

DOI: 10.26896/1028-6861-2019-85-1-I-64-71

# РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОЦЕНКА РОЛИ СООТНОШЕНИЯ ЧАСТОТ В ИЗМЕНЕНИИ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ПРИ ДВУХЧАСТОТНЫХ РЕЖИМАХ ДЕФОРМИРОВАНИЯ<sup>1</sup>

© Михаил Матвеевич Гаденин

Институт машиноведения им. А. А. Благонравова Российской академии наук, Москва, Россия; e-mail: safety@imash.ru

*Статья поступила 7 февраля 2018 г. Поступила после доработки 15 августа 2018 г.  
Принята к публикации 25 ноября 2018 г.*

Форма цикла при двухчастотных режимах нагружения зависит от его параметров, в число которых входят абсолютные значения частот и амплитуд складываемых в процессе такого режима низкочастотных и высокочастотных нагрузок, соотношения их частот и амплитуд, а также сдвиг фаз между этими гармоническими составляющими, причем последний оказывает существенное влияние лишь при малом соотношении частот. Наличие таких двухчастотных режимов или схематизируемых ими эксплуатационных режимов нагружения элементов машин и конструкций может существенным образом снизить их долговечность. На примере результатов экспериментальных исследований изменения долговечности при жестком режиме двухчастотного нагружения образцов циклически стабильной, циклически разупрочняющейся и циклически упрочняющейся сталей показано, что снижение долговечности в этих условиях зависит от соотношения частот и амплитуд действующих низкочастотных малоцикловых и высокочастотных вибрационных напряжений, причем тем в большей степени, чем выше уровень соотношений амплитуд и частот этих складываемых гармонических процессов приложения нагрузки. Показано, что оценка такого снижения долговечности в сравнении с равным по суммарным амплитудам напряжений (деформаций) одночастотным нагружением может быть выполнена с использованием степенного выражения, связывающего эти долговечности через параметр (коэффициент снижения), включающий в себя соотношение частот и амплитуд действующих циклических нагрузок и характеристику материала. Зависимость этого снижения проиллюстрирована семейством расчетно-экспериментальных кривых на соответствующих диаграммах для каждого из исследованных типов материалов. Данные кривые сопоставлены с экспериментально полученными данными.

**Ключевые слова:** двухчастотный режим нагружения; малоцикловая усталость; вибрационные нагрузки; долговечность; напряжения; деформации; конструкционные материалы; соотношение частот и амплитуд напряжений.

## CALCULATION-AND-EXPERIMENTAL ESTIMATION OF THE ROLE OF THE FREQUENCY RATIO IN CHANGING THE ENDURANCE AT TWO-FREQUENCY DEFORMATION MODES

© Mikhail M. Gadenin

Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences, 4, Maly Kharitonievsky Lane, Moscow 101990, Russia, e-mail: safety@imash.ru

*Received February 7, 2018. Revised August 15, 2018. Accepted November 25, 2018.*

The cycle configuration at two-frequency loading regimes depends on the number of parameters including the absolute values of the frequencies and amplitudes of the low-frequency and high-frequency loads added during this mode, the ratio of their frequencies and amplitudes, as well as the phase shift between these harmonic components, the latter having a significant effect only with a small ratio of frequencies. Presence of such two-frequency regimes or service loading conditions for parts of machines and structures schematized by them can significantly reduce their endurance. Using the results of experimental studies of changes in the endurance of a two-frequency loading of specimens of cyclically stable, cyclically softened and cyclically hardened steels under rigid conditions we have shown that decrease in the endurance under the aforementioned conditions depends on the ratio of frequencies and amplitudes of operation low-frequency low-cycle and high-frequency vibration stresses, and, moreover, the higher the level of the ratios of amplitudes and frequencies of those stacked harmonic processes of loading the greater the effect. It is

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (проект № 18-08-00572\_а).

shown that estimation of such a decrease in the endurance compared to a single frequency loading equal in the total stress (strains) amplitudes can be carried out using an exponential expression coupling those endurances through a parameter (reduction factor) containing the ratio of frequencies and amplitudes of operation cyclic loads and characteristic of the material. The reduction is illustrated by a set of calculation-experimental curves on the corresponding diagrams for each of the considered types of materials and compared with the experimental data.

**Keywords:** two-frequency loading regime; low-cycle fatigue; vibration loads; endurance; stresses; strains; structural materials; ratios of frequencies and amplitudes of stresses.

Значительное число деталей, узлов и агрегатов высоконагруженного оборудования в процессе эксплуатации подвергается воздействию циклических нагрузок, изменяющихся по сложным полигармоническим законам, систематизация которых различными методами позволяет разложить и представить их в виде отдельных накладываемых друг на друга гармоник [1 – 7] с соответствующими частотами и амплитудами. При этом в ряде случаев удается выделить два или более основных уровня нагрузки и воспроизвести такие режимы нагружения на двухчастотных испытательных установках [8, 9]. Наиболее характерным в этом случае является двухчастотный режим изменения напряжений, который может быть представлен как сумма двух гармонических процессов:

$$\sigma = \sigma_1 \sin(2\pi f_1 t) + \sigma_2 \sin(2\pi f_2 t + \varphi). \quad (1)$$

В зависимости от соотношения частот  $f_1$  и  $f_2$  соответственно низкочастотных  $\sigma_1$  и наложенных высокочастотных  $\sigma_2$  напряжений двухчастотные режимы нагружения могут быть условно разделены на два типа: а) с малым соотношением частот —  $f_1/f_2 < 10$  (рис. 1, а, б), когда основным фактором, определяющим характер нагружения, является форма цикла действующих на-

пряжений, зависящая от соотношения частот  $f_1/f_2$ , амплитуд  $\sigma_1/\sigma_2$  складываемых гармоник и сдвига фаз  $\varphi$  между ними; б) с большим соотношением частот —  $f_1/f_2 > 10$  при синусоидальных изменениях нагрузки (рис. 1, в), а также с наложением ее высокочастотных пульсаций в процессе всего нагружения (рис. 1, г) или только в течение временных выдержек при трапециoidalной форме цикла (рис. 1, д), когда сдвиг фаз практически не влияет на форму цикла [10].

