

КОМПЛЕКСНАЯ ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ВЫСОКОКРЕМНЕЗЕМИСТОГО СЫРЬЯ

© А. Ф. Дресвянников, И. Д. Сорокина, И. И. Шагиев¹

Статья поступила 23 июня 2017 г.

Рассмотрены основные аспекты эффективности экспрессного определения показателей качества песка. Проанализированы методы оценки единичных показателей качества высококремнеземистого сырья, рассмотрены базовые подходы при определении значимости единичных показателей качества. Выявлены значимые показатели качества кварцевого песка для производства изделий из стекла, а также создана геометрическая модель комплексного показателя качества кварцевого песка.

Ключевые слова: оценка качества; комплексный показатель качества; высококремнеземистое сырье; кварцевый песок; стекольная промышленность; геометрическая модель.

Одним из критериев конкурентоспособности изделий из стекла являются физико-химические свойства [1] и внешний вид, во многом определяемый цветом стекла. При производстве стеклянных материалов и изделий преимущественно используют высококремнеземистое сырье, в той или иной степени загрязненное окрашивающими примесями — соединениями железа, марганца, хрома, алюминия и др.

В зависимости от способа получения высококремнеземистое сырье подразделяют на два вида:

природное, которое добывают из естественных мест залегания: различают речной (наиболее качественный и чистый песок, содержащий наименьшее количество примесей), горный и погребной виды природного кварцевого песка;

искусственное, которое получают путем специального дробления с помощью грохотов и просеивания через сита с разными размерами ячейки. В результате получается несколько категорий или фракций кварцевого песка, различающихся размером зерна: кварцевая пыль имеет размер частиц до 0,1 мм; песок — от 0,1 до 0,4 мм; крупный песок — до 1 мм; кварцевая крошка — более 1 мм [2].

Кремнезем SiO_2 является главной составной частью тарных стекол. Для введения SiO_2 в стекло преимущественно используют кварцевые пески.

Общепринятая классификация песка по размерам зерен и обломков отсутствует. Обычно к песчаным относят зерна размером от 0,05 до 2 мм. По преобладающему размеру зерен пески подразделяют на тонкозернистые 0,05 – 0,10 мм, мелкозернистые 0,10 – 0,25 мм, среднезернистые 0,25 – 0,50 мм, крупнозернистые 0,50 – 1,00 мм и грубозернистые 1,00 – 2,00 мм.

Наилучшими являются пески с зернами размером 0,15 – 0,30 мм, которые не должны содержать более

5 % зерен крупнее 0,50 мм и более 8 % — мельче 0,10 мм (пыли). Крупные зерна (диаметром 0,80 – 2,00 мм) провариваются медленно или совсем не провариваются, что часто является причиной образования в стекле такого порока, как материальный камень.

Мелкие зерна провариваются быстро, поэтому для стекловарения целесообразно применять мелкозернистые пески при условии их однородности. Использование неоднородных мелкозернистых песков также приводит к образованию камня в стекле [3].

При соответствии требованиям по гранулометрическому и химическому составу кварцевые пески можно использовать в стекольной промышленности в природном виде. Основная часть окрашивающих оксидов связана с тяжелой фракцией песка и удаляется при обогащении.

Наилучшими для стекольной промышленности являются пески, удовлетворяющие следующим основным требованиям [4]:

Содержание:

SiO_2	Не менее 95,20 – 99,80 %
Fe_2O_3	Не более 0,01 – 0,25 %
Al_2O_3	Не более 0,10 – 4,00 %
прочих соединений	Не нормируется
примесей	Не допускается
влаги	
в обогащенных песках	Не более 0,50 %
в небогатых песках	7,00 %
пылеватых или глинистых частиц	
зерен диаметром <0,1 мм	5,00 – 15,00 %
зерен диаметром >0,1 мм	0,50 – 5,00 %

Однако на практике возникают проблемы, связанные с оценкой качества сырья, получаемого и перерабатываемого на местах относительно новых месторождений. Необходимо выбрать образцы для разных отраслей промышленности с учетом всего набора показателей качества, учитываемых в соответствии с ис-

¹ Казанский национальный исследовательский технологический университет, г. Казань, Россия; e-mail: sd_irena@mail.ru, a.dresvyannikov@mail.ru

