_0/n_{\max},$$

где n_0 — среднее число пересечений случайным центрированным процессом нулевого уровня (число нулей); $n_{\max}$ — среднее число максимумов процесса. Среднее число нулей

$$n_0 = \omega_e/2\pi.$$

¹ ФГБОУ ВПО «Южно-Уральский государственный университет» (национальный исследовательский университет), г. Челябинск, Россия; e-mail: aerpalov@ua.ru

² ОАО «КАМАЗ», г. Набережные Челны, Россия; e-mail: valeev@kamaz.org

Здесь эффективная частота процесса

$$\omega_e = \sqrt{\frac{R_{\ddot{\sigma}}(0)}{R_{\dot{\sigma}}(0)}} = \sqrt{\frac{\int_0^{\infty} S_{\sigma}(\omega) \omega^2 d\omega}{\int_0^{\infty} S_{\sigma}(\omega) d\omega}}, \quad (2)$$

где $R_{\sigma}(0)$ и $R_{\dot{\sigma}}(0)$ — корреляционные функции напряжения и его первой производной при $\tau = 0$; $S_{\sigma}(\omega)$ — спектральная плотность напряжения.

Среднее число максимумов в единицу времени для процесса $\sigma(t)$ вычисляется по формуле

$$n_{\max} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{R_{\ddot{\sigma}}(0)}{R_{\dot{\sigma}}(0)}} = \sqrt{\frac{\int_0^{\infty} S_{\sigma}(\omega) \omega^4 d\omega}{\int_0^{\infty} S_{\sigma}(\omega) \omega^2 d\omega}}. \quad (3)$$

Тогда коэффициент нерегулярности

$$i = \frac{\int_0^{\infty} S_{\sigma}(\omega) \omega^2 d\omega}{\int_0^{\infty} S_{\sigma}(\omega) \omega^4 d\omega \int_0^{\infty} S_{\sigma}(\omega) d\omega}. \quad (4)$$

Введем параметр i в число определяющих. Наряду с σ_m , S_{σ} и i зададим не только функции плотности распределения вероятностей ординат, но и плотности распределения вероятностей максимумов, что существенно ограничит область процессов, одинаково влияющих на долговечность. Поскольку долговечность материалов при сжатии на порядок выше, чем при растяжении, в дальнейшем будем рассматривать положительные максимумы и плотность распределения вероятностей этих максимумов.

Рассмотрим плотности распределения вероятностей максимумов при фиксированных значениях σ_m , S_{σ} и коэффициенте нерегулярности i , меняющегося в диапазоне от 1 до 0.

На рис. 1 приведены плотности распределения вероятностей максимумов с различным значением коэффициента нерегулярности при $\sigma_m = 0$, $S = \text{const}$, $i_4 < i_3 < i_2 < i_1$, $i_1 = 1$. Кривые плотности распределения вероятностей максимумов при $\sigma_m = \text{const}$, $S = \text{const}$ и переменном параметре i показывают, что изменение коэффициента нерегулярности приводит к существенному перераспределению вероятности появления напряжений высоких уровней (например, при σ_1 значения $P_1 > P_2 > P_3 > P_4$). Очевидно, чем больше вероятность появления высоких напряжений, тем меньше долговечность детали.

Поскольку параметр i отражает соотношение нулей и максимумов процесса, приводящих к перераспределению плотности распределения вероятностей

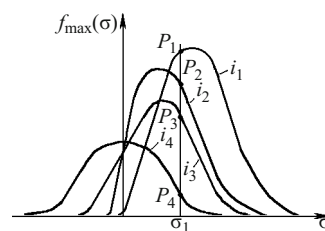


Рис. 1. Плотности распределения вероятностей максимумов

максимумов, в дальнейшем его будем условно называть параметром структуры случайного процесса.