К последнему типу можно отнести и несколько специфические режимы двухчастотного нагружения (рис. 1, е, ж), в ряде случаев используемые в экспериментальных исследованиях и получаемые при испытаниях на изгиб с вращением, когда напряжения в образце изменяются по закону

$$\sigma = [\sigma_1 + \sigma_2 \sin(2\pi f_2 t)] \sin(2\pi f_1 t). \quad (2)$$

Выполненные исследования показали [10 – 14], что в общем случае при наложении высокочастотной нагрузки на низкочастотную, как правило, имеет место снижение долговечности по сравнению с одночастотным нагружением, интенсивность которого зависит от уровня максимальной действующей нагрузки, соотношения амплитуд и частот, а также типа испытываемого

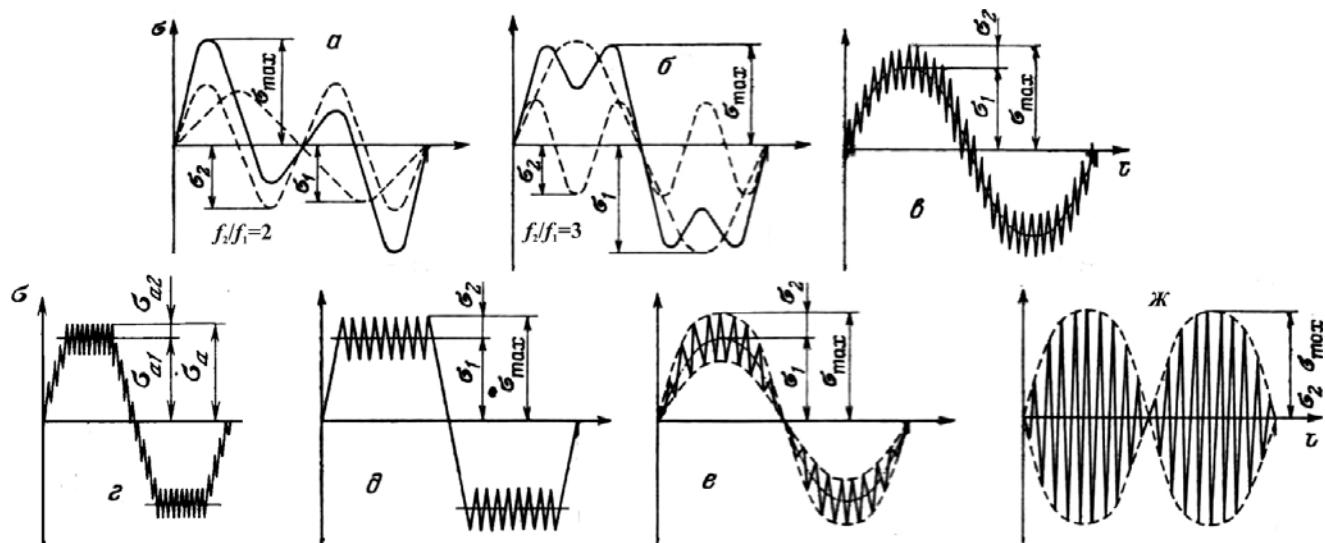


Рис. 1. Типы двухчастотных режимов нагружения

материалами. На уровнях напряжений вблизи предела усталости —  $\sigma_{\max}/\sigma_{-1} \leq 1,5$  и при малых амплитудах ( $\sigma_2 < 0,3\sigma_1$ ) снижение долговечности по числу циклов можно считать эквивалентным увеличению амплитуды низкочастотных напряжений  $\sigma_1$  на величину амплитуды высокочастотных  $\sigma_2$ . С увеличением  $\sigma_{\max} > 1,5\sigma_{-1}$  уменьшение числа циклов до разрушения становится более существенным, и на уровнях напряжений, соответствующих области малоцикловой усталости, достигает 5–10 % от каждого процента амплитуды высокочастотной составляющей в зависимости от ее абсолютного значения [13].

Как отмечено выше, на степень повреждения, вносимого высокочастотной составляющей при двухчастотном нагружении, оказывают влияние как соотношение амплитуд  $\sigma_2/\sigma_1$  действующих напряжений, так и соотношение частот  $f_2/f_1$  между ними. В области малых значений  $f_2/f_1$  изменение этого соотношения в пределах одного порядка не вызывает существенного изменения долговечности, так как доля повреждения от высокочастотной составляющей в этом случае изменяется незначительно. С увеличением  $\sigma_2$ , а также расширением диапазона изменения частот соотношение степеней повреждения от обеих составляющих изменяется, что влечет за собой изменение долговечности. Это необходимо учитывать при выборе частоты для ее исчисления [2–7, 10–15].