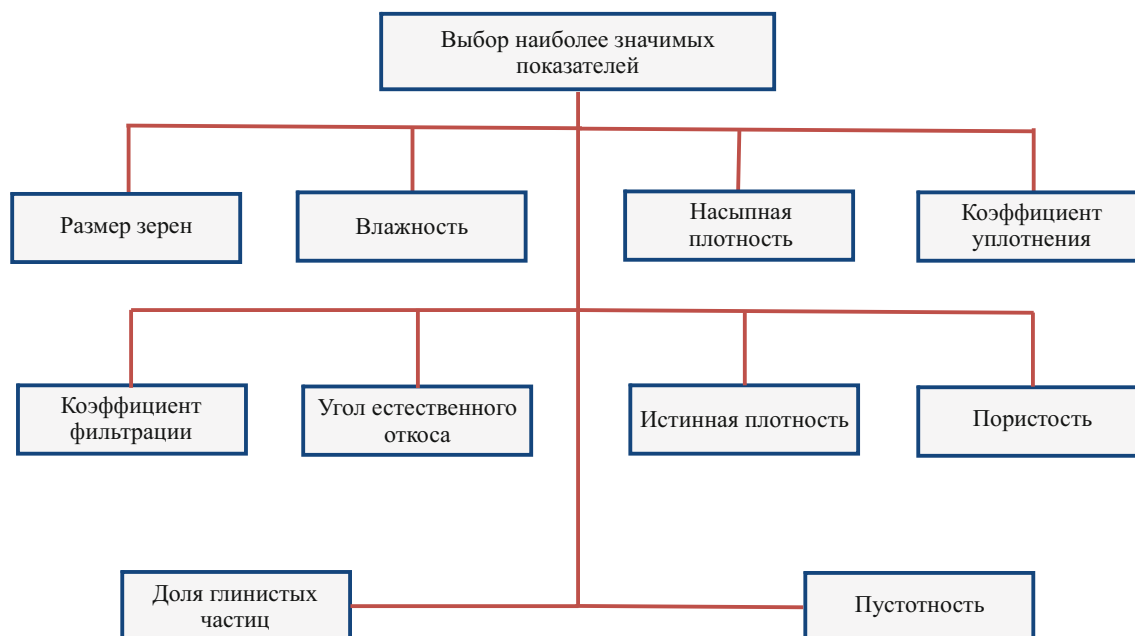


Рис. 1. Иерархия проблемы выбора

пользуемыми технологическими регламентами и другими нормативными документами.

Для характеристики любой продукции, подлежащей квалифицированию, по возможности используют показатели качества, которые освобождены от влияния субъективной оценки. Показатели качества определяют согласно методикам, приведенным в соответствующих стандартах и нормативных документах [5]. В этом случае большое значение имеют результаты измерений с учетом метрологической оценки. Однако использование большого числа единичных показателей качества подчас затрудняет процедуру выбора наиболее подходящего объекта.

Как правило, на месторождениях песка лабораторные испытания проводят регулярно. Существенным недостатком подхода, основанного на сопоставлении единичных показателей качества, является длительность процедуры выбора необходимого сырья. Потребителю в процессе закупки нужно быстро выбрать образцы продукции с учетом соответствия ее характеристик предъявляемым требованиям. В этой связи возникает задача выработки обобщающих критериев уровня качества, позволяющих осуществлять выбор сырья в течение непродолжительного времени.

Для этого целесообразно использовать геометрическую модель оценки качества, которая учитывает наиболее значимые единичные показатели качества высококремнеземистого сырья для стекольной промышленности. Данная модель наглядна, удобна в построении, достаточно объективна и позволяет учесть значительное число единичных показателей [6].

В качестве объектов исследования выбраны образцы высококремнеземистого сырья Ташлинского месторождения песка, расположенного в Сенгилеевском районе Ульяновской области и входящего в пятерку

крупнейших месторождений мира. Основным профилем его деятельности являются добыча, обогащение и сбыт природных и обогащенных кварцевых песков. Уникальный по своему природному составу песок соответствует требованиям ГОСТ 22551–77.