Отмеченные параметры случайного процесса σ_m , S и i , определяя вероятностный состав мгновенных и максимальных значений напряжений, не отражают временных связей ординат и экстремумов, связанных с частотным составом исследуемого процесса. В этой связи отметим, что полоса пропускания частот упругих элементов конструкций лежит вблизи резонансных частот и является достаточно узкой с точки зрения влияния частоты на долговечность. Поэтому в дальнейшем влиянием этого параметра на долговечность пренебрегаем, если характеристики сопротивления усталости материала получены в рассматриваемом диапазоне частот.

Для расчета ресурса удобно вместо параметра времени ввести число циклов случайного процесса. В качестве такого числа циклов принимают число пересечений центрированным процессом нулевого уровня с заданным знаком производной, т.е. среднее число нулей процесса, деленное пополам — $n_0/2$. Этот параметр удобен тем, что непосредственно связан с эффективной частотой процесса и будет ей равен, если определять частоту в Гц. Кроме того, среднее число нулей с заданным знаком производной за период эксплуатации T и на стадии проектирования может быть определено при известной спектральной плотности напряжений элемента конструкции в локальной зоне:

$$N_0 = \frac{n_0^* T}{2\pi} = \frac{T}{2\pi} \sqrt{\frac{\int_0^{\infty} S_{\sigma}(\omega) \omega^2 d\omega}{\int_0^{\infty} S_{\sigma}(\omega) d\omega}}, \quad (5)$$

где n_0^* — число нулей в единицу времени.

Рассмотренные параметры случайного процесса нагружения σ_m , S , i и параметр долговечности N_0 позволяют провести классификацию случайных процессов с точки зрения усталости.

Кривые усталости, полученные экспериментально для различных материалов при случайном стационарном нагружении с фиксированным значением параметра нерегулярности i , совпадают по форме (в координатах $S - \lg N_0$) с традиционной (полученной при гармоническом нагружении) кривой усталости. Каж-

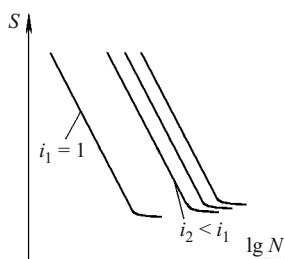


Рис. 2. Кривые усталости для разных значений параметра i

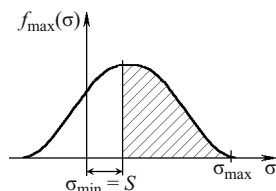


Рис. 3. Плотность распределения вероятностей максимумов, лежащих выше уровня $\sigma_{\min}$

дому значению параметра i соответствует своя кривая усталости, проходящая практически эквидистантно предыдущим (рис. 2), причем большему i — кривая усталости меньшей долговечности. Предельной кривой усталости со стороны минимальной долговечности, очевидно, будет являться кривая, соответствующая $i = 1$. Это случайный узкополосный процесс, происходящий с одной частотой и случайной амплитудой, у которого $n_{\max} = n_0$.

Как показывают результаты натурных испытаний, действующие на конструкции нагрузки часто имеют полигармонический характер (самолеты или корабли с несколькими двигателями) или представляют собой смесь случайного стационарного и детерминированного процессов. В этом случае коэффициент нерегулярности i , отражающий структуру случайного процесса, становится некорректным. Специальными исследованиями установлено, что на долговечность при любом виде нагружения (смешанном, гармоническом или чисто случайном) оказывают влияние напряжения, лежащие выше определенного уровня $\sigma_{\min}$. Этот уровень зависит от среднеквадратического значения процесса: $\sigma_{\min} \approx S$.

При больших значениях S напряжения, равные или меньше $\sigma_{\min}$, хотя и вносят повреждения, однако доля их незначительна и ею можно пренебречь.

В этом случае при поиске структурного критерия процесса нагружения основное внимание должно быть уделено повреждающей части процесса, которая представляется плотностью распределения вероятностей максимумов, лежащих выше уровня $\sigma_{\min}$ (рис. 3). При этом полагаем, что изменение структуры действующего процесса не оказывает влияния на величину минимального повреждающего уровня.