## Анализ режимов и параметров эксплуатационного нагружения

Как уже отмечалось в ряде работ [1–3, 5–7], наряду с традиционным представлением циклической нагруженности элементов машин и конструкций синусоидальными или треугольными циклами в ряде случаев с достаточной степенью приближенности ее можно представить в виде полигармонических процессов воздействия циклических нагрузок, которые, в свою очередь, после исключения второстепенных гармоник с малыми амплитудами преобразуются в двухчастотные режимы, характеризуемые наложением на основной процесс циклического изменения напряжений их переменной составляющей более высокой частоты, и могут быть описаны выражениями (1) или (2). Основные типы таких режимов показаны на рис. 1. Указанный характер нагружения свойствен, например, тепловым и энергетическим установкам, когда низкочастотное нагружение соответствует напряжениям, вызываемым пусками и остановами их агрегатов, а высокочастотное нагружение — колебаниям гидродинамического и аэродинамического происхождения. Кроме того, высокочастотные (в относительном смысле) переменные напряжения в этих условиях могут быть следствием периодического изменения мощности установок, а также регулирования рабочего режима последних на заданном уровне.

**Таблица 1.** Эксплуатационные режимы энергетической установки

Режим нагрузления		Количество циклов
<b>Циклы разогрева и расхолаживания</b>		
Плановый разогрев от комнатной температуры до номинальной		100 – 500
Плановое расхолаживание от номинальной температуры до комнатной		100 – 500
<b>Энергетические (эксплуатационные) циклы</b>		
Изменение нагруженности (мощности) от 0 до 100 % со скоростью 5 % в мин		0 – 15 000
Изменение нагруженности от 100 % до 0 со скоростью 5 % в мин		0 – 15 000
Изменение мощности от 50 до 100 % со скоростью 15 % в мин		2000 – 15 000
Изменение мощности от 100 до 50 % со скоростью 15 % в мин		2000 – 15 000
Ступенчатое увеличение мощности на 10 % в области 0 – 100 %		0 – 2000
Ступенчатое уменьшение мощности на 10 % в области 0 – 100 %		0 – 2000
Ступенчатое уменьшение мощности на 50 % в области 50 – 100 %		0 – 200
Колебания давления относительно стационарного состояния на уровне 0,03 – 0,07 МПа, +2,5 °C		Более 300 000
<b>Обеспечение безопасной эксплуатации</b>		
Остановки из-за неполадок в реакторе		200 – 400
Остановки из-за неполадок турбины		0 – 40
Гидростатические испытания		5 – 40
Испытания на герметичность		5 – 300
Функционирование предохранительного клапана		0 – 200
Действие системы расхолаживания		10

Параметры таких двухчастотных режимов, к которым относятся соотношения амплитуд низкочастотных и высокочастотных нагрузок, а также частоты их приложения, зависят от конкретных условий работы установок. В качестве примера в табл. 1 приведены различные виды нагрузок на элементы реактора типа ВВЭР [5].

Вследствие относительного подобия общих механизмов повреждений, исчерпания ресурса, возникновения и развития чрезвычайных ситуаций для различных объектов техносферы предусмотрены соответствующие расчеты для двух стадий — проектирования и эксплуатации (с обеспечением исходной и остаточной прочности, ресурса и безопасности) [2, 3].

Для объектов с общим временем эксплуатации  $\tau$  от  $10^1 - 10^2$  с до  $10^8 - 10^9$  с в качестве основного (ведущего) механизма повреждения можно выделить циклическое со следующими диапазонами чисел циклов нагружения:

$10^0 - 10^1$  — экстремальные циклы (запуск, испытания, аварийные остановы, аварийные ситуации);

$10^2 - 10^3$  — эксплуатационные режимные циклы (выход на режим, регулирование мощности, срабатывание систем защиты);

$10^4 - 10^5$  — эксплуатационные регулировочные циклы (технологические циклы, регулирование);

$10^6 - 10^8$  — эксплуатационные технологические циклы (технологии поддержания режимов вращения роторов, изменения давления);

$10^9 - 10^{12}$  — эксплуатационные вибрационные циклы (вибрация, пульсации температур и давлений).

На рис. 2 показана модельная схема изменения расчетных параметров нагружения элемента высоконагруженного объекта по времени  $\tau$ . К параметрам, в определенные моменты достигающим минимальных и максимальных значений, по которым определяются их размахи и амплитудные значения, относятся:

давление рабочей среды  $p$  ( $p_{\max}, p_a, \Delta p$ );

температура  $t$  ( $t_{\max}, t_{\min}, t_a, \Delta t$ );

номинальные и местные напряжения  $\sigma$  ( $\sigma_{\max}, \sigma_{\min}, \sigma_a$ ) или деформации  $e$  ( $e_{\max}, e_{\min}, e_a$ ).

На приведенной на рис. 2 схеме рассмотренного выше эксплуатационного режима схематически показано возможное изменение базовых параметров на основных стадиях эксплуатации анализируемого объекта: монтаж (М), пуск (П), гидроиспытания (ГИ), стационарные режимы (С), изменение мощности (ИМ), аварийные режимы (А), срабатывание защиты (З), вибрации (В), останов (О).