Для оценки единичных показателей качества песка используют методы, регламентируемые государственными стандартами: определение гранулометрического состава [7]; доли глинистых частиц [8]; истинной плотности; насыпной плотности; пустотности; влажности; химического состава; угла естественного откоса [9]; коэффициента фильтрации [10].

Как показывает практика, не все показатели имеют первостепенную значимость при выборе материала. В этой связи возникает необходимость отбора (стратификации) показателей качества песка для получения стекла заданного уровня качества. Наиболее часто для таких целей используют методы анализа иерархий (МАИ) и факторного анализа.

Наиболее рациональной методикой при выборе особо значимых переменных является МАИ, предложенный Т. Саати [11, 12]. Преимуществом МАИ перед большинством существующих методов являются четкое выражение суждений экспертов и лиц, принимающих решение, а также ясное представление структуры проблемы — элементов и их взаимосвязей. Метод анализа иерархий опирается на достаточно простые элементы, которые оценивают в шкале МАИ в виде суждений экспертов. Далее на основании обработки экспертных оценок определяют относительную степень их взаимного влияния в иерархии.

МАИ основан на том, что любая проблема может быть структурирована в виде иерархии элементов (рис. 1), составляющих ее суть. Общая цель проблемы (выбор наиболее значимых показателей) является выс-

шим уровнем иерархии. За высшим уровнем следует уровень наиболее важных критериев. Согласно МАИ элементы сравнивают попарно по их силе влияния на общий критерий. Для попарного сравнения факторов Т. Саати предложил специальную оценочную шкалу, состоящую из пяти основных и четырех промежуточных суждений, где суждения экспертов представлены в виде таблицы (табл. 1). Далее вычисляют вектор приоритетов и собственное значение матрицы (табл. 2).

Вектор приоритетов определяют следующим образом: суммируют элементы каждой строки и нормализуют делением каждой суммы на сумму всех элементов; сумма полученных результатов должна быть равна единице.

После определения вектора приоритетов находят оценки согласованности мнений экспертов. При этом определяют главное значение матрицы — λ_{\max} . В данном случае суммируют произведения вектора приоритетов и суммы элементов каждого столбца (см. табл. 2):

$$\lambda_{\max} = (58 \cdot 0,25) + (39,33 \cdot 0,17) + (42,67 \cdot 0,18) +$$

$$+ (20,51 \cdot 0,09) + (24,95 \cdot 0,11) + (18,21 \cdot 0,08) + \\ + (16,09 \cdot 0,07) + (7,58 \cdot 0,03) + (5,63 \cdot 0,02) + \\ + (3,76 \cdot 0,02) = 36,35.$$

Затем рассчитывают индекс согласованности по формуле

$$ИС = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}, \quad (1)$$

где n — порядок матрицы:

$$ИС = \frac{36,35 - 10}{10 - 1} = 2,92.$$

Для проверки согласованности при составлении матриц приоритетов рассчитывают отношение:

$$ОС = \frac{ИС}{СИ} \leq 0,2, \quad (2)$$

значение случайного индекса СИ берут из табл. 3:

$$ОС = 2,92/1,49 = 1,96 \leq 0,2.$$

Таблица 1. Шкала отношений для матрицы парных сравнений [11, 12]

Степень важности	Определение	Объяснение
1	Одинаковая значимость	Два действия вносят одинаковый вклад в достижение цели
3	Некоторое преобладание значимости одного действия перед другим (слабая значимость)	Опыт и суждение отдают незначительное предпочтение одному действию перед другим
5	Существенная или сильная значимость	Опыт и суждение отдают значительное предпочтение одному действию перед другим
7	Очень сильная или очевидная значимость	Предпочтение одного действия перед другим весьма значительно. Его превосходство практически явно
9	Абсолютная значимость	Одно действие в высшей степени предпочтительно
2, 4, 6, 8	Промежуточные значения между соседними значениями шкалы	Ситуация, когда необходимо компромиссное решение
Обратные величины	Если действию i при сравнении с действием j приписывается одно из приведенных выше чисел, то действию j при сравнении с i приписывается обратное значение	Обоснованное предположение

