

## **Механика материалов: прочность, ресурс, безопасность**

## **Materials mechanics: strength, durability, safety**

DOI: 10.26896/1028-6861-2018-84-12-50-60

# **ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СООТНОШЕНИЯ АМПЛИТУД ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ ДВУХЧАСТОТНОМ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ<sup>1</sup>**

© Михаил Матвеевич Гаденин

Институт машиноведения им. А. А. Благонравова Российской академии наук. Москва. Россия; e-mail: safety@imash.ru

*Статья поступила 7 февраля 2018 г. Поступила после доработки 7 февраля 2018 г.  
Принята к публикации 15 февраля 2018 г.*

Эксплуатационные режимы нагружения элементов машин и конструкций имеют, как правило, более сложный характер, чем принимаемые в практике расчетов и экспериментов синусоидальные формы циклов их нагружения. Отмечено, что в ряде случаев реальные условия изменения нагрузок можно схематизировать двухчастотными режимами нагружения с наложением на низкочастотное изменение основной рабочей нагрузки ее высокочастотной составляющей, обусловленной воздействием вибраций, аэро- и гидродинамическими воздействиями, регулированием рабочего процесса и др. На основе результатов испытаний образцов трех различных по циклическим свойствам сталей показано, что такие двухчастотные режимы обуславливают снижение долговечности в сравнении с равным по амплитудам максимальных напряжений одночастотным нагружением. Это снижение зависит от параметров складываемых основных низкочастотных и наложенных высокочастотных нагрузок. Оценка этого снижения может быть выполнена как с использованием закономерностей суммирования выраженных в деформационных терминах повреждений, так и на основе рассмотренного в работе аналитического выражения, в которое в качестве параметров входят расчетно или экспериментально определенная долговечность для одночастотного режима нагружения с максимальным (суммарным) значением амплитуды действующих напряжений и коэффициент снижения долговечности, характерный для каждого типа материала и определяемый по соотношению амплитуд и частот низкочастотных и высокочастотных напряжений. Выполненный расчетно-экспериментальный анализ влияния соотношения амплитуд низкочастотного и наложенного высокочастотного нагружений при двухчастотных режимах изменения напряжений на циклическую долговечность показал, что наложение высокочастотной составляющей циклической деформации на основной процесс малоциклового нагружения приводит к существенному снижению циклической долговечности, причем тем в большей степени, чем выше уровень соотношений амплитуд и частот складываемых гармонических процессов приложения нагрузки.

**Ключевые слова:** циклическая долговечность; двухчастотное нагружение; амплитуда напряжений; частота нагружения; прочность; повреждение; испытания; расчетное уравнение.

## **STUDY OF THE EFFECT OF STRAIN AMPLITUDE RATIO AT TWO-FREQUENCY CYCLIC LOADING**

© Mikhail M. Gadenin

Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia; e-mail: safety@imash.ru

*Received February 7, 2018. Revised February 7, 2018. Accepted February 15, 2018.*

The operating modes of loading elements of machines and structures exhibit, as a rule, more complicated character of their loading cycles compared to sinusoidal used in the practice of calculations and experiments. It is noted that in a number of cases the actual conditions of load changing can be schematized by dual-frequency loading modes with superposition of the high-frequency component of the main workload attributed to the effects of vibrations, aero- and hydrodynamic impacts, regulation of the working process,

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (проект № 18-08-00572\_а).

etc. Testing of three steel samples which differ in their cyclic properties has shown that such two-frequency regimes lead to a decrease in the durability in comparison with single-frequency loading, equal in the amplitude of maximum stresses. This reduction depends on the parameters of the basic low-frequency and imposed high-frequency loads. Evaluation of this reduction can be performed both i) using the laws of summation of the damage expressed in the strain terms, and ii) using an analytical expression considered below, which includes calculated or experimentally determined durability for single-frequency loading with the maximum (total) amplitude of the effective stress and durability coefficient, characteristic of each type of material and determined by the ratio of amplitudes and hours of low- and high stresses. A computational-experimental analysis of the effect of the amplitude of low-frequency and superimposed high-frequency loading under two-frequency modes of stress change on the cyclic durability showed that the imposition of the high-frequency component of cyclic deformation on the main low-cycle loading process leads to a significant decrease in the cyclic durability, the level of the decrease correlates with the level of amplitudes and frequencies ratios of the summarized harmonic processes of load application.

**Keywords:** cyclic durability; two-frequency loading; stress amplitude; frequency of loading; strength; damage; calculation equation.

Эксплуатационные режимы нагружения элементов машин и конструкций имеют, как правило, более сложный характер, чем распространенные в практике расчетов и экспериментов синусоидальные формы циклов их нагружения. В ряде случаев реальные условия изменения нагрузок можно схематизировать такими упрощенными одночастотными режимами. Однако в общем случае закономерности изменения действующих на элементы конструкций нагрузок носят нерегулярный, многочастотный случайный характер [1 – 3].

Для анализа режимов реальной эксплуатационной нагруженности конкретного оборудования могут быть построены [2 – 5] зависимости изменения во времени  $\tau$  ее базовых параметров, включая числа циклов нагружения  $N$ , эксплуатационные усилия  $P$ , напряжения  $\sigma$  и деформации  $e$ , а также температуры окружающей среды  $t$  (рис. 1). Эти зависимости являются исходными для анализа прочности и ресурса рассматриваемых технических систем. Величины  $P$ ,  $t$  и  $\tau$ , как правило, задаются режимами эксплуатации и могут регистрироваться соответствующими контрольно-измерительными системами. Параметры  $\tau$  и  $e$  для общего и местного напряженно-деформированного состояний могут быть получены расчетом по величинам  $P$ ,  $t$  и  $\tau$  или измерены с помощью тех или иных методов и средств экспериментальной механики, включая натурную тензометрию и термометрию.

В соответствии с приведенной на рис. 1 схемой типового для высоконагруженных элементов блока эксплуатационного нагружения могут быть выделены такие характерные режимы, как монтаж (М), испытания (И), пуск (П) в эксплуатацию, стационарный (С) режим с поддержанием заданных рабочих параметров, регулирование (Р) базовых параметров, возникновение аварийных (А) ситуаций, срабатывание систем защиты (З) и останов (О) эксплуатации после реализации плановых или аварийных режимов.

При этом важнейшим этапом определения исходной и остаточной прочности и ресурса рассматриваемого оборудования является выбор критических элементов потенциально опасных компонентов, определяющих риски возникновения аварийных и катастрофических ситуаций [2, 4 – 10]. Для таких критических элементов на базе расчетно-экспериментального определения их напряженно-деформированных и предельных состояний устанавливаются критические зоны и критические точки в них, которые в конечном счете и инициируют процессы магистральных разрушений. При этом в качестве определяющих для последующих расчетно-экспериментальных оценок исходной и остаточной прочности и ресурса принимаются следующие характеристики истории нагружения: максимальная расчетная нагрузка  $P_{\max}$ ; максимальная (или минимальная) расчетная температура  $t_{\max}(t_{\min})$ ; время заданного режима нагружения  $\tau_i$ ; общее время всех режимов и блоков режимов  $\tau_{\Sigma}$  (временной ресурс). По этой истории устанавливаются дополнительные расчетные параметры — размахи усилий  $\Delta P$