Переходя от функции плотности распределения вероятностей максимумов напряжений к числовым

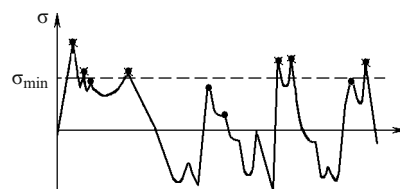


Рис. 4. Фрагмент реализации случайного центрированного процесса: ● — положительные максимумы; * — повреждающие максимумы

характеристикам, выделим основные из них, определяющие как степень разброса максимальных значений напряжений, так и их повторяемость в ходе эксплуатации. Кроме того, введем пороговое значение плотности вероятностей максимумов, ограничивающее величину максимальных выбросов напряжений. В качестве таких характеристик можно принять среднее квадратическое значение (СКЗ) повреждающих максимумов S_{ms} (максимумов, лежащих выше уровня $\sigma_{\min} = S$), среднее число повреждающих максимумов n_s , максимальный выброс напряжений процесса $\sigma_{\max}$, соответствующий заданной вероятности (например, $P = 0,997$).

Если из этих параметров составить обобщенный критерий структуры процесса, то он будет иметь размерность. С целью получения безразмерного критерия рассмотрим соотношения

$$S_{ms}/S_m, n_s/n_m, \sigma_{\max}/S,$$

где S_m — среднее квадратическое значение положительных максимумов процесса; n_m — среднее число положительных максимумов процесса; $\sigma_{\max}/S = P^*$ — пик-фактор (относительный выброс процесса нагружения).

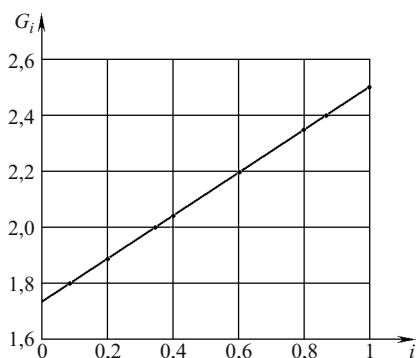
Графически эти параметры могут быть найдены из рассмотрений реализации случайного центрированного процесса, фрагмент которого представлен на рис. 4.

Каждая из характеристик определяется с помощью плотности распределения вероятностей максимумов процесса $f_m(\sigma)$ по следующим формулам:

$$S_m = \sqrt{\frac{\int_0^{\sigma_{\max}} \sigma^2 f_m(\sigma) d\sigma}{\int_0^{\sigma_{\max}} f_m(\sigma) d\sigma}}, \quad S_{ms} = \sqrt{\frac{\int_S^{\sigma_{\max}} \sigma^2 f_m(\sigma) d\sigma}{\int_S^{\sigma_{\max}} f_m(\sigma) d\sigma}},$$

$$n_m = n_{\max} \int_0^{\sigma_{\max}} f_m(\sigma) d\sigma, \quad n_s = n_{\max} \int_S^{\sigma_{\max}} f_m(\sigma) d\sigma,$$

где $n_{\max}$ — среднее число максимумов процесса за рассматриваемый период.

Рис. 5. Графическая зависимость параметров G и i

В качестве обобщенного критерия, отражающего вероятностную структуру процесса нагружения, можно принять параметр

$$G = \frac{S_{ms} n_s \sigma_{\max}}{S_m n_m S}.$$

Если в это выражение подставить значения составляющих, то получим

$$G = \Pi \sqrt{\frac{\int_0^{\sigma_{\max}} \sigma^2 f_m(\sigma) d\sigma \int_0^{\sigma_{\max}} f_m(\sigma) d\sigma}{\int_0^{\sigma_{\max}} \sigma^2 f_m(\sigma) d\sigma \int_0^{\sigma_{\max}} f_m(\sigma) d\sigma}}. \quad (6)$$

В таком виде критерий структуры процесса не содержит ограничений на форму функции $f_m(\sigma)$, а поэтому может применяться к процессам как случайным с нормальным распределением ординат напряжений, так и с произвольной формой функции $f_m(\sigma)$ (например, гармоникам, полигармоникам, смешанным процессам). Для гармонического процесса (поскольку $n_s = n_m$, все максимумы гармоники лежат либо выше, либо ниже $\sigma_{\min}$)

$$G_r = \sqrt{2} = 1,414.$$

Поскольку плотность вероятности максимумов случайного процесса описывается зависимостью Райса, то можно установить аналитическую связь между параметрами G и i (рис. 5).