Таблица 2. Матрица влияния фактора на цель

	Размер зерен	Доля глинистых веществ	Влажность	Пористость	Насыпная плотность	Коэффициент уплотнения	Коэффициент фильтрации	Угол естественного откоса	Истинная плотность	Пустотность
Размер зерен	1	1/3	1/3	1/9	1/7	1/5	1/9	1/5	1/7	1/9
Доля глинистых веществ	3	1	1/3	1/5	1/3	1/5	1/9	1/5	1/5	1/3
Влажность	3	3	1	1/5	1/7	1/9	1	1/7	1/7	1/5
Пористость	9	5	5	1	1/3	1/5	1/3	1/2	1/3	1/3
Насыпная плотность	7	3	7	3	1	1/2	1/3	1/5	1	1/9
Коэффициент уплотнения	5	5	9	5	5	1	1/5	1/3	1/5	1/3
Коэффициент фильтрации	9	9	1	3	3	5	1	1	1/9	1/3
Угол естественного откоса	5	5	7	2	5	3	1	1	1/2	1/2
Истинная плотность	7	5	7	3	1	5	9	2	1	1/2
Пустотность	9	3	5	3	9	3	3	2	2	1
Сумма	58,00	39,33	42,67	20,51	24,95	18,21	16,09	7,58	5,63	3,76
Вектор	0,25	0,17	0,18	0,09	0,11	0,08	0,07	0,03	0,02	0,02

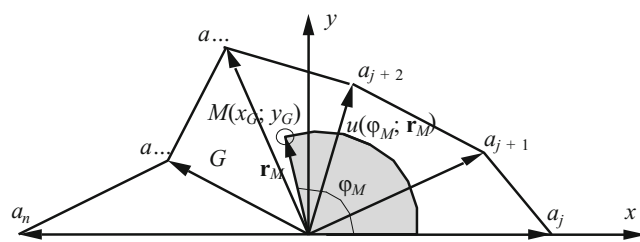
Таблица 3. Значения случайного индекса по уровням иерархии [6, 11, 12]

Порядок таблицы	Случайный индекс (СИ)	Порядок таблицы	Случайный индекс (СИ)
1	0	9	1,45
2	0	10	1,49
3	0,58	11	1,51
4	0,90	12	1,48
5	1,12	13	1,56
6	1,24	14	1,57
7	1,32	15	1,59
8	1,41		

При большом количестве данных отношение согласованности рекомендуется принимать в пределах 20 %. Полученное в рассматриваемом случае значение меньше, что свидетельствует об эффективной работе экспертов.

Анализ полученных данных показывает наибольший вектор приоритетов показателя «размер зерна» (25 %). Далее в порядке убывания следуют: влажность (18 %), доля глинистых частиц (17 %), насыпная плотность (11 %), пористость (9 %), коэффициент уплотнения (8 %), коэффициент фильтрации (7 %), угол естественного откоса (3 %), истинная плотность (2 %) и пустотность (2 %).

В методе анализа иерархии использовали только технологические характеристики песка. Поэтому далее, кроме них, учитывали также показатели химиче-

**Рис. 2.** Модель комплексного показателя качества

ского состава — массовую долю Fe_2O_3 , SiO_2 , Al_2O_3 (табл. 4).

В конечном итоге выявили целесообразность учета следующих показателей качества песка при комплексной оценке: размер зерна; доля глинистых частиц; массовая доля Fe_2O_3 , SiO_2 , Al_2O_3 ; насыпная плотность; влажность (табл. 5).

Таким образом, рассмотрение выбранных единичных показателей качества (размер зерен, влажность, содержание железа, кремния, алюминия) позволяет получить максимум необходимой информации для оценки качества песка для стекольной промышленности.

Методика комплексной оценки качества состоит в построении геометрической модели и нахождении комплексного показателя (рис. 2). Для этого используют наиболее значимые единичные показатели качества песка.