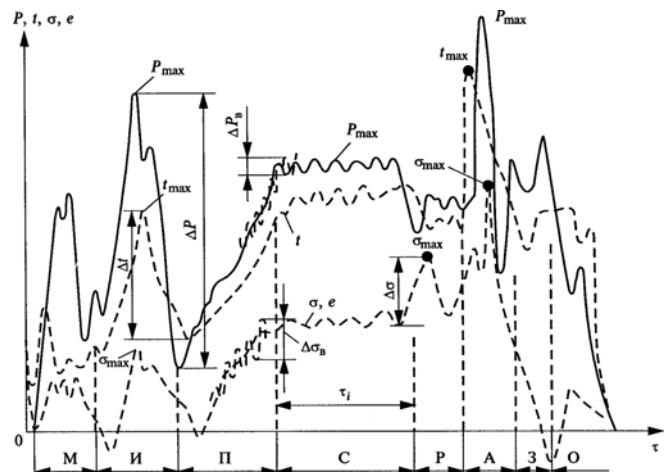
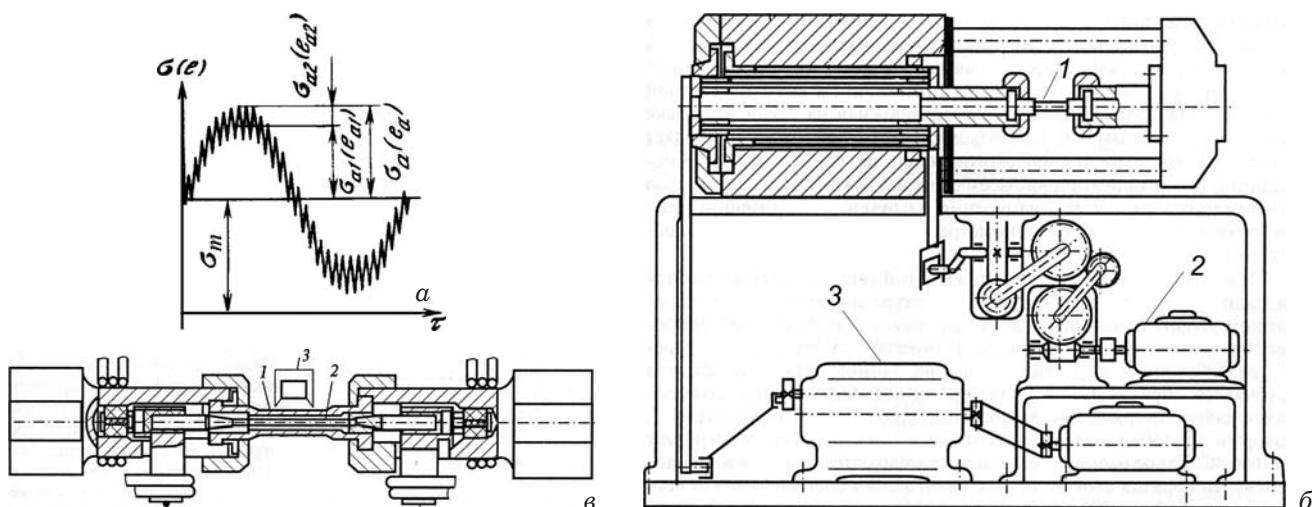


Рис. 1. Схема эксплуатационного нагружения и основные параметры эксплуатационных нагрузок



**Рис. 2.** Двухчастотный режим нагружения (а), испытательная машина для его воспроизведения (б) и схема установки образца в захватах с его нагревом (в)

и амплитуды усилий  $P_a = \Delta P/2$ , размахи температур  $\Delta t$ , размахи усилий высокочастотного нагружения  $\Delta P_b$ .

Указанный характер нагружения свойственен элементам энергетического оборудования, лопаткам и дискам турбонасосных агрегатов авиационных и ракетных двигателей, а также элементам конструкций, в которых, как правило, низкочастотное нагружение связывается с основными эксплуатационными режимами, а высокочастотное нагружение является следствием колебаний (пульсаций) рабочего потока или воздействий побочных вибраций. Низкочастотные режимы в этом случае обусловлены пусками, остановами, испытаниями. Если в таком сложном, практически случайном эксплуатационном режиме для существенно отличавшихся по частотам гармоник пренебречь влиянием сдвига фаз, то возможно проведение определенной аналогии между таким случаем и детерминированным полигармоническим процессами. Дальнейшее упрощение задачи схематизации реальной нерегулярной нагруженности за счет исключения из рассмотрения в полигармоническом процессе второстепенных гармоник позволяет прийти как к частным достаточно характерным двухчастотным режимам нагружения [1 – 3, 11], обусловленным наложением на основной процесс циклического (часто малоциклового) изменения напряжений  $\sigma_{a1}$  и их переменной составляющей более высокой частоты  $\sigma_{a2}$  (рис. 2, а).

Закономерности деформирования и разрушения при двухчастотном нагружении устанавливаются по результатам специальных экспериментальных исследований с применением электромеханических и электрогидравлических испытательных машин [12] с варьированием уровней амплитуд и частот основного (низкочас-

тотного) и дополнительного (высокочастотного) нагружений. При этом основными параметрами, характеризующими двухчастотные режимы нагружения, являются соотношения амплитуд и частот действующих напряжений, величины которых определяются эксплуатационными условиями нагружения [10 – 15].

Двухчастотный режим нагружения в серии экспериментальных исследований, результаты которых изложены ниже, был реализован на модернизированной испытательной машине типа МИР-С (рис. 2, б) [12], которая обеспечивает осевое нагружение образца 1 с помощью механического торсионного трансформатора, преобразующего крутильные колебания от низкочастотного силового привода 2 и высокочастотного вибрационного механизма 3 в продольные перемещения, нагружающие образец суммарной двухчастотной нагрузкой согласно представленному на рис. 2, а режиму. При повышенных температурах испытывали образец 1 трубчатой формы (рис. 2, в), внутри которого размещался стержневой нагреватель 2 из температуростойкого материала (дисилицид молибдена). Такое конструктивное решение оставляет нагретую поверхность образца открытой и доступной для размещения на ней высокотемпературного деформометра 3 для непосредственного измерения продольных деформаций на рабочей базе образца.

#### Сопротивление циклическому разрушению.

Основой расчета циклической долговечности при действии циклических нагрузок является кривая усталости материала, параметры уравнения которой определяются характеристиками его механических свойств. В общем случае для области многоцикловой усталости, когда амплитуды действующих напряжений не превышают предела

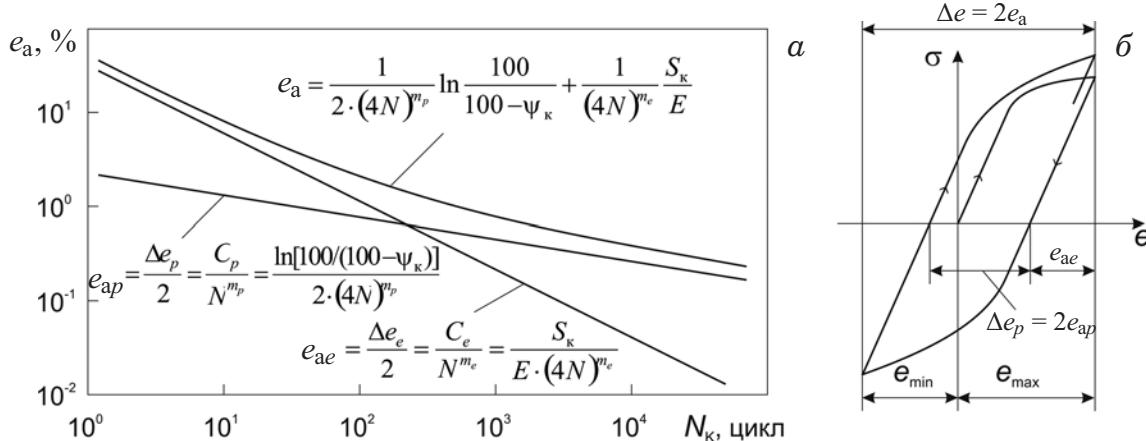


Рис. 3. Схема построения кривой малоцикловой усталости (а) и диаграмма малоциклового деформирования (б)