Экспериментальные исследования, проведенные на различных сплавах, показали, что применение критерия G позволяет с единых позиций представлять и описывать кривую усталости материала, полученную

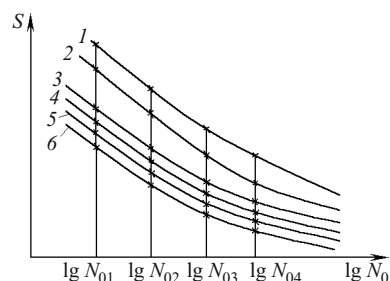


Рис. 6. Экспериментальные кривые усталости при разных воздействиях

от любого вида воздействия, в единой системе координат. Результаты испытаний для плоских образцов типа III по ГОСТ 25.502–79 [3] из сплава АМг-61 при консольном изгибе приведены в таблице, где $\lg \bar{N}_{0i}$ — математическое ожидание логарифма долговечности; S — СКО напряжений; G — структурный параметр процесса. Наименьшее повреждение в материале будут происходить при гармоническом воздействии, поскольку его кривая усталости (кривая 1) при равных значениях S расположена правее остальных (рис. 6). Затем идет кривая усталости полигармонического процесса (кривая 2) — биения (процессы с близкими частотами). Левее расположены кривые усталости, соответствующие сумме случайного и гармонического процессов с соотношениями $S_r/S = 2$, $S_r/S = 5$ (кривая 3) и $S_r/S = 1$ (кривая 4). Минимальная долговечность соответствует чисто случайному процессу $G = 2,4$ ($i = 0,8$) (кривая 5) и узкополосному процессу $G = 2,46$ ($i = 1$) (кривая 6).

Таким образом, с помощью параметров σ_m , S , G и N_0 могут быть представлены предельные состояния практически любых эксплуатационных процессов нагружения от гармонического до случайного узкополосного.

На полученных экспериментально кривых усталости образцов материала, испытанных при действии различных по структуре процессов нагружения, выделим фиксированные значения долговечностей $\lg N_{01}$, $\lg N_{02}$, $\lg N_{03}$, $\lg N_{04}$ (см. рис. 6) и определим соответствующее им значение СКО напряжений S . Если эти данные представить в плоскости параметров $S - G$, то оказывается, что в указанных координатах значения СКО напряжений S при равных долговечностях как для гармонического, полигармонического, так и для случайного процессов хорошо группируют-

Результаты усталостных испытаний при разных видах воздействия

$\lg \bar{N}_{0i}$	$G_1 = 1,41$	$G_2 = 1,57$	$G_3 = 1,9$	$G_4 = 2,14$	$G_5 = 2,4$	$G_6 = 2,46$
	$S, \text{ МПа}$					
$\lg \bar{N}_{01} = 4,9$	181	176	158	150	126	116
$\lg \bar{N}_{02} = 5,2$	152	146	134	130	108	98
$\lg \bar{N}_{03} = 5,7$	138	120	105	103	87	83
$\lg \bar{N}_{04} = 6,1$	99	96	90	84	73	76

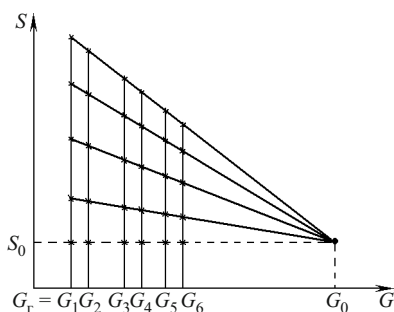


Рис. 7. Обобщенная диаграмма усталости материала

ся вокруг прямых линий, соответствующих различным долговечностям, и образуют пучок лучей, сходящихся в одну точку — полюс с координатами S_0 и G_0 (рис. 7).