Таблица 4. Количественные характеристики показателей качества песка

Образцы песка	Размер зерен, мм	Доля глинистых частиц, %	Содержание, % масс.			Насыпная плотность, кг/м ³	Влажность, %
			Fe_2O_3	SiO_2	Al_2O_3		
1	0,3	0,400	0,050	98,700	0,060	1420	0,5
2	0,3	0,400	0,050	99,300	0,060	1480	0,5
3	0,3	0,600	0,043	99,030	0,060	1396	0,5
4	0,3	0,400	0,070	98,600	0,054	1475	0,6
5	0,3	0,500	0,100	98,500	0,070	1380	0,5
6	0,5	0,500	0,140	99,400	0,084	1320	0,6
7	0,2	0,300	0,040	99,700	0,064	1410	0,5
8	0,3	0,400	0,052	99,100	0,120	1445	0,5
9	0,3	0,500	0,070	98,500	0,060	1384	0,5
10	0,5	0,500	0,035	99,500	0,090	1456	0,5

Таблица 5. Значимые показатели качества песка

Образцы песка	Размер зерен, мм	$w_{\text{Fe}_2\text{O}_3}$, %	w_{SiO_2} , %	$w_{\text{Al}_2\text{O}_3}$, %	Влажность, %
1	0,3	0,050	98,700	0,060	0,500
2	0,3	0,050	99,300	0,060	0,500
3	0,3	0,043	99,030	0,060	0,500
4	0,3	0,070	98,600	0,064	0,600
5	0,3	0,100	98,500	0,070	0,500
6	0,5	0,140	99,400	0,084	0,600
7	0,2	0,040	99,700	0,064	0,500
8	0,3	0,052	99,100	0,120	0,500
9	0,3	0,070	98,500	0,060	0,500
10	0,2	0,035	99,500	0,090	0,500