упругости материала и пластические деформации практически отсутствуют, уравнение такой кривой усталости принимается в форме [1 – 9, 16]

$$\sigma_a^* N^{m_e} = C, \quad (1)$$

где \$\sigma\_a^\*\$ — амплитуда приведенных циклических напряжений; \$N\$ — число циклов до разрушения (образования трещины); \$m\_e\$ и \$C\$ — константы материала.

В более широкой постановке при анализе зависимости числа циклов до разрушения от величины амплитуд действующих напряжений в рассмотрение вводятся полные амплитуды циклических деформаций \$e\_a\$, состоящие из упругой \$e\_{ae}\$ и пластической \$e\_{ap}\$ составляющих. Тогда уравнение кривой усталости в широком диапазоне долговечностей принимает вид [2 – 5, 9, 16]

$$e_a = C_p \frac{1}{N^{m_p}} + C_e \frac{1}{N^{m_e}}, \quad (2)$$

где \$m\_p\$, \$C\_p\$ и \$m\_e\$, \$C\_e\$ — константы материала соответственно для пластической и упругой областей деформирования. Первый член правой части уравнения (2) является превалирующим для малого числа циклов нагружения (\$N < 10^3\$) — для области малоцикловой усталости, а второй член — для числа циклов нагружения \$N > 10^5\$ — для области многоцикловой усталости (см. рис. 3, а). Тем не менее оба рассматриваемых члена этого уравнения вносят свой вклад в расчет долговечности во всем ее диапазоне.

При этом циклическая долговечность \$N\$, характеризуемая числом циклов до разрушения \$N = N\_k\$, определяется для конкретных значений и историй изменения деформаций \$e\_a^{(k)}\$ и \$e\_p^{(k)}\$ по числу полуциклов нагружения \$k\$.

В общем случае уравнение кривой усталости строится по результатам испытаний при жест-

ком нагружении с заданной амплитудой деформаций (\$e\_a = \Delta e/2 = \text{const}\$) для симметричного цикла (с коэффициентом асимметрии цикла деформаций \$r\_e = -1\$). В этом случае в качестве базового параметра, характеризующего процесс циклического упругопластического деформирования, принимается обозначенный на диаграмме циклического упругопластического деформирования (рис. 3, б) размах упругопластических деформаций \$\Delta e = 2e\_a\$ или \$\Delta e = \Delta e\_p + \Delta e\_e\$. Тогда \$e\_{ap} = \Delta e\_p/2\$ и \$e\_{ae} = \Delta e\_e/2\$, где \$\Delta e\_p\$, \$\Delta e\_e\$ — размахи соответственно пластических и упругих деформаций. В соответствии с известной степенной зависимостью Коффина – Мэнсона типа выражения (1)

$$\Delta e_p N^{m_p} = C_p, \quad \Delta e_e N^{m_e} = C_e. \quad (3)$$

Если при этом принять [2, 3], что статическое разрушение при \$\Delta e\_p = e\_k\$ (\$e\_k\$ — истинная деформация при статическом разрушении) происходит за 1/4 часть цикла (т.е. при \$N = 1/4\$), то на основе выражения (3) получим

$$C_p = \frac{1}{2} \frac{e_k}{4^{m_p}}, \quad e_k = \ln \frac{100}{100 - \psi_k}, \quad (4)$$

где \$\psi\_k\$ — относительное сужение площади поперечного сужения в шейке образца при статическом разрыве. Тогда с учетом выражений (3) и (4) можно записать

$$e_{ap} = \Delta \frac{e_p}{2} = \frac{C_p}{N^{m_p}} = \frac{1}{2 \cdot (4N)^{m_p}} \ln \frac{100}{100 - \psi_k}. \quad (5)$$

Аналогично при статическом растяжении для \$N = 1/4\$ размах упругой деформации \$\Delta e\_e = S\_k/E\$,

где  $S_k$  — сопротивление статическому разрыву в шейке;  $E$  — модуль упругости. В этом случае

$$C_e = \frac{S_k}{E(4)^{m_e}}, \quad e_{ae} = \frac{\Delta e_e}{2} = \frac{C_e}{N^{m_e}} = \frac{S_k}{E(4N)^{m_e}}. \quad (6)$$

Поскольку  $e_a = e_{ap} + e_{ae}$ , то с учетом выражений (5) и (6) общее уравнение показанной на рис. 3, а кривой малоцикловой усталости типа (2) будет иметь вид [2 – 9]

$$e_a = \frac{1}{2 \cdot (4N)^{m_p}} \ln \frac{100}{100 - \psi_k} + \frac{1}{(4N)^{m_e}} \frac{S_k}{E}. \quad (7)$$

Предельная пластическая деформация  $\psi_k$  в шейке образца, сопротивление разрыву  $S_k$  в шейке и модуль упругости  $E$  определяются при стандартных испытаниях на статическое растяжение.

В практике инженерных расчетов циклической долговечности в зависимости от наличия экспериментальных данных и условий нагружения используется [2, 3] ряд форм представления уравнений кривых малоцикловой усталости. Если местные условные упругие напряжения  $\sigma_{max}^{*3}$ ,  $\sigma_a^{*3}$  и  $\sigma_m^{*3}$  ( $\sigma_a^* = e_a E$ ,  $E$  — модуль упругости) от эксплуатационных силовых и температурных нагрузок в конструкции определены экспериментально или из решения упругой или упругопластической задачи, а  $\sigma_{max}^{*3} \leq \sigma_{0,2}^t$ , то независимо от циклических свойств материала разрушающие амплитуды  $\sigma_a^*$  условных упругих напряжений при заданном числе циклов до разрушения  $N$  или число циклов до разрушения  $N$  при заданной разрушающей амплитуде  $\sigma_a^*$  по критерию усталостного разрушения (жесткое нагружение) при  $N \leq 10^6$  в первом приближении можно определить по уравнению:

$$\sigma_a^* = \frac{E^t}{(4N)^{m_p}} 0,5 \ln \frac{100}{100 - \psi_f^t} + \frac{\sigma_{-1}^t}{1 + \frac{\sigma_{-1}^t}{\sigma_b^t} \frac{1+r}{1-r}}, \quad (8)$$

где  $\sigma_{-1}^t$  — предел выносливости конструкционных материалов в исходном состоянии или после заданной стадии эксплуатации (в том числе на момент определения остаточного ресурса);  $m_p$  — характеристика материала, зависящая от предела прочности  $\sigma_b^t$ ; при  $\sigma_b^t \leq 700$  МПа значения  $m_p = 0,5$  и  $\sigma_{-1} = 0,45\sigma_b^t$ .