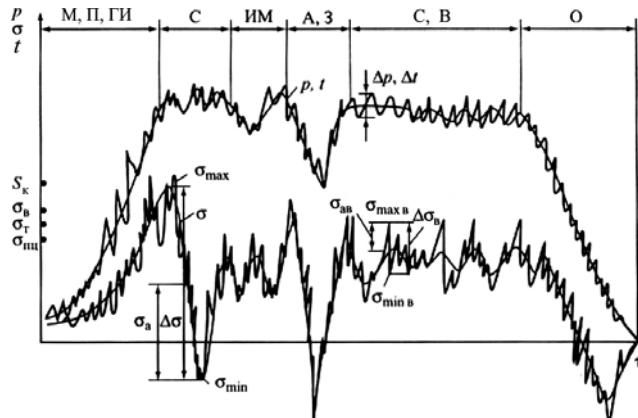


Рис. 2. Диаграмма изменения эксплуатационных параметров нагружения и напряжений

Изменения давления  $\Delta p$ , температур  $\Delta t$  и воздействие вибрационных нагрузок обусловливают наличие высокочастотных амплитуд напряжений  $\sigma_{ab}$ , которые вместе с базовыми нагрузками от основных эксплуатационных режимов создают двухчастотные и многочастотные режимы нагружения с отношениями частот в диапазоне  $f_a/f_{ab} = 10^1 \div 10^5$ .

При оценках исходного циклического ресурса может быть построена диаграмма циклической прочности как по исходным характеристикам механических свойств материала, так и с учетом их изменения в процессе нагружения [2, 5 – 7, 16 – 18]. Эта же диаграмма используется и для оценки накопленных циклических повреждений, как правило, с применением линейного закона суммирования составляющих повреждений, изменяющихся, в свою очередь, нелинейным образом в зависимости от параметров и условий эксплуатации.

Определение долговечности при двухчастотных режимах нагружения может осуществляться различными методами [2, 5 – 7, 11 – 14, 18]. Одним из них является метод оценки составляющих повреждений отдельных компонентов такого режима нагружения (низкочастотной, высокочастотной и статической составляющих) с учетом соотношения частот, амплитуд и переменной асимметрии действующих напряжений [10, 12, 14]. Другой метод — непосредственное проведение двухчастотных испытаний в заданном диапазоне уровней нагрузки с требуемыми параметрами складываемых гармоник и использование соответствующих эмпирических зависимостей для определения снижения долговечности в этих условиях по сравнению с эквивалентным одночастотным нагружением [11, 12, 14, 18].

## Расчетно-экспериментальный анализ влияния частотных параметров двухчастотного режима нагружения на циклическую долговечность

Результаты расчетно-экспериментального анализа изменения долговечности при двухчастотных режимах нагружения в зависимости от соотношения амплитуд базовых низкочастотных и наложенных высокочастотных напряжений применительно к трем различным по циклическим свойствам сталим — низколегированной циклически стабильной котельной стали 22К, циклически разупрочняющейся хромомолибденнованадиевой стали 12Х2МФА и циклически упрочняющейся хромоникелевой нержавеющей стали Х18Н10Т — приведены в [14]. Полученные в испытаниях на статический разрыв при температуре  $t = 300^{\circ}\text{C}$  значения базовых характеристик механических свойств этих материалов, включая пределы упругости  $\sigma_y$ , текучести  $\sigma_{0,2}$ , прочности  $\sigma_b$ , модуль упругости  $E$ , сопротивление отрыву  $S_k$  и относительное поперечное сужение при разрыве  $\Psi_k$ , а также показатели кривой малоцикловой усталости при циклическом нагружении ( $m_p$  и  $m_e$ ) приведены в табл. 2.

На основе результатов проведенных испытаний лабораторных образцов этих материалов при жестком одночастотном (с частотой 1 цикл/мин —  $f_1 = 0,0167$  Гц) и двухчастотном с соотношением частот  $f_2/f_1 = 1500$  ( $f_2 = 25$  Гц) нагружениях показано, что наряду с используемыми в нормативных расчетах [1–3] зависимостями допускаемой долговечности [ $N$ ] от допускаемых значений амплитуд условных упругих напряжений [ $\sigma_a^*$ ] для описания кривой малоцикловой усталости при одночастотном нагружении может быть использовано известное [1, 2, 5–7] выражение Мэнсона с подстановкой в него также полученных в этих экспериментах значений механических свойств материалов:

$$\sigma_a^* = \frac{E^t}{2} \left( \frac{\varepsilon_u}{N} \right)^{m_p} + \frac{E^t}{2} \left( \frac{3,5\sigma_b}{E^t} \right) \left( \frac{1}{N} \right)^{m_e}. \quad (3)$$

Эффект снижения двухчастотной долговечности  $N_2$  по сравнению с эквивалентной по нагруженности одночастотной долговечностью  $N_1$  в этом случае может быть определен по величинам соотношения частот и амплитуд высокочас-

тотной и низкочастотной составляющих процесса нагружения в виде [2, 11, 14]

$$N_1 = N_2 \left( \frac{f_2}{f_1} \right)^{k_N(e_{a2}/e_a)} \quad \text{или} \quad N_1 = N_2 \left( \frac{f_2}{f_1} \right)^{k_N(\sigma_{a2}^*/\sigma_a^*)}, \quad (4)$$

где  $e_{a2}$  и  $\sigma_{a2}^*$ , а также  $e_a$  и  $\sigma_a^*$  — амплитудные значения высокочастотных деформаций и соответствующих им условных упругих напряжений ( $\sigma_{a2}^* = e_{a2}E$ ,  $\sigma_a^* = e_aE$ ,  $E$  — модуль упругости), а также их суммарные (вместе с низкочастотными) величины соответственно. В описанных выше экспериментах получено [14], что при жестком режиме двухчастотного нагружения для двух фиксированных значений амплитуд высокочастотной деформации ( $e_2 = 0,035\%$  и  $e_2 = 0,07\%$ ) с варьируемым соотношением амплитуд высокочастотной и суммарной низкочастотной деформации  $e_{a2}/e_a$  (условных упругих напряжений  $\sigma_{a2}^*/\sigma_a^*$ ) коэффициент снижения долговечности  $k_N$  в выражениях (4) для стали 22К составляет 0,7, для стали 12Х2МФА — 1,2, а для стали Х18Н10Т — 1,9.