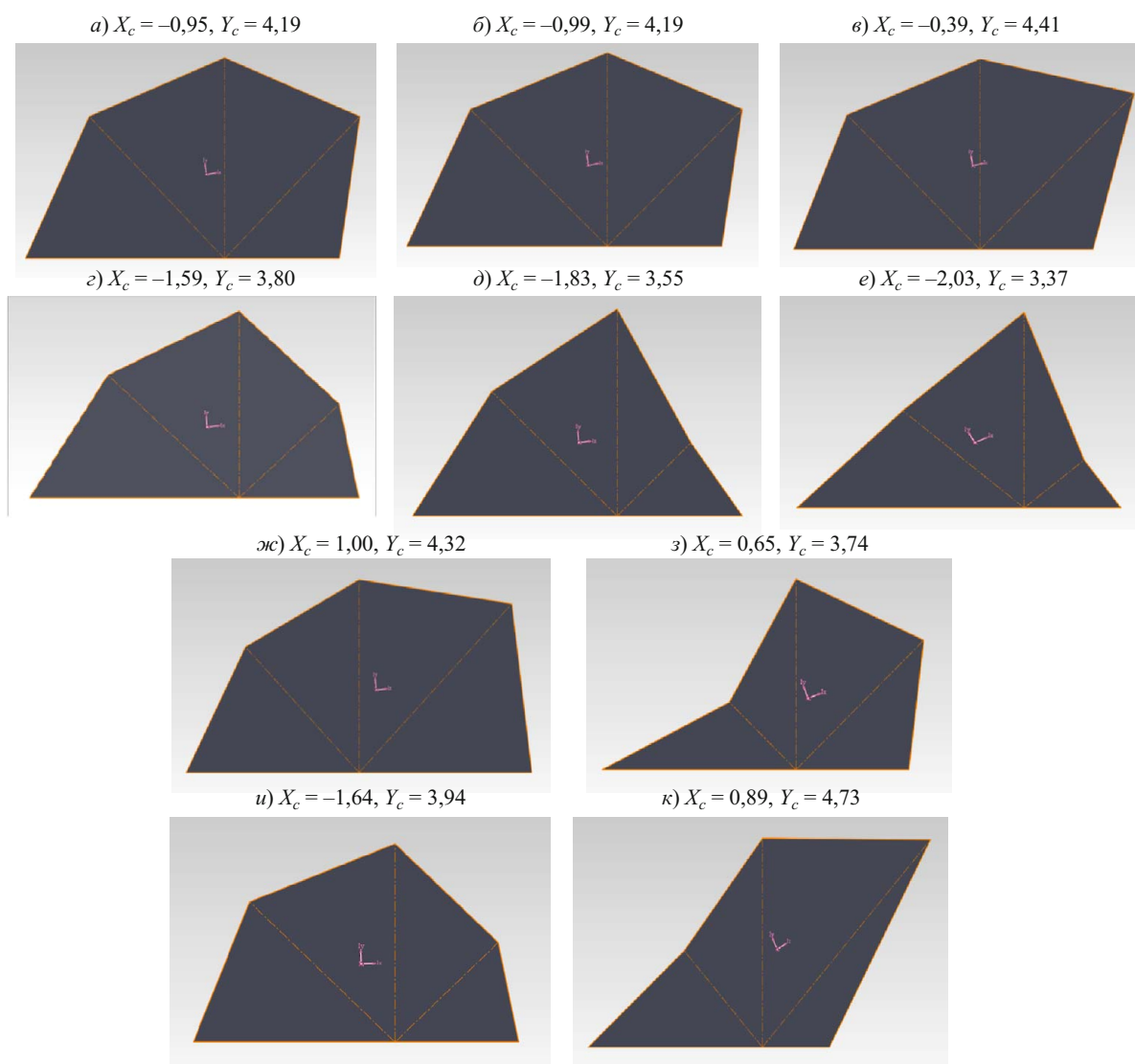


Рис. 3. Графические отображения комплексного показателя качества, построенные с помощью геометрической модели

Для графического отображения комплексного показателя качества применили программу SolidWorks 11.

Методика заключается в следующем [15, 16].

1. Переводим значения параметров в безразмерный вид по формулам:

$$q_j = P_j/P_{j0}, \quad (3)$$

$$q_j = P_{j0}/P_j, \quad (4)$$

где P_j — числовое значение j -го показателя качества оцениваемой продукции; P_{j0} — числовое значение j -го показателя качества базового образца.

Формулу (3) используют, если увеличению абсолютного значения показателя качества соответствует улучшение качества сырья. По формуле (4) относительный показатель качества определяют в случае увеличения абсолютного значения показателя, соответствующего ухудшению качества сырья (табл. 6).

2. От начала декартовой системы координат против часовой стрелки в порядке возрастания зна-

чимости соответствующих свойств строим вектора длиной q_j .

3. Соединяем концы векторов a_j ($j = 1, 2, \dots, n$), получая n -угольник G .

4. Определяем центр тяжести M ($X_c; Y_c$) многоугольника G .

5. Проводим вектор \mathbf{r}_M , направленный из начала координат к центру тяжести M ($X_c; Y_c$). Отмечаем угол φ_M , образованный вектором \mathbf{r}_M при вращении против часовой стрелки. Полученные значения длины вектора и угла подставляем в формулу (7).

6. Находим координаты центра тяжести с помощью программного продукта SolidWorks и рассчитываем \mathbf{r}_φ и φ_M по формулам:

$$r_c = \sqrt{x_c^2 + y_c^2}, \quad (5)$$

$$\varphi_c = \arccos \frac{x_c}{\sqrt{x_c^2 + y_c^2}}, \quad (6)$$

Таблица 6. Показатели качества песка в безразмерной форме

Образцы песка	Размер зерен	Химический состав			Влажность
		Fe ₂ O ₃	SiO ₂	Al ₂ O ₃	
1	0,6	1,00	1,00	1,00	1,00
2	0,6	1,00	1,00	1,00	1,00
3	0,6	1,16	1,00	1,00	1,00
4	0,6	0,71	1,00	9,30	0,83
5	0,6	0,50	1,00	0,85	1,00
6	0,4	0,35	1,01	0,71	0,83
7	1,0	1,25	1,01	0,93	1,00
8	0,6	0,96	1,00	0,50	1,00
9	0,6	0,71	1,00	1,00	1,00
10	0,4	1,42	1,01	0,66	1,00

7. Рассчитываем комплексный показатель качества — площадь сектора U , образованного векторами r_m и углом φ_m :

$$K_s = u(r_c, \varphi_c) = \frac{1}{2} r_c^2 \varphi_c. \quad (7)$$

Полученные графические изображения представлены на рис. 3.

Полученные комплексные показатели качества для различных образцов песка сравниваем между собой.

Результаты комплексной оценки качества на базе пяти единичных показателей приведены на рис. 4.

В результате расчетов определили максимальное значение комплексного показателя качества песка — 20,35. При сопоставлении единичных показателей качества выбранного образца песка с требованиями ГОСТ 22551–77 выяснили, что он может быть отнесен к марке ООВС-015-1.