При отсутствии экспериментальных данных в диапазоне  $700 \leq \sigma_b^t \leq 1200$  МПа предел выносливости определяется как  $\sigma_{-1}^t = K_{-1}\sigma_b^t$ . Если  $300 \leq \sigma_b^t \leq 700$  МПа, то  $K_{-1} = 0,45$ , а если  $700 \leq \sigma_b^t \leq 1200$  МПа, то  $K_{-1} = 0,4 - 0,0002(\sigma_b^t - 700)$ .

При  $\sigma_b^t \leq 1200$  МПа значение  $\psi_f^t = \psi_k$  для  $\psi_k^t \leq 30\%$  и  $\psi_f^t = 15 + 0,5\psi_k^t$  для  $\psi_k^t > 30\%$ .

Для оценки величин  $\sigma_a^*$  и  $N$  в более широком спектре описываемых выражением (2) условий нагружения по критерию усталостного разрушения при  $N \leq 10^{10}$  в первом приближении можно использовать выражение

$$\sigma_a^* = \frac{E^t}{(4N)^{m_p} + (1+r^*)/(1-r^*)} 0,5 \ln \frac{100}{100 - \psi_f^t} + \frac{\sigma_b^t}{(4N)^{m_e} + (1+r)/(1-r)}, \quad (9)$$

где  $m_p$ ,  $m_e$  — характеристики материала, определяемые экспериментально. При отсутствии соответствующих экспериментальных данных о величинах  $m_p$  и  $m_e$  можно принимать  $m_p = 0,5$  при  $\sigma_b^t \leq 700$  МПа и  $m_p = 0,36 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot \sigma_b^t$  при  $700 \leq \sigma_b^t \leq 1200$  МПа;  $m_e = 0,132 \lg S_k^t / \sigma_{-1}^t$ ;  $S_k^t = \sigma_b^t (1 + 1,4 \cdot 10^{-2} \Psi_k)$ .

При уточненной оценке циклической долговечности разрушающие амплитуды условных упругих напряжений  $\sigma_a^*$  при заданном числе циклов  $N$  или число циклов до разрушения  $N$  при заданной амплитуде условных упругих напряжений  $\sigma_a^*$  по критерию разрушения при жестком нагружении согласно (2) и (7) определяются по выражению

$$\sigma_a^* = \frac{E^t}{(4N)^{m_p} + (1+r^*)/(1-r^*)} 0,5 \ln \frac{100}{100 - \psi_f^t} + \frac{S_k^t}{(4N)^{m_e} + (1+r)/(1-r)}, \quad (10)$$

где  $S_k^t = \sigma_b^t (1 + 1,4 \cdot 10^{-2} \Psi_k)$  — сопротивление отрыву в шейке. При  $\sigma_b^t \leq 1200$  МПа значение  $\psi_f^t = \psi_k$  для  $\psi_k^t \leq 30\%$  и  $\psi_f^t = 15 + 0,5\psi_k^t$  для  $\psi_k^t > 30\%$ ;  $\sigma_{-1} = 0,45\sigma_b^t$ .

Выражения типа (8) – (10) используются для расчета разрушающего числа циклов  $N$  или разрушающих амплитуд условных упругих напряжений  $\sigma_a^*$  (деформаций  $e_a$ ). Допускаемые значения параметров  $[N]$  и  $[\sigma_a^*]$  определяются путем введения в выражения (8) – (10) коэффициентов запасов по долговечности  $n_N$  и напряжениям  $n_{o^*}$  [2, 3, 10], причем при отсутствии специальных данных принимаются значения  $n_N = 10$  и  $n_{o^*} = 2$ .

*Долговечность при одночастотном нагружении.* В целях установления закономерностей влияния амплитудно-частотных характеристик двухчастотного нагружения на циклическую долговечность путем сопоставления параметров режимов с соответствующей им нагруженностью в условиях одночастотного нагружения был выполнен цикл экспериментов по определению по выражениям (1) – (10) одночастотной дол-

вечности для трех различных по циклическим свойствам типов конструкционных материалов — низколегированной циклически стабильной котельной стали 22К, циклически разупрочняющейся хромомолибденованадиевой стали 12Х2МФА и циклически упрочняющейся хромоникелевой нержавеющей стали Х18Н10Т. Полученные при испытаниях на статический разрыв при температуре  $t = 300^{\circ}\text{C}$  значения базовых характеристик механических свойств указанных материалов приведены в таблице.

Испытания лабораторных образцов при циклическом нагружении с частотой 1 цикл/мин (0,0167 Гц) в жестком режиме позволили построить исходные кривые малоцикловой усталости указанных сталей. Обработка полученных в экспериментах данных показала, что наилучшим образом эти кривые можно описать в виде известного [2, 16] выражения Мэнсона с подстановкой в него также полученных в этих экспериментах механических свойств материалов:

$$\sigma_a^* = \frac{E^t}{2} \left( \frac{\varepsilon_u}{N} \right)^{m_p} + \frac{E^t}{2} \left( \frac{3,5\sigma_b}{E^t} \right) \left( \frac{1}{N} \right)^{m_e}. \quad (11)$$

Полученные результаты для трех исследованных сталей приведены на рис. 4. Сплошная красная линия соответствует расчету по выражению (11), красные точки — экспериментальным данным по циклическим испытаниям, пунктирные линии — расчетам по выражениям (8) — черный пунктир, (9) — синий пунктир и (10) — красный пунктир. Из рис. 4 следует, что выражение (11) наиболее близко описывает полученные экспериментальные данные, результаты вычислений по выражениям (8) – (10) с расчетными значениями входящих в них параметров — удовлетворительно. На основании этого в качестве базового уравнения для описания кривой усталости при одночастотном нагружении принимается выражение (11) с входящими в него параметрами, полученными в соответствующих экспериментах.

**Долговечность при варьировании соотношения амплитуд двухчастотного нагружения.** На основе результатов экспериментальных исследований долговечности выполнен анализ ее изменения при двухчастотном нагружении в сравнении с равным по суммарным амплитудам циклической деформации одночастотным нагружени-

ем. Он показал, что кривые малоцикловой усталости для сталей 22К, 12Х2МФА и Х18Н10Т при температуре  $t = 300^{\circ}\text{C}$ , построенные по значениям амплитуд суммарных  $e_a$  деформаций ( $e_a = e_{a1} + e_{a2}$ , где  $e_{a1}$  и  $e_{a2}$  — амплитуды низкочастотных и высокочастотных деформаций) для жесткого режима двухчастотного нагружения (см. рис. 2, a) при уровнях наложенных деформаций  $e_{a2} = 0,035\%$  (зеленые линии) и  $e_{a2} = 0,07\%$  (синие линии) с пересчетом их в условные упругие напряжения ( $\sigma_a^* = e_a E$ ,  $E$  — модуль упругости) и соотношении частот  $f_2/f_1 = 1500$ , расположены значительно левее (рис. 5) соответствующих равным величинам суммарной деформации  $e_a$  одночастотных кривых малоцикловой усталости (красные линии). Это свидетельствует о значительном снижении долговечности материала в условиях воздействия (наложения на основной процесс деформирования) дополнительных циклических нагрузок (деформаций) повышенной по сравнению с основным нагружением частоты.