Отмечается [14], что выражения (4) удовлетворительно соответствуют экспериментальным данным лишь при относительно малых значениях отношения  $e_{a2}/e_a \approx 0,2 \div 0,3$ . При этом расчетное значение снижения долговечности оказывается завышенным, а при превышении показателем степени в этих выражениях  $k_N(e_{a2}/e_a)$  определенного «критического» значения результаты вычислений могут оказаться противоречащими физическому смыслу процесса циклического деформирования, что ставит вопрос об исчислении долговечности по высокочастотным циклам с учетом их переменной асимметрии, взамен ее определения по низкочастотным циклам. Это обстоятельство требует введения соответствующих ограничений [12, 14] на использование выражений (4).

Вместе с этим представляется необходимым выполнить расчетный анализ характера изменения долговечности в рассматриваемых условиях при варьировании соотношения частотных характеристик двухчастотных режимов нагружения в исследованных диапазонах соотношения частот и амплитуд складываемых гармоник. Такой расчетно-экспериментальный анализ для названных выше конструкционных материалов

**Таблица 2.** Характеристики механических свойств исследуемых материалов

Материал	$\sigma_y$ , МПа	$\sigma_{0,2}$ , МПа	$\sigma_b$ , МПа	$E$ , МПа	$S_k$ , МПа	$\Psi_k$ , %	$m_p$	$m_e$
Сталь 22К	130,0	171,1	444,2	$1,57 \cdot 10^5$	880,9	43,2	0,68	0,14
12Х2МФА	369,8	465,0	556,2	$1,86 \cdot 10^5$	1057,9	54,8	0,72	0,12
Х18Н10Т	96,9	168,6	398,3	$1,83 \cdot 10^5$	455,2	56,6	0,62	0,11

с определенными для них значениями коэффициента  $k_N$  реализован для диапазона долговечностей от  $10^0$  до  $10^6$  циклов и варьирования соотношения частот складываемых циклических нагрузок  $f_2/f_1$  от 150 ( $f_2 = 2,5$  Гц) до 150 000 ( $f_2 = 2500$  Гц) при сохранении обозначенных ранее двух уровней высокочастотной деформации  $e_2 = 0,035$  и 0,07 % (значения  $\sigma_{a2}^*$  определяли по этим амплитудам высокочастотной деформации через соответствующее значение модуля упругости  $E$  для каждой из названных сталей). Полученные в этом случае семейства расчетных кривых для стали марок 22К, 12Х2МФА, X18Н10Т представлены на рис. 3.

Расчетные кривые усталости (см. рис. 3) в соответствии с выражениями (4), перестроенные в диаграммы, характеризующие снижение долговечности в зависимости от соотношения амплитуд циклических высокочастотных и суммарных условных упругих напряжений  $\sigma_{a2}^*/\sigma_a^*$  (или деформаций  $e_{a2}/e_a$ ) по параметру соотношения частот складываемых гармоник в диапазоне  $f_2/f_1$  от 150 до 150 000, представлены на рис. 4. Видно, что увеличение указанного соотношения изменяет двухчастотную долговечность, причем тем в большей степени, чем оно выше.

Более наглядно влияние варьирования соотношения частот  $f_2/f_1$  на изменение долговечности при двухчастотном нагружении можно проанализировать путем представления соответствующих расчетных данных в двойных логарифмических координатах  $f_2/f_1 - N_1/N_2$  по параметру соотношения амплитуд высокочастотной и суммарной амплитуд складываемых гармонических условных упругих напряжений  $\sigma_{a2}^*/\sigma_a^*$  (или деформаций  $e_{a2}/e_a$ ). Соответствующие расчетные зависимости приведены на рис. 5. При этом для образцов каждой из испытанных сталей [14] соответствующие кривые изменения долговечности от величины соотношения частот прикладываемых нагрузок  $f_2/f_1$  построены непосредственно по имевшим место в экспериментах соотношениям амплитуд высокочастотных  $\sigma_{a2}^*$  и суммарных низкочастотных  $\sigma_a^*$  условных упругих напряжений. Точки на рис. 5 — результаты испытаний, показавшие конкретные соотношения долговечностей  $N_1$  и  $N_2$ , полученных при двухчастотном нагружении образцов этих материалов с соотношением частот высокочастотной и низкочастотной нагрузок  $f_2/f_1 = 1500$ . Видно, что эти точки удовлетворительно согласуются с прямыми линиями, построенными расчетно-экспериментальным путем с использованием выражений (4).