Каждый такой луч соответствует определенному значению долговечности, причем чем меньше угол наклона луча к горизонтали, тем большей долговечности он соответствует. Горизонтальный луч (который экспериментально получить невозможно, так как при этом долговечность равна бесконечности) соответствует пределу неограниченной выносливости при уровне СКО процесса нагружения S_0 . Эту величину принимаем за предел неограниченной выносливости при произвольном нагружении.

Кривые усталости в координатах $S - \lg N_0$ с дискретным значением G или в координатах $S - G$ с дискретным значением N_0 хорошо описываются аналитической зависимостью, которую можно назвать обобщенной диаграммой усталости:

$$\lg \bar{N}_{0i} = A_r - B \lg \left[\frac{G_0 - G_r}{G_0 - G_i} (S_i - S_0) \right],$$

где $\lg \bar{N}_{0i}$ — среднее значение долговечности; A_r, B — коэффициенты уравнения, определяемые по экспериментальным данным; G_0 — стабильная характеристика, не зависящая от степени повреждения, марки материала, конструктивных особенностей образцов (принята константой); G_r — структурный параметр для гармонического процесса нагружения (принят константой); G_i — структурный параметр, характеризующий текущий процесс случайного нагружения; S_i — текущий уровень СКО напряжений процесса, для которого определяется долговечность $\lg N_{0i}$; S_0 — предел неограниченной выносливости.

Эту диаграмму можно называть обобщенной, поскольку она аппроксимирует результаты испытаний на усталость материала при нагружении произвольными процессами различной структуры.

Результаты экспериментальных исследований различных материалов и их аппроксимация предложен-

ной для кривых усталости зависимостью показывают, что для плоских образцов типа III по ГОСТ 25.502–79 заданной марки материала в выбранном критерии разрушения (появление макротрещины или разрушения) параметр B остается величиной, мало изменяющейся, не зависящей от структуры процесса нагружения и степени концентрации напряжений. Этот параметр может быть определен по зависимости

$$B = \alpha_0 \operatorname{cth}(0,0026\sigma_B),$$

где $\alpha_0 = 2,91$ — плоский изгиб по моменту появления трещины усталости; $\alpha_0 = 2,65$ — плоский изгиб по полному разрушению критического сечения; $\alpha_0 = 3,18$ — растяжение-сжатие, полное разрушение образца. Эта формула позволяет рассчитывать значение параметра B по данным статических испытаний материала на прочность.

Параметр S_0 практически не изменяется при смене критерия разрушения. Наблюдается общая тенденция его роста с увеличением предела прочности σ_B . Однако значительный разброс данных не позволяет получить достаточно надежной аналитической зависимости.

Параметр G_0 является наиболее стабильной характеристикой, не зависящей от степени повреждения, марки материала, конструктивных особенностей образцов. Численное его значение для всех материалов лежит в диапазоне $G_0 = 3,8 \div 4,3$. Осреднение характеристического параметра G_0 по всей совокупности имеющихся данных позволяет выбрать значение $G_0 = 4$, что приводит к ошибке в вычислении долговечности не более 8 %.

Постоянство параметра G_0 и возможность оценки параметра B сокращают число переменных параметров уравнения обобщенной диаграммы усталости до трех — A_r , S_0 и G_i . Поскольку G_i известен при известном характере процесса нагружения, то переменными остаются параметры A_r и S_0 . Это позволяет поставить задачу о прогнозировании характеристик сопротивления усталости материала для произвольных процессов нагружения по данным испытаний, полученным при гармоническом нагружении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болотин В. В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. — М.: Машиностроение, 1984. — 311 с.
2. Гусев А. С. Расчет конструкций при случайных воздействиях. — М.: Машиностроение, 1984. — 239 с.
3. ГОСТ 25.502–79. Расчеты и испытания на прочность в машиностроении. Методы механических испытаний металлов. Методы испытаний на усталость: сб. стандартов. — М.: Стандартинформ, 2005. — 60 с.