Фундаментальные исследования сопротивления малоцикловому разрушению показали [2 – 9, 12 – 14], что в общем случае для уточненных расчетов долговечности в условиях циклического упругопластического нагружения может быть использована гипотеза линейного суммирования в цикле усталостных  $d_f$  и статических  $d_s$  повреждений ( $d_{\Sigma} = d_f + d_s$ ), выраженных через деформационные характеристики этого процесса. В частности, усталостная составляющая повреждения за один цикл  $d_f$  определяется по кривой стационарного малоциклового нагружения (например, кривой  $e_a$  на рис. 3, a) для текущего времени  $\tau$  и заданной температуры  $t$  как  $d_f = 1/N(e_a, t, \tau)$ , а статическая составляющая — как отношение односторонне накопленной в этом цикле необратимой пластической деформации  $e_n$  к располагаемой пластичности материала  $\varepsilon_{te} = 1/\{\ln[1/(1 - \Psi_{te})]\}$ , определенной в этих же условиях при длительном статическом нагружении ( $\Psi_{te}$  — относительное поперечное сужение).

При двухчастотном режиме нагружения дополнительная составляющая усталостного повреждения от действия высокочастотной амплитуды наложенной деформации  $e_{a2}$  в каждом из этих циклов с учетом их переменной асимметрии  $r(n_2)$  по числу высокочастотных циклов  $n_2$  находится [11 – 14, 17] как  $d_{f2} = 1/N_2[e_{a2}, t, \tau, r(n_2)]$ .

#### Характеристики механических свойств исследуемых материалов

Материал	$\sigma_y$ , МПа	$\sigma_{0,2}$ , МПа	$\sigma_b$ , МПа	$E$ , МПа	$S_k$ , МПа	$\Psi_k$ , %
Сталь 22К	130,0	171,1	444,2	$1,57 \cdot 10^5$	880,9	43,2
12Х2МФА	369,8	465,0	556,2	$1,86 \cdot 10^5$	1057,9	54,8
Х18Н10Т	96,9	168,6	398,3	$1,83 \cdot 10^5$	455,2	56,6

Тогда общее накопленное по числу основных низкочастотных циклов  $n$  повреждение  $D_{\Sigma}$  до момента разрушения (образования трещины)  $N_t$  составит интегральную (в связи с переменностью по числу циклов и времени нагружения определяющих деформационных параметров) сумму указанных выше поцикловых составляющих повреждения:

$$D_{\Sigma} = \int_0^{N_t} \frac{1}{N[e_a(n), t, \tau]} dn + \\ + \int_0^{N_{t2}} \frac{1}{N_2[e_{a2}, t, \tau, r(n_2)]} dn_2 + \int_0^{N_t} \frac{e_n}{\varepsilon_{t\tau}} dn. \quad (12)$$

При этом число циклов до разрушения по низкой  $N_t$  и высокой  $N_{t2}$  частотам  $f_1$  и  $f_2$ , а также текущие значения чисел циклов  $n \equiv n_1$  и  $n_2$  нагружения связаны между собой очевидными соотношениями  $N_t = N_{t2}(f_1/f_2)$  и  $n = n_2(f_1/f_2)$ . При обратном решении уравнения (12) разрушающее число циклов  $N_t$  в таких условиях нагружения может быть определено из условия достижения полным накопленным повреждением предельного уровня  $D_{\Sigma} = 1,0$  [10 – 13].

В случае нагружения как с постоянными амплитудами напряжений (мягкое нагружение), так и с постоянными амплитудами деформаций (жесткое нагружение) критериальное выражение (12) учитывает не только повреждения от высокочастотных циклов, но и кинетику амплитуды упругопластической деформации  $e_a$  по параметру числа циклов нагружения, описываемую соответствующими температурно-временными зависимостями [2, 4, 9, 12 – 14, 17], а также ее особенности в связи с наложением высокочастотной составляющей напряжений (деформаций), стимулирующей развитие низкочастотной упругопластической деформации [2].

Наряду с изложенным выше методом оценки долговечности при двухчастотном нагружении на основе критерия суммирования выраженных через деформационные характеристики повреждений эффект снижения двухчастотной долговечности  $N_2$  по сравнению с эквивалентной по нагруженности одночастотной долговечностью  $N_1$  (см. рис. 5) может быть определен по соотношению частот и амплитуд высокочастотной и низкочастотной составляющих процесса нагружения [2, 3, 11, 15]:

$$N_1 = N_2(f_2/f_1)^{k_N(e_{a2}/e_a)} \\ \text{или } N_1 = N_2(f_2/f_1)^{k_N(\sigma_{a2}^*/\sigma_a^*)}, \quad (13)$$

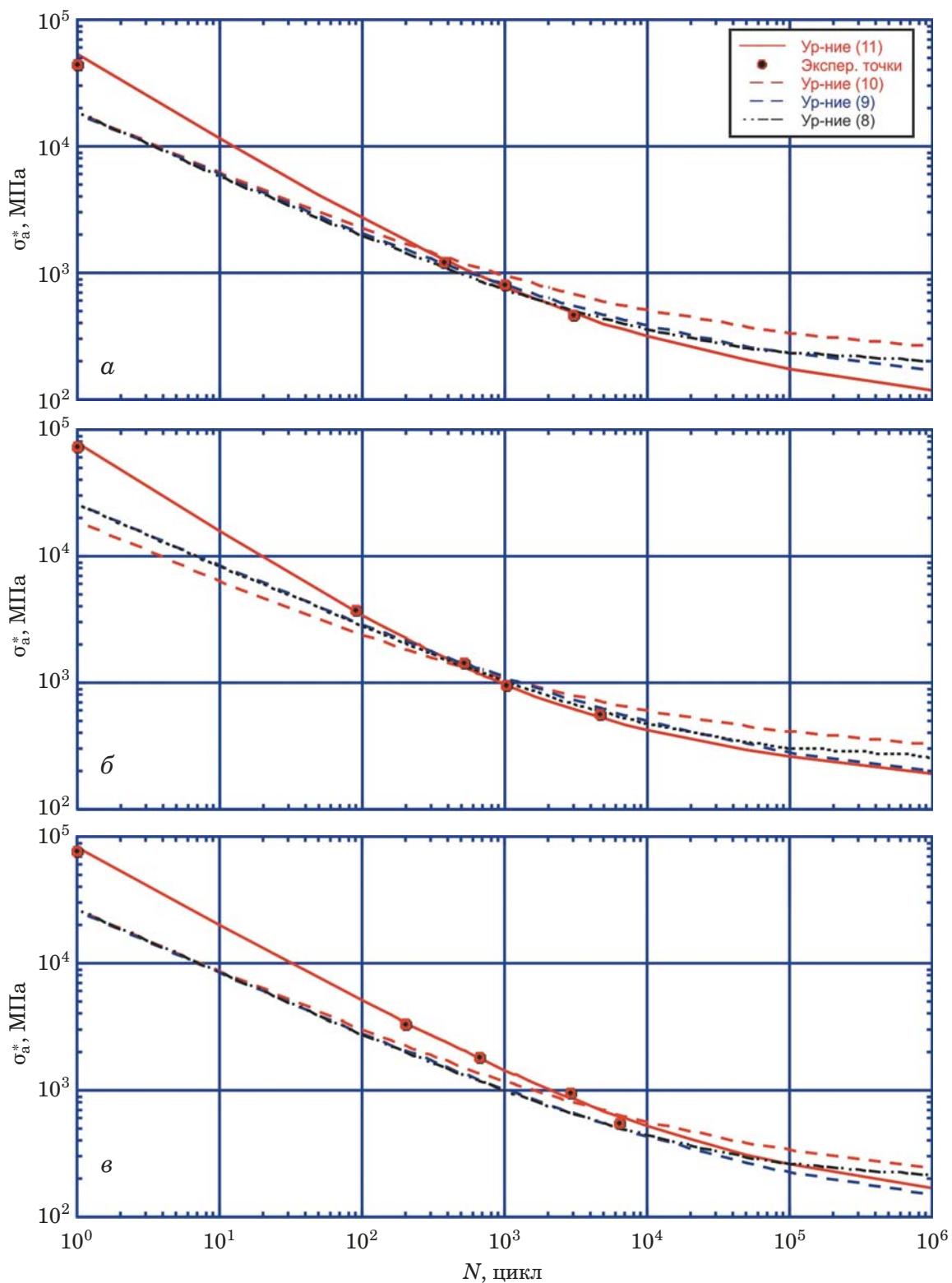
где  $e_{a2}$  и  $\sigma_{a2}^*$ , а также  $e_a$  и  $\sigma_a^*$  — амплитудные значения высокочастотных деформаций и соответ-