Анализ полученных расчетно-экспериментальных данных по определению долговечности при одночастотном и двухчастотном режимах нагружения для оценки влияния амплитудно-час-

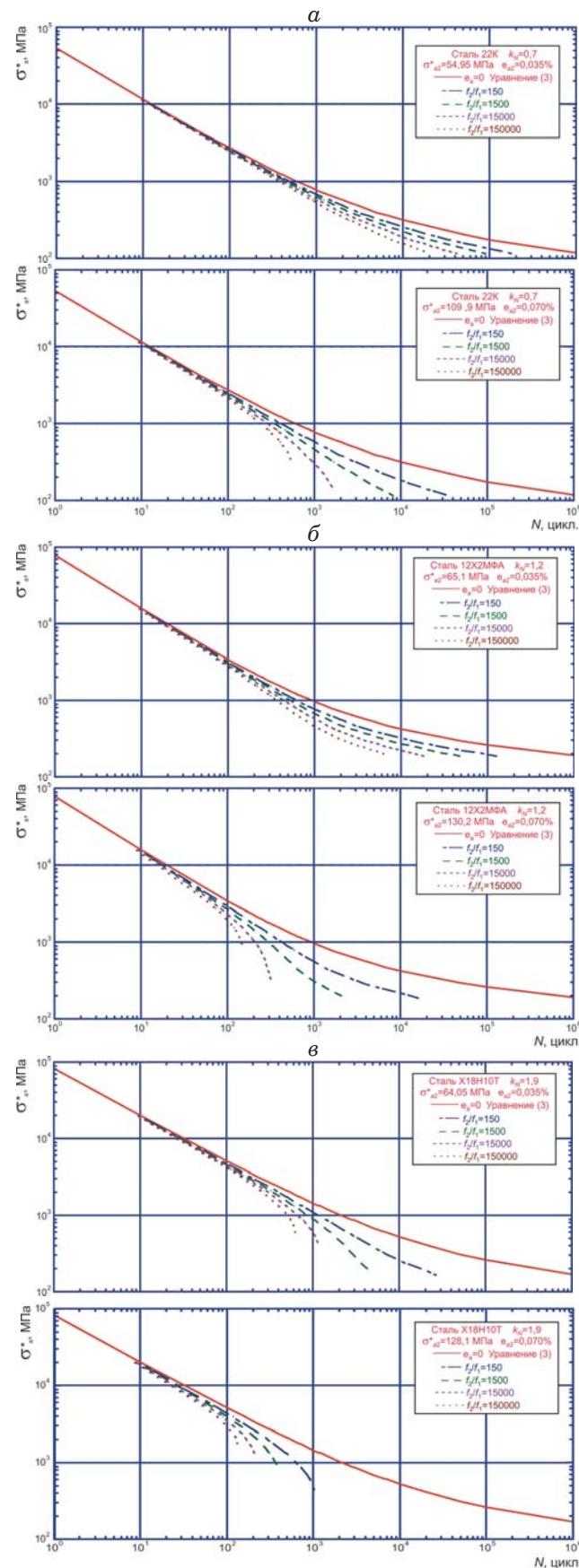
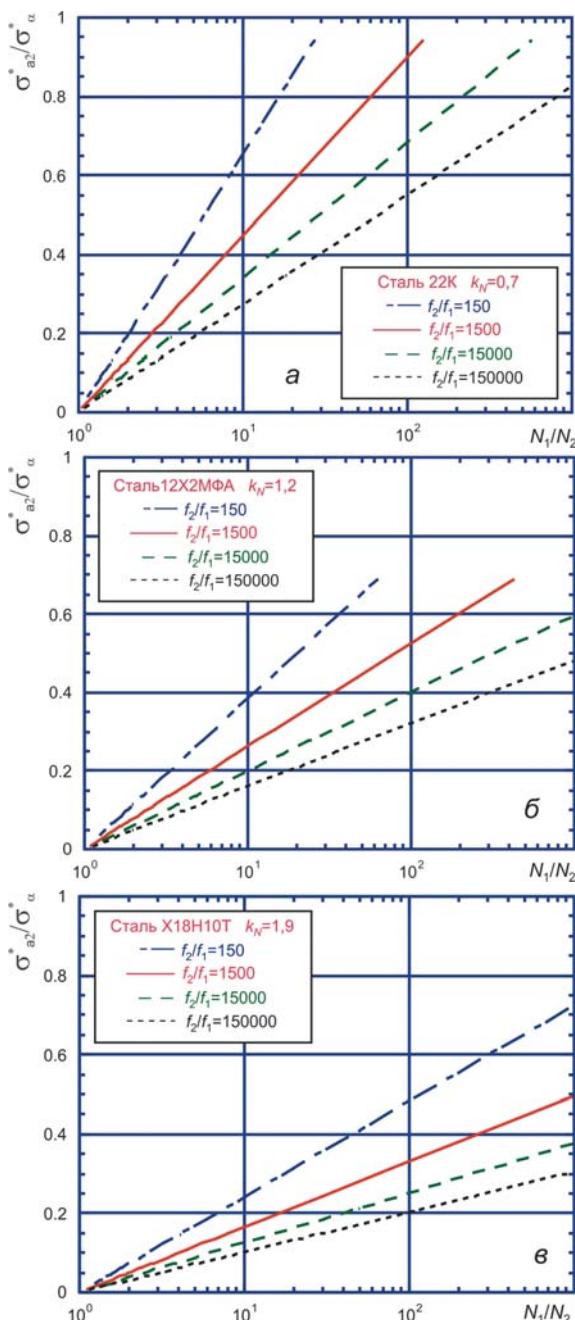
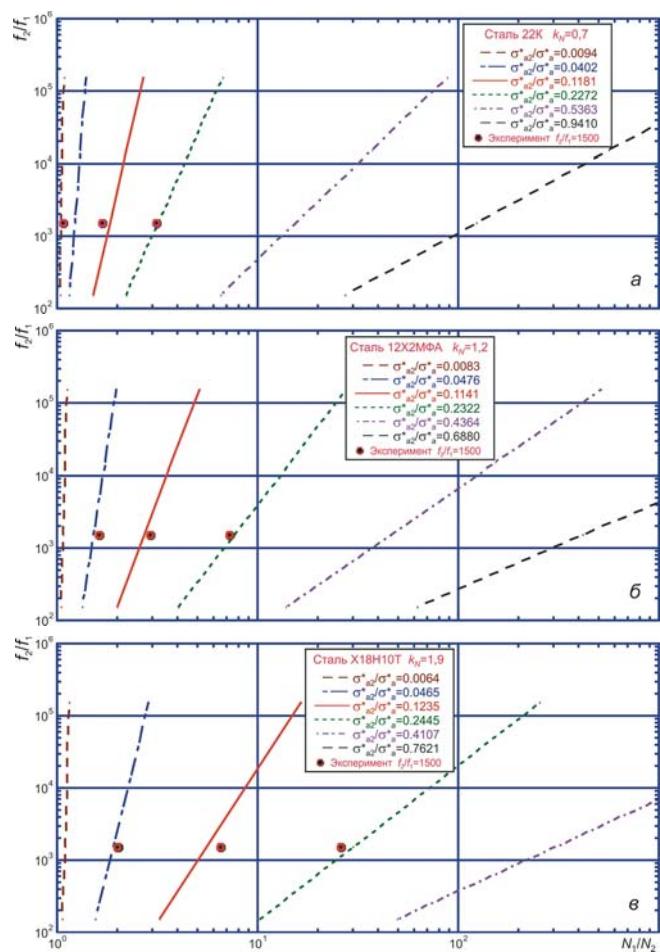