Рассмотрев характеристики исследуемого образца, можно отметить следующее:

показатель размера зерна песка меньше, чем у прочих исследованных образцов, что ускоряет процесс растворения частиц;

минимальное по сравнению с другими образцами содержание Fe₂O₃, придающего стеклу зеленовато-синий оттенок (при большем содержании оксида железа (III) снижается светопрозрачность);

содержание Al₂O₃ чуть выше, чем у прочих исследованных образцов, что в перспективе обеспечит повышение химической стойкости и механической прочности стекла и уменьшит его склонность к кристаллизации.

Таким образом, предложены подход к оценке уровня качества песка с использованием геометрической модели и алгоритм расчета комплексного показателя качества высококремнеземистого сырья. С помощью описанного подхода определены комплексные показатели качества образцов песка и выбран образец,

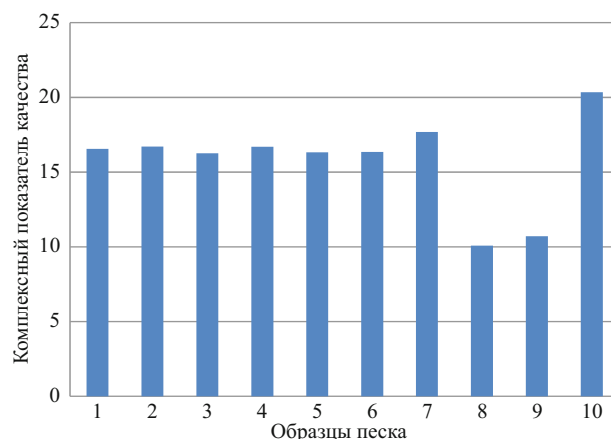


Рис. 4. Результаты оценки уровня качества образцов песка с использованием геометрической модели

удовлетворяющий требованиям, предъявляемым стекольной промышленностью к высококремнеземистому сырью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дзюзер В. Я. Анализ гранулометрического состава кварцевого песка / Стекло и керамика. 2015. № 5. С. 29 – 32.
2. Сагарунян С. А., Арустамян А. Г., Саркисян А. М. и др. Исследование процессов переработки кварцитов в кварцевый песок / Химический журнал Армении. 2007. Т. 60. № 3. С. 457 – 463.
3. Рычагов Г. И. Практикум по курсу «Геоморфология с основами геологии». — М.: Изд-во МГУ, 2002. — 148 с.
4. ГОСТ 22551–77. Песок кварцевый, молотые песчанник, кварцит и жильный кварц для стекольной промышленности. Технические условия. — М.: Изд-во стандартов, 1979. — 16 с.
5. Федюкин В. К. Квалиметрия. Измерение качества промышленной продукции: учебное пособие. — М.: КНОРУС, 2015. — 316 с.
6. Чекмарев А. Н. Квалиметрия и управление качеством. Ч. 1. Квалиметрия: учебное пособие. — Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2010. — 172 с.
7. ГОСТ 12536–79. Грунты. Методы лабораторного определения гранулометрического (зернового) и микроагрегатного состава. — М.: Изд-во стандартов, 1979. — 12 с.
8. ГОСТ 29234.1–91. Пески формовочные. Методы определения глинистых частиц. — М.: Изд-во стандартов, 1992. — 5 с.
9. ГОСТ 8735–88. Песок для строительных работ. Методы испытаний. — М.: Стандартинформ, 2006. — 24 с.
10. ГОСТ 25584–90. Грунты. Методы лабораторного определения коэффициента фильтрации. — М.: Стандартинформ, 2008. — 16 с.
11. Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование / Пер. с англ. Р. Г. Вачнадзе, под ред. И. А. Ушакова. — М.: Радио и связь, 1991. — 224 с.
12. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Пер. с англ. Р. Г. Вачнадзе. — М.: Радио и связь, 1993. — 278 с.
13. Kaiser H. F. The application of electronic computers to factor analysis / Educational and Psychological Measurement. 1960. N 20. P. 141 – 151.
14. Cattell R. B. The scree test for the number of factors / Multivariate Behavioral Research. 1966. N 1. P. 245 – 276.
15. Сорокина И. Д., Дресвянников А. Ф., Камалиева А. Р. Комплексная оценка уровня качества коагулянтов для очистки воды с использованием геометрической модели / Вода: химия и экология. 2014. № 2. С. 78 – 84.
16. Камалиева А. Р., Сорокина И. Д., Дресвянников А. Ф. Комплексная оценка уровня качества коагулянтов для очистки промышленных сточных вод посредством геометрической модели / Вода: химия и экология. 2016. № 5. С. 52 – 61.