ствующих им условных упругих напряжений ( $\sigma_{a2}^* = e_{a2}E$ ,  $\sigma_a^* = e_aE$ ,  $E$  — модуль упругости), а также их суммарные (вместе с низкочастотными) величины соответственно.

Уравнения (13) предполагают наличие линейной (отображаемой прямой линией в полулогарифмических координатах) зависимости между логарифмом отношения  $N_2/N_1$  и отношением  $e_{a2}/e_a$  ( $\sigma_{a2}^*/\sigma_a^*$ ). На рис. 6 приведены зависимости, построенные с использованием выражений (13) и экспериментальных данных о долговечностях при одночастотном и двухчастотном режимах нагружения (см. рис. 5). Видно, что прямые линии, соответствующие испытанным образцам из сталей 22К, 12Х2МФА и Х18Н10Т (сплошные линии) при жестком режиме двухчастотного нагружения с различным соотношением амплитуд высокочастотной и суммарной низкочастотной деформации (условных упругих напряжений), удовлетворительно соответствуют экспериментальным результатам. При этом для стали 22К величина коэффициента снижения долговечности в выражениях (13) составляет  $k_N = 0,7$  (см. рис. 6, а, красная сплошная линия и круглые точки), для стали 12Х2МФА —  $k_N = 1,2$  (см. рис. 6, б, синяя сплошная линия и треугольные точки), а для стали Х18Н10Т —  $k_N = 1,9$  (см. рис. 6, в, зеленая сплошная линия и квадратные точки).

Коэффициент  $k_N$  определен исходя из предпосылок о средних значениях соответствующих экспериментальных данных. Если  $k_N$  принять по выпадающим из общего набора точкам, т.е. с запасами в сторону снижения долговечности (см. рис. 6, а – в, пунктирные линии), то для стали 22К он составит  $k_N = 0,9$  (см. рис. 6, а, красная пунктирная линия), для стали 12Х2МФА —  $k_N = 1,6$  (см. рис. 6, б, синяя пунктирная линия), для стали Х18Н10Т —  $k_N = 2,4$  (см. рис. 6, в, зеленая пунктирная линия). Такие значения коэффициентов снижения долговечности  $k_N$  при двухчастотном нагружении использовались в соответствующих расчетах [2, 3]. На рис. 6, г для сравнения приведены расчетные зависимости по выражению (13) для всех трех испытанных сталей.

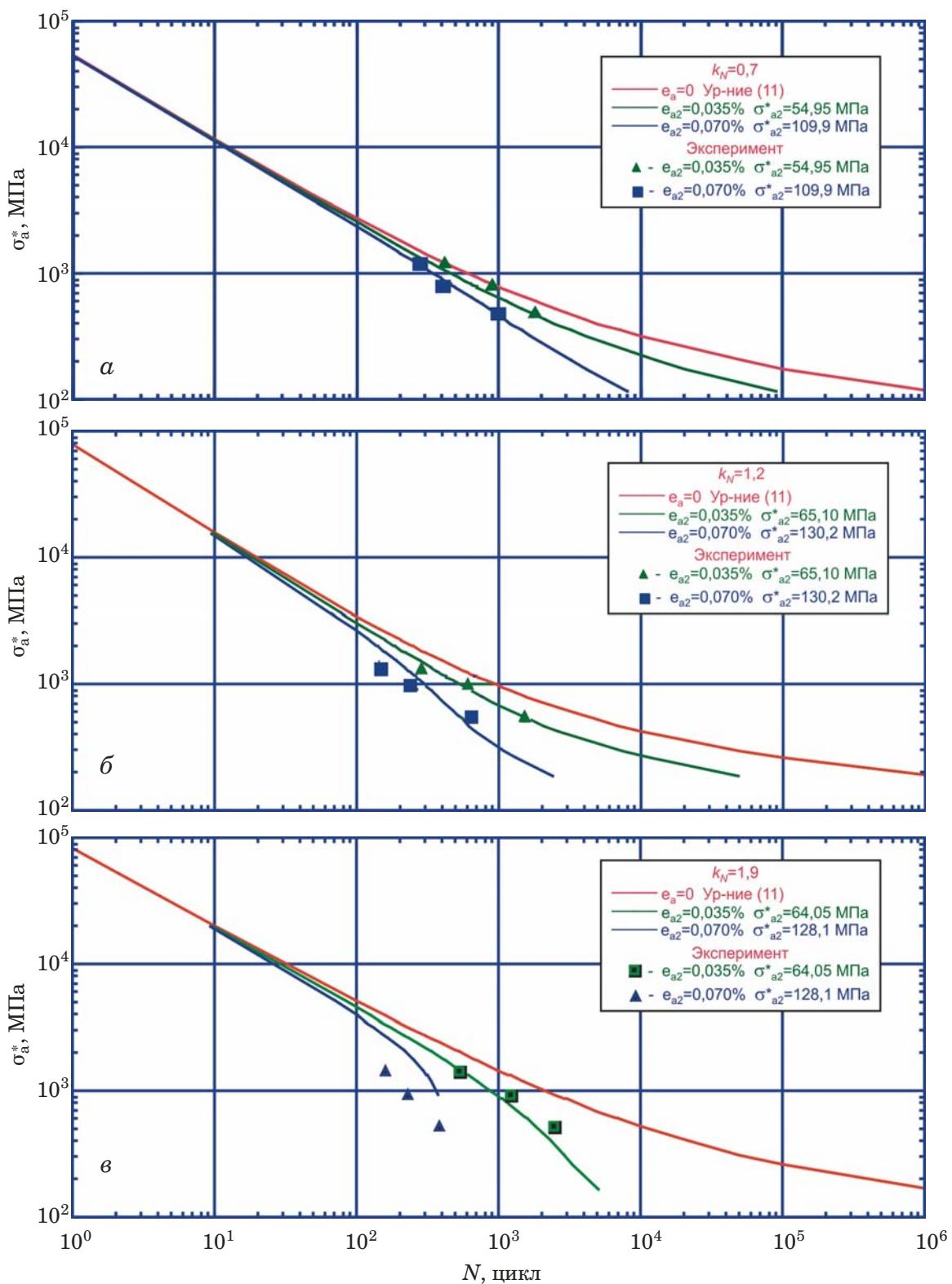
Следует заметить, что выражения (13) удовлетворительно соответствуют экспериментальным данным лишь при отношении  $e_{a2}/e_a \approx 0,2 – 0,3$  (см. рис. 5 и 6). При увеличении этого отношения расчетное значение снижения долговечности оказывается завышенным, а при превышении показателем степени в указанных выражениях  $k_N(e_{a2}/e_a)$  определенного «критического» значения результаты вычислений могут оказаться противоречащими физическому смыслу процесса циклического деформирования. Это об-