Рис. 3. Семейство расчетных кривых усталости при одночастотном (красная линия) и двухчастотном нагружениях с соотношениями частот складываемых гармоник  $f_2/f_1$  от 150 до 150 000 для стали марок 22К (а), 12Х2МФА (б), X18Н10Т (в)



**Рис. 4.** Расчетные зависимости изменения долговечности при различных соотношениях низкочастотной и высокочастотной амплитуд условных упругих напряжений двухчастотного режима нагружений при соотношении частот  $f_2/f_1$  в диапазоне от 150 до 150 000 для сталей 22К (а), 12Х2МФА (б) и Х18Н10Т (в)

тотных параметров этих режимов на циклическую долговечность показал, что наложение высокочастотной составляющей циклической деформации на основной процесс малоциклового нагружения приводит к снижению циклической долговечности, причем тем в большей степени, чем выше уровень соотношений амплитуд и частот складываемых гармонических процессов приложения нагрузки. Оценка изменения долговечности в этих условиях в первом приближении мо-



**Рис. 5.** Семейства расчетных зависимостей изменения долговечности при различных соотношениях частот  $f_2/f_1$  низкочастотной и высокочастотной амплитуд условных упругих напряжений двухчастотного режима нагружений для сталей 22К (а), 12Х2МФА (б) и Х18Н10Т (в)

жет быть выполнена с использованием степенных выражений типа (4) с учетом определенных ограничений на соотношение частот и амплитуд складываемых напряжений. При этом верификация данного выражения осуществлена варьированием параметра соотношения амплитуд низкочастотного и высокоочастотного нагружений в прямых экспериментальных исследованиях, а параметра соотношения частот — аналитически, сопоставлением расчетных данных с соответствующими им в упомянутых экспериментах.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Когаев В. П., Махутов Н. А., Гусенков А. П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность. — М.: Машиностроение, 1985. — 224 с.
2. Махутов Н. А. Прочность и безопасность: фундаментальные и прикладные исследования. — Новосибирск: Наука, 2008. — 528 с.
3. Безопасность России. Правовые, социально-экономические и научно-технические аспекты. Управление ресурсом эксплуатации высокорисковых объектов. — М.: МГОФ «Знание», 2015. — 600 с.