UDC 519.23:519.25:666.122.2

COMPREHENSIVE ASSESSMENT OF THE QUALITY OF HIGH-SILICA RAW MATERIAL

© A. F. Dresvyannikov, I. D. Sorokina, and I. I. Shagiev

Submitted June 23, 2017.

The main aspects of the efficiency of rapid determination of the sand quality indicators are discussed along with analysis of the methods used for assessing individual quality indicators of highly-silicate raw materials. Basic approaches to determination of the significance of individual quality indicators are considered and quality indicators of the quartz sand significant for the glass ware production are revealed. A geometric model of the integrated index of the quartz sand quality is developed.

Keywords: quality assessment; integrated quality index; high-silica raw material; quartz sand; glass industry; geometric model.

REFERENCES

1. **Dzyuzer V. Ya.** Analysis of the granulometric composition of quartz sand / *Steklo Keram.* 2015. N 5. P. 29 – 32 [in Russian].
2. **Sagarunyan S. A., Arustamyan A. G., Sarkisyan A. M., et al.** The study of processes of quartzites cleaning for quartz sands production / *Khim. Zh. Armenii.* 2007. Vol. 60. N 3. P. 457 – 463 [in Russian].
3. **Rychagov G. I.** Practicum on course “Geomorphology with the basics of geology.” — Moscow: Izd. MGU, 2002. — 148 p. [in Russian].
4. State Standard GOST 22551–77. Quartz sand, ground sandstone, quartzite and veiny quartz for glass industry. Specifications. — Moscow: Izd. standartov, 1979. — 16 p. [in Russian].
5. **Fedyukin V. K.** Qualimetry. Measuring the quality of industrial products. Textbook for High Schools. — Moscow: KNORUS, 2015. — 316 p. [in Russian].
6. **Chekmarev A. N.** Qualimetry and quality management. Part 1. Qualimetry: a textbook for high schools. — Samara: Izd. Samar. Gos. Aërokosm. Univ., 2010. — 172 p. [in Russian].
7. State Standard GOST 12536–79. Soils. Methods of laboratory granulometric (grain-size) and microaggregate distribution. — Moscow: Izd. standartov, 1979. — 12 p. [in Russian].
8. State Standard GOST 29234.1–91. Moulding sands. Methods for determination of clayey fraction. — Moscow: Izd. standartov, 1992. — 5 p. [in Russian].
9. State Standard GOST 8735–88. Sand for construction work. Testing methods. — Moscow: Standartinform, 2006. — 24 p. [in Russian].
10. State Standard GOST 25584–90. Soils. Laboratory methods for determination of filtration factor. — Moscow: Standartinform, 2008. — 16 p. [in Russian].
11. **Saati T. L., Kerns K. P.** Analytical planning: the organization of systems. — Pergamon Press, 1985. — 216 p.
12. **Saati T. L.** Decision making for leaders: the analytic hierarchy process for decisions in a complex world. — Belmont, California: Wadsworth, 1982. — 343 p.
13. **Kaiser H. F.** The application of electronic computers to factor analysis / *Educational and Psychological Measurement.* 1960. N 20. P. 141 – 151.
14. **Cattell R. B.** The scree test for the number of factors / *Multivariate Behavioral Research.* 1966. N 1. P. 245 – 276.
15. **Sorokina I. D., Dresvyannikov A. F., Kamaliev A. R.** An integrated evaluation of water treatment coagulant quality using a geometrical model / *Voda Khimiya Ékol.* 2014. N 2. P. 78 – 84.
16. **Kamaliev A. R., Sorokina I. D., Dresvyannikov A. F.** Complex index of quality of coagulants for the treatment of industrial wastewater using a geometric model / *Voda Khimiya Ékol.* 2016. N 5. P. 52 – 61.