**Рис. 4.** Расчетно-экспериментальные кривые усталости для одночастотного нагружения образцов из сталей 22К (а), 12Х2МФА (б) и Х18Н10Т (в)

стоятельство требует введения следующих ограничений на использование выражений (13):  
 — отношение амплитуд напряжений  $0 < \sigma_{a2}^*/\sigma_a^* < 0,3$ ;  
 — абсолютное значение максимального и минимального напряжений при нагружении с наложе-

нием высокочастотных напряжений  $\leq (0,2 \cdot 10^{-2} \times E^t + \sigma_{0,2}^t)$ ;  
 — отношение частот наложенного вибрационного и основного циклического нагружения  $f_2/f_1 \leq 5 \cdot 10^5$ ;

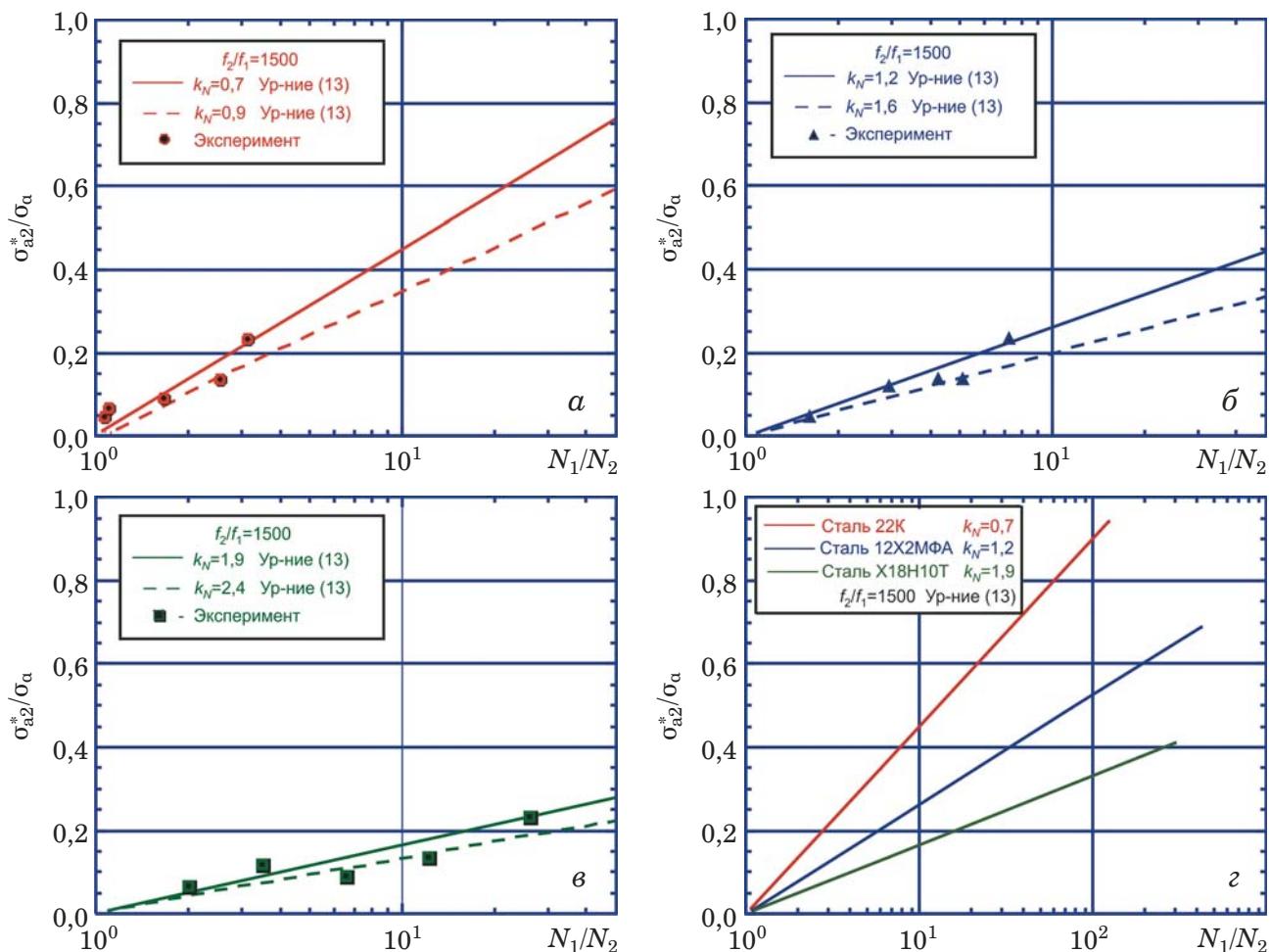


**Рис. 5.** Расчетные кривые усталости и экспериментальные данные (точки) для сталей 22К (а), 12Х2МФА (б) и Х18Н10Т (в) при одночастотном (красная кривая) и двухчастотном с  $f_2/f_1 = 1500$  малоциклическом нагружении ( $e_{a2}$  равно 0,035 % — квадратные точки и 0,07 % — треугольные точки)

число циклов с амплитудой наложенных высокочастотных напряжений (см. рис. 2, а)  $\sigma_{a2}^* > 10$  ( $f_2/f_1 > 10$ ).

Таким образом, выражения (13) при определенных ограничениях могут быть использованы

для оценки долговечности при двухчастотных режимах нагружения. Исследования выполнены для трех различных по циклическим свойствам сталей (циклически стабильной стали 22К, циклически разупрочняющейся стали 12Х2МФА и



**Рис. 6.** Изменения долговечности при различных соотношениях низкочастотной и высокочастотной амплитуд условных упругих напряжений двухчастотного режима нагружений для сталей 22К (а), 12Х2МФА (б) и X18H10T (в) и их сопоставление (г)

циклически упрочняющейся стали X18H10T) при определенных значениях отношения амплитуд  $\sigma_{a2}^*/\sigma_a^*$  ( $e_{a2}/e_a$ ) и частот  $f_2/f_1$  складываемых гармоник (см. рис. 2, а).

Таким образом, двухчастотное нагружение с широкой вариацией соотношений амплитуд и частот низкочастотной и высокочастотной составляющих циклической деформации сопровождается изменением диаграмм циклического деформирования, условий накопления повреждений и снижением долговечности. Выполнен расчетно-экспериментальный анализ влияния соотношения амплитуд низкочастотного и наложенного высокочастотного нагружений при двухчастотных режимах изменения напряжений на циклическую долговечность. Он показал, что наложение высокочастотной составляющей циклической деформации на основной процесс малочастотного нагружения приводит к существенному снижению циклической долговечности, причем тем в большей степени, чем выше уровень соотношений амплитуд и частот складываемых гармонических процессов приложения нагрузки.