4. Гаденин М. М. Многопараметрический анализ условий безопасной эксплуатации и защищенности машин и конструкций по критериям прочности, ресурса и живучести / Проблемы безопасности и чрезвычайных ситуаций. 2012. № 6. С. 22 – 36.
5. Прочность и ресурс водо-водяных энергетических реакторов. Серия «Исследования напряжений и прочности ядерных реакторов». — М.: Наука, 1988. — 312 с.
6. Динамика и прочность водо-водяных энергетических реакторов. Серия «Исследования напряжений и прочности ядерных реакторов». — М.: Наука, 2004. — 440 с.
7. Прочность и ресурс ЖРД. Серия «Исследования напряжений и прочности ракетных двигателей». — М.: Наука, 2011. — 525 с.
8. Гаденин М. М., Романов А. Н. Устройство для получения двухчастотного режима нагружения на одночастотных установочных установках / Заводская лаборатория. 1974. Т. 40. № 4. С. 463 – 465.
9. Гаденин М. М. Метод автоматизации циклических испытаний на базе электрогидравлической установки типа УРС 50/50 и измерительно-вычислительного комплекса ИВК-2 / Заводская лаборатория. 1985. Т. 51. № 12. С. 61 – 65.
10. Гаденин М. М. Особенности развития деформаций и накопления повреждений при двухчастотном малоциклическом нагружении и повышенных температурах / Машиноведение. 1976. № 1. С. 69 – 77.
11. Гаденин М. М. Изменение сопротивления малоциклическому деформированию и разрушению в связи с двухчастотностью процесса нагружения / Тезисы докладов XIII научно-технической конференции «Проблемы надежности и долговечности элементов конструкций в машиностроении и стройиндустрии». — Свердловск: Свердловский областной Совет НТО, 1978. С. 5 – 6.
12. Гаденин М. М. Исследование повреждаемости и долговечности при одно- и двухчастотных режимах нагружения на основе деформационных и энергетических подходов / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2017. Т. 83. № 6. С. 44 – 52.
13. Locati L. Colloquium on fatigue. Stockholm 1955. — Berlin – Gottingen – Heidelberg: Springer-Verlag, 1956. S. 160.
14. Гаденин М. М. Исследование влияния соотношения амплитуд деформаций при двухчастотном циклическом нагружении / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2018. Т. 84. № 12. С. 50 – 56.
15. Makhutov N. A., Gadenin M. M. Fatigue Resistance at Variation of Temperature-Time Factors / International Journal of Fracture. 2008. N 1 – 2(150). P. 105 – 127.
16. Безопасность России Правовые, социально-экономические и научно технические аспекты. Фундаментальные исследования проблем техногенной безопасности. — М.: МГОФ «Знание», 2013. — 576 с.
17. Гаденин М. М. Характеристики механических свойств материалов в анализе условий достижения предельных состояний / Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2012. Т. 78. № 2. С. 58 – 63.
18. Махутов Н. А., Гаденин М. М. Оценка ресурса при сочетании экстремальных малоциклических и вибрационных воздействий / Труды четвертой Всероссийской научно-технической конференции «Динамика и прочность конструкций аэрогидроупругих систем. Численные методы». Москва, 14 – 15 ноября 2017 г. — М.: Институт машиноведения им. А. А. Благонравова РАН, 2017. С. 40 – 41.
2. Makhutov N. A. Strength and safety: fundamental and applied researches. — Novosibirsk: Nauka, 2008. — 528 p. [in Russian].
3. Safety of Russia. Legal, social-economic and scientifically-engineering aspects. Management of service resource for highly risks objects. — Moscow: MGOF “Znanie”, 2013. — 576 p. [in Russian].
4. Gadenin M. M. The multiple parameter analysis of safe service conditions and protectability of machines and structures by criteria of strength, resource and survivability / Probl. Bezopasn. Chrezvych. Situats. 2012. N 6. P. 22 – 36 [in Russian].
5. Strength and resource of water-moderated power reactors. The series “Researches of stresses and strength of nuclear reactors”. — Moscow: Nauka, 1988. — 312 p. [in Russian].
6. Dynamics and strength of water-moderated power reactors. The series “Researches of stresses and strength of nuclear reactors”. — Moscow: Nauka, 2004. — 440 p. [in Russian].
7. Strength and resource of liquid-fuel rocket engines. The series “Researches of rocket engines stresses and strength”. — Moscow: Nauka, 2011. — 525 p. [in Russian].
8. Gadenin M. M., Romanov A. N. The arrangement for reproduction of a two-frequency loading mode on monofrequent fatigue test machines / Zavod. Lab. 1974. Vol. 40. N 4. P. 463 – 465 [in Russian].
9. Gadenin M. M. The method of cyclic tests automation on basis of URS 50/50 electrohydraulic test machine and IVK-2 measuring-computer complex / Zavod. Lab. 1985. Vol. 51. N 12. P. 61 – 65 [in Russian].
10. Gadenin M. M. Peculiarities of strains evolution and damages accumulation at two-frequency low-cycle loading and heightened temperatures / Mashinovedenie. 1976. N 1. P. 69 – 77 [in Russian].
11. Gadenin M. M. Resistance change to low-cycle deformation and fracture for two-frequency process of a loading / Abstracts of the XIII scientific conference “Problems of reliability and durability of structural elements in the engineering and construction industry”. — Sverdlovsk: Sverdlovskii oblastnoi Sovet NTO, 1978. P. 5 – 6 [in Russian].
12. Gadenin M. M. Damage and life-time research of the structures in conditions of single- and two-frequency loading modes using strain and energy approaches / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 2017. Vol. 83. N 6. P. 44 – 52 [in Russian].
13. Locati L. Colloquium on fatigue. Stockholm 1955. — Berlin – Gottingen – Heidelberg: Springer-Verlag, 1956. S. 160.
14. Gadenin M. M. Study of the effect of strain amplitude ratio at two-frequency cyclic loading / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 2018. Vol. 84. N 12. P. 50 – 56 [in Russian].
15. Makhutov N. A., Gadenin M. M. Fatigue Resistance at Variation of Temperature-Time Factors / International Journal of Fracture. 2008. N 1 – 2(150). P. 105 – 127.
16. Safety of Russia. Legal, social-economic and scientifically-engineering aspects. Fundamental researches of engineering safety problems. — Moscow: MGOF “Znanie”, 2013. — 576 p. [in Russian].
17. Gadenin M. M. Characteristics of mechanical properties of materials in studies of conditions of attainment of marginal states / Zavod. Lab. Diagn. Mater. 2012. Vol. 78. N 2. P. 58 – 63 [in Russian].
18. Makhutov N. A., Gadenin M. M. Resource estimation at combination of extreme low-cycle and vibrating impacts / Proc. of the 4<sup>th</sup> All-Russia Sci. and Techn. Conf. «Dynamics and strength of structures of air- and hydroelastic systems. Numerical methods». Moscow, November 14 – 15, 2017. — Moscow: Institut mashinovedeniya im. A. A. Blagonravova RAN, 2017. P. 40 – 41 [in Russian].

## REFERENCES

1. Kogaev V. P., Makhutov N. A., Gusenkov A. P. Calculations of machines and structures parts on strength and life-time. — Moscow: Mashinostroenie, 1985. — 224 p. [in Russian].