Использование степенного выражения типа (13) в целях первичной оценки изменения долговечности в этих условиях наряду с уточненным подходом к анализу суммирования повреждений и определением условий достижения ими предельного состояния с учетом определенных ограничений удовлетворительно описывают эффект снижения числа циклов до разрушения и позволяют выполнить количественный анализ этого эффекта для определенного диапазона соотношений амплитуд двухчастотного нагружения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Когаев В. П. Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени. — М.: Машиностроение, 1993. — 364 с.
2. Махутов Н. А. Конструкционная прочность, ресурс и технологическая безопасность. В 2-х ч. Ч. 1. Критерии прочности иресурса. — Новосибирск: Наука, 2005. — 494 с.
3. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок (ПНАЭ Г-7-002-86 — Правила и нормы в атомной энергетике). — М.: Энергоатомиздат, 1989. — 525 с.
4. Проблемы прочности и безопасности водо-водяных энергетических реакторов. Сер. Исследования напряжений и прочности ядерных реакторов. — М.: Наука, 2008. — 446 с.

5. Несущая способность парогенераторов водо-водяных энергетических реакторов. Сер. Исследования напряжений и прочности ядерных реакторов. — М.: Наука, 2003. — 440 с.
6. **Махутов Н. А.** Безопасность и риски: системные исследования и разработки. — Новосибирск: Наука, 2017. — 724 с.
7. Безопасность России. Правовые, социально-экономические и научно-технические аспекты. Функционирование и развитие сложных народнохозяйственных, технических, энергетических, транспортных систем, систем связи и коммуникаций. Раздел 1. Теоретические основы безопасного функционирования сложных технических систем. — Москва: МГФ «Знание», 1998. — 448 с.
8. Безопасность России. Правовые, социально-экономические и научно-технические аспекты. Функционирование и развитие сложных народнохозяйственных, технических, энергетических, транспортных систем, систем связи и коммуникаций. Раздел 2. Обеспечение безопасного функционирования сложных технических систем на разных этапах жизненного цикла. — Москва: МГФ «Знание», 1998. — 416 с.
9. Напряженно-деформированные состояния ЖРД. Сер. Исследования напряжений и прочности ракетных двигателей. — М.: Наука, 2013. — 646 с.
10. **Гаденин М. М.** Оценка влияния режимов нагружения на условия достижения предельных состояний и назначение запасов / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2013. Т. 79. № 10. С. 65 – 70.
11. **Гаденин М. М.** Исследование повреждаемости и долговечности при одно- и двухчастотных режимах нагружения на основе деформационных и энергетических подходов / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2017. Т. 83. № 6. С. 44 – 52.
12. Уравнения состояния при малоциклическом нагружении. — М.: Наука, 1981. — 245 с.
13. **Гаденин М. М.** Особенности развития деформаций и накопления повреждений при двухчастотном малоциклическом нагружении и повышенных температурах / Машиноведение. 1976. № 1. С. 69 – 77.
14. **Makhutov N., Romanov A., Gadenin M.** High temperature low-cycle fatigue resistance under superimposed stresses at two frequencies / Fatigue of Engineering Materials and Structures. 1979. Vol. 1. N 3. P. 281 – 285.
15. **Гаденин М. М.** Изменение сопротивления малоциклическому деформированию и разрушению в связи с двухчастотностью процесса нагружения / Тезисы докладов XIII научно-технической конференции «Проблемы надежности и долговечности элементов конструкций в машиностроении и строительстве». — Свердловск: Свердловский областной Совет НТО, 1978. С. 5 – 6.
16. **Мэнсон С.** Температурные напряжения и малоциклическая усталость / Пер. с англ. — М.: Машиностроение, 1974. — 344 с.
17. **Гаденин М. М.** Кинетика деформаций и накопления повреждений в связи с формой циклов упругопластического нагружения / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2008. Т. 74. № 10. С. 61 – 65.
2. **Makhutov N. A.** Structural strength, resource and engineering safety. In 2 parts. Part 1. Strength and resource criteria. — Novosibirsk: Nauka, 2005. — 494 p. [in Russian].
3. PNAE G-7-002-86. Rules and norms in nuclear energetics. Strength calculation norms for equipment and pipelines of nuclear engine installations. — Moscow: Energoatomizdat, 1989. — 525 p. [in Russian].
4. Strength and safety problems of water-moderated power reactors. The series “Researches of stresses and strength of nuclear reactors”. — Moscow: Nauka, 2008. — 446 p. [in Russian].
5. Carrying capability of steam generators of water-moderated power reactors. The series “Researches of stresses and strength of nuclear reactors”. — Moscow: Nauka, 2003. — 440 p. [in Russian].
6. **Makhutov N. A.** Safety and risks: system researches and developments. — Novosibirsk: Nauka, 2017. — 724 p. [in Russian].
7. Safety of Russia. Legal, social-economic and scientifically-engineering aspects. Management of service resource for highly risks objects. Functioning and development of complex economic, technical, power, transport systems, communication systems and service lines. Part 1. Theoretical bases of safe functioning of complex technical systems. — Moscow: MGF “Znanie”, 1998. — 448 p. [in Russian].
8. Safety of Russia. Legal, social-economic and scientifically-engineering aspects. Management of service resource for highly risks objects. Functioning and development of complex economic, technical, power, transport systems, communication systems and service lines. Part 2. Maintenance of safe functioning of complex technical systems at different stages of life cycle. — Moscow: MGF “Znanie”, 1998. — 416 p. [in Russian].
9. Stress-strain states of liquid-fuel rocket engines. The series “Researches of rocket engines stresses and strength”. — Moscow: Nauka, 2013. — 646 p. [in Russian].
10. **Gadenin M. M.** Assessing the effect of loading on the terms of attaining the ultimate state of stocks and the assignment of the reserves / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 2013. Vol. 79. N 10. P. 65 – 70 [in Russian].
11. **Gadenin M. M.** Damage and life-time research of the structures in conditions of single- and two-frequency loading modes using strain and energy approaches / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 2017. Vol. 83. N 6. P. 44 – 52 [in Russian].
12. The state equations at a low-cycle loading. — Moscow: Nauka, 1981. — 245 p. [in Russian].
13. **Gadenin M. M.** Peculiarities of strains evolution and damages accumulation at two-frequency low-cycle loading and heightened temperatures / Mashinovedenie. 1976. N 1. P. 69 – 77.
14. **Makhutov N., Romanov A., Gadenin M.** High temperature low-cycle fatigue resistance under superimposed stresses at two frequencies / Fatigue of Engineering Materials and Structures. 1979. Vol. 1. N 3. P. 281 – 285.
15. **Gadenin M. M.** Resistance change to low-cycle deformation and fracture for two-frequency process of a loading / Abstracts of the XIII scientific conference “Problems of reliability and durability of structural elements in the engineering and construction industry”. — Sverdlovsk: Sverdlovskii oblastnoi Sovet NTO, 1978. P. 5 – 6 [in Russian].
16. **Gadenin M. M.** Thermal stress and low-cycle fatigue. — Moscow: Mashinostroenie, 1974. — 344 p. [Russian translation].
17. **Gadenin M. M.** Kinetics of strains and damages accumulation as a result of elastoplastic loading cycle form / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 2008. Vol. 74. N 10. P. 61 – 65.

## REFERENCES

1. **Kogaev V. P.** Strength calculations at variable in time stresses. — Moscow: Mashinostroenie, 1993. — 364 p. [in Russian].